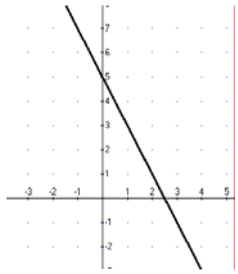
LA RECTA, LA PARÁBOLA Y LA HIPERBOLA



$y = -2x + 5$

La recta

Una **recta** es una función de la forma $y = mx + n$.
m es la pendiente de la recta y n es la ordenada en el origen.
La ordenada en el origen nos indica el punto de corte con el eje Y: (0, n)

Según el signo de m:

$$\begin{cases} \text{si} \;\; m > 0 & \text{la recta es creciente} \\ \text{si} \;\; m < 0 & \text{la recta es decreciente} \\ \text{si} \;\; m = 0 & \text{la recta es constant y la gráfica es paralela al eje X} \end{cases}$$

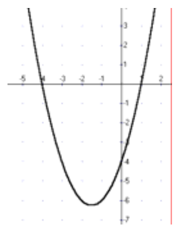
Si n=0 la recta es de la forma $y = mx$, y la llamaremos **función lineal**. Esta función pasa por el origen de coordenadas.
Si n≠0 la recta es de la forma $y = mx + n$ y la llamaremos **función afín**.

Dos rectas son paralelas si tiene la misma pendiente y distinta ordenada en el origen.
Dos rectas son secantes si tiene distinta pendiente. Para determinar el punto donde se cortan resolveremos el sistema que forman las dos rectas.

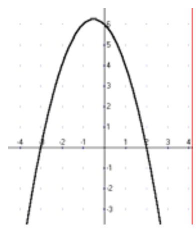
La parábola

La función cuadrática o **parábola** es de la forma $y = ax^2 + bx + c$ tal que $a \neq 0$
La orientación de la parábola depende del signo de a:

$$\begin{cases} a > 0 \text{ ramas hacia arriba} \rightarrow \text{función cóncava} \\ a < 0 \text{ ramas hacia abajo} \rightarrow \text{función convexa} \end{cases}$$



$f(x) = x^2 + 3x - 4$



$g(x) = -x^2 - x + 6$

El eje de simetría viene dado por la recta $x = \dfrac{-b}{2a}$

El vértice de la parábola tiene por abscisa $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$.

La ordenada la determinaremos sustituyendo este valor de x_0 a la función.
Los puntos de corte con el eje de abscisas vienen determinados por las dos soluciones de la ecuación de segundo grado $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Son: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.
El punto de corte con el eje de ordenadas viene por el punto (0, c).

Ejercicio 1:

Representa gráficamente la función $f(x) = -2x + 4$

Para dibujar una recta $f(x) = mx + n$ es necesario estudiar la pendiente m que nos dira si es creciente o decreciente la función.

Determinar el punto de corte con el eje de ordenadas que es (0, n)

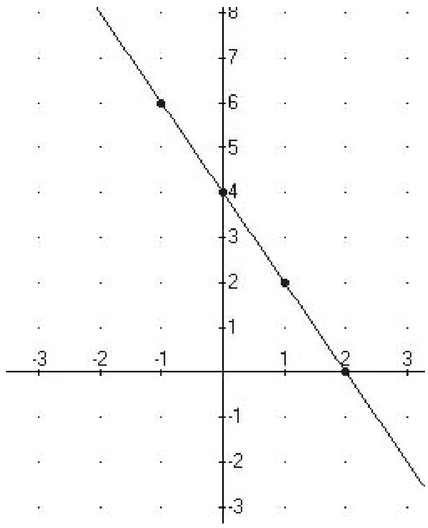
Determinar dos puntos de la función.

Determinar el punto de corte con el eje de abscisas, $f(x) = 0$. Para ello resolveremos la ecuación $mx + n = 0$

SOLUCIÓN:

La pendiente de la recta es –2, por tanto la función es decreciente.

La ordenada en el origen es 4, por tanto la función corta el eje de ordenadas en el punto (0, 4).



Determinemos dos puntos de la recta

x	f(x)
–1	6
1	2

El punto de corte con el eje de abscisas es:

$f(x) = 0$, $-2x + 4 = 0$, $x = 2$ es decir, el punto $(2, 0)$.

Ejercicio 2:

Sea la función : $y = x^2 - 6x + 5$. Estúdiala y dibújala.

SOLUCIÓN:

Es una parábola con las ramas hacia arriba, porque $a = 1 > 0$.

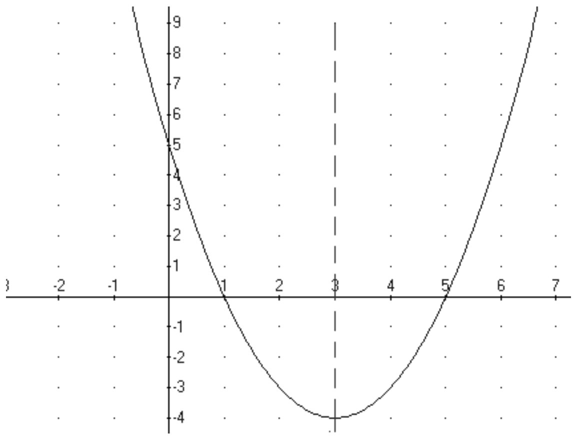
El eje de simetría es la recta $x = \dfrac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$.

El vértice tiene por abscisa: $x_0 = 3$ y por ordenada: $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = -4$

Entonces el vértice es el punto (3, –4)

Para determinar los puntos de corte con el eje de abscisas resolvemos : $x^2 - 6x + 5 = 0$.

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \begin{cases} = \dfrac{10}{2} = 5 \\ = \dfrac{2}{2} = 1 \end{cases}.$$



Entonces los puntos de corte son: (5, 0) y (1, 0)

El punto de corte con el eje de ordenadas es (0, 5).

Ejercicio 3:

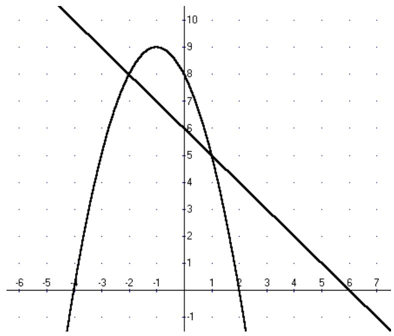
Determina el punto (o los puntos) de intersección de la parábola $y = -x^2 - 2x + 8$ y la recta $y = -x + 6$.

Los puntos de intersección son las soluciones del sistema formado por ambas ecuaciones.
Pueden tener 1, 2 o ninguna solución:

$$\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 8 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

El resolvemos por igualación de las incógnitas:

$$\begin{cases} -x^2 - 2x + 8 = -x + 6 \\ y = -x + 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x^2 - x + 2 = 0 \\ y = -x + 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{1 \pm \sqrt{9}}{-2} \\ y = -x + 6 \end{cases}$$



El sistema tiene dos soluciones: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 8 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

Los puntos de intersección son $A(-2{,}8)$, $B(1{,}5)$