

# 4

# Proporcionalidad



## 1. Razones y proporciones

### PIENSA Y CALCULA

Se han comprado 5 kg de melocotones por 10,5 €. Calcula mentalmente cuánto cuesta cada kilo.

**Solución:**

$$10,5 : 5 = 2,1 \text{ €/kg}$$

### APLICA LA TEORÍA

**1** Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

- a) 3,5 kg de naranjas cuestan 6,3 €
- b) Un coche en 5 horas recorre 400 km
- c) 12 m de tela cuestan 90 €
- d) En 7 días se consumen 3,5 kg de fruta.

**Solución:**

- a)  $6,3/3,5 = 1,8 \text{ €/kg}$   
El kilo de naranjas cuesta 1,8 €
- b)  $400/5 = 80 \text{ km/h}$   
El coche lleva una velocidad media de 80 km/h
- c)  $90/12 = 7,5 \text{ €/m}$   
El metro de tela cuesta 7,5 €
- d)  $3,5/7 = 0,5 \text{ kg/día}$   
Se hace un consumo medio de 0,5 kg/día

**2** Calcula las razones entre las siguientes cantidades e interpreta el resultado:

- a) Una finca mide 120 ha, y otra, 180 ha
- b) Juan mide 160 cm, y María, 168 cm
- c) Un tren va a 120 km/h, y otro, a 180 km/h
- d) Una botella contiene 2 litros, y otra, 1,5 litros.

**Solución:**

- a)  $180/120 = 1,5$   
El área de la segunda finca es 1,5 veces el área de la primera.
- b)  $168/160 = 1,05$   
La estatura de María es 1,05 la de Juan.
- c)  $180/120 = 1,5$   
La velocidad del segundo tren es 1,5 la velocidad del primero.
- d)  $1,5/2 = 0,75$   
La capacidad de la segunda botella es 0,75 veces la capacidad de la primera.

**3** Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno para que formen proporción:

- a)  $\frac{5}{9} = \frac{\dots}{36}$
- b)  $\frac{\dots}{9} = \frac{12}{54}$
- c)  $\frac{2}{\dots} = \frac{3}{4,5}$
- d)  $\frac{2}{0,9} = \frac{10}{\dots}$

**Solución:**

- a)  $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$
- b)  $\frac{2}{9} = \frac{12}{54}$
- c)  $\frac{2}{3} = \frac{3}{4,5}$
- d)  $\frac{2}{0,9} = \frac{10}{4,5}$

**4** Calcula el cuarto proporcional:

a)  $\frac{x}{8} = \frac{5}{2}$

b)  $\frac{0,5}{2,5} = \frac{6,4}{x}$

c)  $\frac{4,5}{7,8} = \frac{x}{5,2}$

d)  $\frac{2,5}{x} = \frac{1,4}{2,8}$

**Solución:**

a)  $x = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$

b)  $x = \frac{2,5 \cdot 6,4}{0,5} = 32$

c)  $x = \frac{4,5 \cdot 5,2}{7,8} = 3$

d)  $x = \frac{2,5 \cdot 2,8}{1,4} = 5$

**5** Calcula el medio proporcional:

a)  $\frac{10}{x} = \frac{x}{3,6}$

b)  $\frac{2,5}{x} = \frac{x}{6,4}$

**Solución:**

a)  $x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

b)  $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

## 2. Magnitudes proporcionales

### PIENSA Y CALCULA

Cuatro amigos han pagado 18 € por las entradas del cine. Calcula mentalmente cuánto cuesta cada entrada.

**Solución:**

$18 : 4 = 4,5 \text{ €}$

### APLICA LA TEORÍA

**6** Si 8 cintas de vídeo cuestan 212 €, ¿cuántas cintas se pueden comprar con 371 €?

**Solución:**

Dinero (€)	(D)	Nº cintas de vídeo
212	→	8
371	→	x

$\frac{212}{371} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 14 \text{ cintas.}$

**7** Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

**Solución:**

Peso (kg)	(D)	Longitud (m)
210	→	15
308	→	x

$\frac{210}{308} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 22 \text{ m}$

**8** Nueve bombillas iguales han consumido 54 kWh. Si en las mismas condiciones encendemos 15 bombillas iguales, ¿cuántos kWh se consumirán?

**Solución:**

Nº bombillas	(D)	Consumo (kWh)
9	→	54
15	→	x

$\frac{9}{15} = \frac{54}{x} \Rightarrow x = 90 \text{ kWh}$

**9** Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

**Solución:**

Nº amigos	(I)	Dinero (€)
4	→	375
6	→	x

$\frac{6}{4} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250 \text{ €}$

- 10** Un coche recorre un trayecto en 1 hora y media a 65 km/h. Si desea tardar 75 minutos, ¿a qué velocidad deberá recorrer el mismo trayecto?

**Solución:**

Tiempo (min)	(l)	Velocidad (km/h)
90	→	65
75	→	x

$$\frac{75}{90} = \frac{65}{x} \Rightarrow x = 78 \text{ km/h}$$

- 11** Con tres grifos se llena un depósito en 20 horas. ¿Cuánto tiempo se tardará en llenar el mismo depósito con cinco grifos iguales a los anteriores?

**Solución:**

Nº grifos	(l)	Tiempo (h)
3	→	20
5	→	x

$$\frac{5}{3} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ horas.}$$

### 3. Proporcionalidad compuesta

#### PIENSA Y CALCULA

Analiza en la siguiente situación si la cantidad de dinero es directa o inversamente proporcional al número de obreros y al número de días:

Si ocho obreros trabajan durante 12 días y ganan un total de 3 400 €, ¿cuánto ganarán seis obreros trabajando 10 días?

**Solución:**

Nº de obreros y cantidad de dinero es directa.

Nº de días y cantidad de dinero es inversa.

#### APLICA LA TEORÍA

- 12** Durante 30 días seis obreros han canalizado 150 m de tubería para suministro de agua. Calcula cuántos metros canalizarán catorce obreros en 24 días.

**Solución:**

Tiempo (días)	Nº obreros	Longitud (m)	
30	→	6	
24	→	14	
		→	150
		→	x

$$\frac{30}{24} \cdot \frac{6}{14} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 280 \text{ m}$$

- 13** Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2 250 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12 000 €

**Solución:**

Dinero (€)	Tiempo (días)	Nº personas	
2 250	→	1	
12 000	→	90	
		→	135
		→	x

$$\frac{2 250}{12 000} \cdot \frac{90}{1} = \frac{135}{x} \Rightarrow x = 8 \text{ personas}$$

- 14** Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora, y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿cuántos días tardaría en leer el mismo libro?

**Solución:**

	(l)		
	↓	↓	↓
Tiempo (h)	Páginas/hora	Tiempo (días)	
2	5	15	}
3	8	x	
$\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 6,25 \text{ días.}$			

- 15** Calcula el interés producido por un capital de 9 000 € al 5,5% en 3 años.

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 9\,000 \cdot 0,055 \cdot 3 = 1\,485 \text{ €}$$

- 16** ¿Qué capital se debe depositar al 5% para que después de 2 años produzca 400 €?

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow c = \frac{I}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{400}{0,05 \cdot 2} = 4\,000 \text{ €}$$

- 17** ¿A qué rédito se debe depositar un capital de 6 500 € para que produzca un interés de 526,5 € en 18 meses?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{526,5 \cdot 12}{6\,500 \cdot 18} = 0,054$$

$$R = 5,4 \%$$

- 18** ¿Cuántos meses se deben tener depositados 25 000 € al 4,5% para que produzcan unos intereses de 1 687,5 €?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{1\,687,5 \cdot 12}{25\,000 \cdot 0,045} = 18 \text{ meses}$$

## 4. Problemas aritméticos

### PIENSA Y CALCULA

Reparte mentalmente 600 € de forma proporcional a 1, 2 y 3

**Solución:**

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$600 : 6 = 100 \text{ €}$$

$$100 \cdot 1 = 100 \text{ €}$$

$$100 \cdot 2 = 200 \text{ €}$$

$$100 \cdot 3 = 300 \text{ €}$$

- 19** Reparte 15 000 € en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 5

**Solución:**

$$15\,000 : (2 + 3 + 5) = 1\,500$$

$$x = 1\,500 \cdot 2 = 3\,000 \text{ €}$$

$$y = 1\,500 \cdot 3 = 4\,500 \text{ €}$$

$$z = 1\,500 \cdot 5 = 7\,500 \text{ €}$$

- 20** Reparte 11 050 € en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4

**Solución:**

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 4) = 12$$

$$1/2 = 6/12, 1/3 = 4/12, 1/4 = 3/12$$

Se reparte directamente proporcional a 6, 4 y 3 respectivamente.

$$11\,050 : (6 + 4 + 3) = 850$$

$$x = 850 \cdot 6 = 5\,100 \text{ €}$$

$$y = 850 \cdot 4 = 3\,400 \text{ €}$$

$$z = 850 \cdot 3 = 2\,550 \text{ €}$$

- 21** A un trabajador le descuentan mensualmente de su nómina el 5% para un seguro que asciende a 1 440 €. ¿Qué cantidad le descuentan?

**Solución:**

$$\text{Descuentan: } 1\,440 \cdot 0,05 = 72 \text{ €}$$

- 22** En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?

**Solución:**

$$\text{Total: } 168 \cdot 1,16 = 194,88 \text{ €}$$

- 23** En una mezcla de 500 g de café, 100 g son de torrefacto y el resto es de café natural. ¿Qué porcentaje de café torrefacto lleva la mezcla?

**Solución:**

$$100/500 = 0,2 = 20\% \text{ de torrefacto.}$$

- 24** En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura.

**Solución:**

$$\text{Total: } 350 \cdot 0,8 \cdot 1,16 = 324,8 \text{ €}$$

- 25** En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

**Solución:**

$$\text{Precio inicial: } 232 : (0,8 \cdot 1,16) = 250 \text{ €}$$

# Ejercicios y problemas

## 1. Razones y proporciones

**26** Determina el valor de las razones formadas por los siguientes pares de cantidades, e interpreta el resultado:

- a) 7 m de cinta cuestan 14 €
- b) En 3 horas se recorren 120 km
- c) Una varilla mide 10 dm, y otra, 14 dm
- d) Un recipiente tiene 5 litros, y otro, 150 litros

**Solución:**

- a)  $14/7 = 2 \text{ €/m}$   
El metro de tela vale 2 €
- b)  $120/3 = 40 \text{ km/h}$   
La velocidad media es de 40 km/h
- c)  $14/10 = 1,4$   
La varilla más larga es 1,4 veces la pequeña.
- d)  $150/5 = 30$   
El recipiente de mayor capacidad es 30 veces la capacidad del pequeño.

**27** Determina si los siguientes pares de razones forman proporción y calcula la constante de proporcionalidad:

- a)  $\frac{15 \text{ m}}{3 \text{ m}} \dots \frac{10 \text{ días}}{2 \text{ días}}$
- b)  $\frac{51}{121} \dots \frac{10}{24}$

**Solución:**

- a)  $15/3 = 10/2 = 5$
- b)  $51 \cdot 24 \neq 121 \cdot 10 \Rightarrow$  No forman proporción.

**28** Escribe las proporciones que puedas obtener con las razones siguientes y calcula su constante de proporcionalidad:

- a)  $\frac{8}{0,5}$
- b)  $\frac{2,5}{6}$
- c)  $\frac{24}{1,5}$
- d)  $\frac{1,5}{4}$

**Solución:**

$$\frac{8}{0,5} = \frac{24}{1,5} = 16$$

**29** Calcula el cuarto proporcional:

- a)  $\frac{x}{14} = \frac{3}{7}$
- b)  $\frac{3}{2,4} = \frac{2}{x}$
- c)  $\frac{0,3}{0,5} = \frac{x}{3,5}$

**Solución:**

- a)  $x = \frac{3 \cdot 14}{7} = 6$
- b)  $x = \frac{2,4 \cdot 2}{3} = 1,6$
- c)  $x = \frac{0,3 \cdot 3,5}{0,5} = 2,1$

**30** Calcula el medio proporcional:

- a)  $\frac{8}{x} = \frac{x}{18}$
- b)  $\frac{0,3}{x} = \frac{x}{2,7}$

**Solución:**

- a)  $x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$
- b)  $x^2 = 0,81 \Rightarrow x = \pm 0,9$

## 2. Magnitudes proporcionales

**31** Las ruedas delanteras de un tractor tienen un diámetro de 0,9 m y las traseras tienen un diámetro de 1,2 m. Si en un trayecto las ruedas delanteras han dado 250 vueltas, ¿cuántas vueltas habrán dado las traseras?

**Solución:**

Longitud (m)	(l)	Nº de vueltas
0,9	—————→	250
1,2	—————→	x

$$\frac{1,2}{0,9} = \frac{250}{x} \Rightarrow x = 187,5 \text{ vueltas.}$$

**32** Con 100 kg de harina se hacen 120 kg de pan. Calcula la harina necesaria para elaborar un pan de 120 g

**Solución:**

Peso de pan (kg)	(D)	Peso de harina (kg)
120	—————→	100
0,12	—————→	x

$$\frac{120}{0,12} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 0,1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

# Ejercicios y problemas

- 33** Un grifo vierte 25 litros por minuto y tarda 2 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar el mismo depósito otro grifo que vierte 40 litros por minuto?

**Solución:**

Caudal (l/min)	(l)	Tiempo (h)
25	→	2
40	→	x

$$\frac{40}{25} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$$

## 3. Proporcionalidad compuesta

- 34** El precio por transportar 1 500 kg de mercancía a una distancia de 100 km es de 80 €. ¿Qué precio se pagará por transportar 4 500 kg a 250 km?

**Solución:**

Peso (kg)	Longitud (km)	Dinero (€)
1 500	→ 100	→ 80
4 500	→ 250	→ x

$$\frac{1\,500}{4\,500} \cdot \frac{100}{250} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 600 \text{ €}$$

- 35** Ocho grifos abiertos 12 horas diarias han vertido agua por valor de 24 €. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 15 horas diarias durante el mismo período de tiempo?

**Solución:**

Nº de grifos	Tiempo (h)	Dinero (€)
8	→ 12	→ 24
12	→ 15	→ x

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{12}{15} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 45 \text{ €}$$

- 36** Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5 000 €. ¿Cuántas personas podrían mantenerse durante 15 meses con 30 000 €?

**Solución:**

Dinero (€)	Tiempo (meses)	Nº personas
5 000	→ 8	→ 5
30 000	→ 15	→ x

$$\frac{5\,000}{30\,000} \cdot \frac{15}{8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 16 \text{ personas.}$$

- 37** ¿Qué interés produce un capital de 27 000 € al 3,5% durante 2 años?

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 27\,000 \cdot 0,035 \cdot 2 = 1\,890 \text{ €}$$

- 38** Calcula el capital que hay que depositar al 3% durante 20 meses para que genere un interés de 350 €.

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow c = \frac{I \cdot n}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{350 \cdot 12}{0,03 \cdot 20} = 7\,000 \text{ €}$$

- 39** ¿Cuántos días debe estar un capital de 18 000 € al 4% de interés para obtener 500 €?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{500 \cdot 360}{18\,000 \cdot 0,04} = 250 \text{ días.}$$

## 4. Problemas aritméticos

- 40** Reparte 13 500 € en partes directamente proporcionales a 4, 6 y 8

**Solución:**

$$13\,500 : (4 + 6 + 8) = 750$$

$$x = 750 \cdot 4 = 3\,000 \text{ €}$$

$$y = 750 \cdot 6 = 4\,500 \text{ €}$$

$$z = 750 \cdot 8 = 6\,000 \text{ €}$$

- 41** Reparte 11 750 € en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5

**Solución:**

$$\text{m.c.m.}(3, 4, 5) = 60$$

$$1/3 = 20/60, 1/4 = 15/60, 1/5 = 12/60$$

Se reparte directamente proporcional a 20, 15 y 12 respectivamente.

$$11\,750 : (20 + 15 + 12) = 250$$

$$x = 250 \cdot 20 = 5\,000 \text{ €}$$

$$y = 250 \cdot 15 = 3\,750 \text{ €}$$

$$z = 250 \cdot 12 = 3\,000 \text{ €}$$

- 42** A un conductor le han puesto una multa de tráfico de 150 €. Si la paga antes de un mes, se le aplica un 20% de descuento. ¿Cuánto pagará por la multa?

**Solución:**

$$\text{Pagaría: } 150 \cdot 0,8 = 120 \text{ €}$$

- 43** En una tienda venden un determinado artículo ganando el 30% sobre el precio de coste. Si dicho precio era de 145 €, ¿cuál es el precio de venta?

**Solución:**

$$\text{Precio de venta: } 145 \cdot 1,3 = 188,5 \text{ €}$$

- 44** Un librero vende 144 libros de los 480 que tenía. ¿Qué porcentaje suponen del total de libros los que ha vendido?

**Solución:**

$$144/480 = 3/10 = 0,3 = 30\%$$

- 45** A un trabajador que cobra 1 100 € mensualmente, le suben su salario un 2%. Al año siguiente, le suben nuevamente un 2,5%. Calcula el salario mensual después de las dos subidas.

**Solución:**

$$\text{Salario: } 1\,100 \cdot 1,02 \cdot 1,025 = 1\,150,05 \text{ €}$$

- 46** En una tienda tienen una oferta de un 15% de descuento si se compran los jamones enteros. Si el precio del jamón está en 12 €/kg y aumentan la factura en un 7% de IVA, calcula el precio de un jamón de 10 kg

**Solución:**

$$\text{Precio: } 10 \cdot 12 \cdot 0,85 \cdot 1,07 = 109,14 \text{ €}$$

## Para ampliar

- 47** Forma una proporción en la que figuren los siguientes datos: 5 g, 15 g y 3 horas.

**Solución:**

$$\frac{5}{15} = \frac{3}{9}$$

- 48** Pintar una casa de 60 m<sup>2</sup> cuesta 720 € y pintar una casa de 120 m<sup>2</sup> cuesta 1 440 €. Expresa esta situación en forma de proporción.

**Solución:**

$$\frac{60}{120} = \frac{720}{1\,440}$$

- 49** Calcula el cuarto proporcional:

a)  $\frac{x}{9} = \frac{21}{7}$

b)  $\frac{1,5}{1,2} = \frac{6}{x}$

c)  $\frac{3,6}{x} = \frac{7,2}{6}$

**Solución:**

a)  $x = \frac{9 \cdot 21}{7} = 27$

b)  $x = \frac{6 \cdot 1,2}{1,5} = 4,8$

c)  $x = \frac{3,6 \cdot 6}{7,2} = 3$

# Ejercicios y problemas

**50** Calcula el medio proporcional:

a)  $\frac{36}{x} = \frac{x}{81}$

b)  $\frac{7}{x} = \frac{x}{28}$

**Solución:**

a)  $x^2 = 2916 \Rightarrow x = \pm 54$

b)  $x^2 = 196 \Rightarrow x = \pm 14$

**51** Un granjero tiene alimento para 1 200 conejos durante 180 días. Si vende 300 conejos, ¿durante cuántos días tendrá alimento para los conejos que quedan si no varía la ración?

**Solución:**

Nº de conejos	(I)	Tiempo (días)
1 200	→	180
900	→	x

$$\frac{900}{1\ 200} = \frac{180}{x} \Rightarrow x = 240 \text{ días.}$$

**52** Para hacer 120 kg de masa de bollería se necesitan 600 gramos de levadura. ¿Qué cantidad de levadura se necesitará para hacer 250 kg de masa?

**Solución:**

Peso de bollo (kg)	(D)	Peso de levadura (kg)
120	→	0,6
250	→	x

$$\frac{120}{250} = \frac{0,6}{x} \Rightarrow x = 1,25 \text{ kg}$$

**53** Una rueda de 15 dientes está engranada a otra rueda de 52 dientes. Si la primera da 156 revoluciones por minuto, ¿cuántas revoluciones por minuto dará la segunda rueda?

**Solución:**

Nº de dientes	(I)	Velocidad (rpm)
15	→	156
52	→	x

$$\frac{52}{15} = \frac{156}{x} \Rightarrow x = 45 \text{ rpm}$$

**54** Veinte obreros asfaltan un tramo de carretera en 60 días. ¿Cuántos obreros harán falta para asfaltar el mismo tramo de carretera en 40 días?

**Solución:**

Tiempo (días)	(I)	Nº de obreros
60	→	20
40	→	x

$$\frac{40}{60} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 30 \text{ obreros.}$$

**55** Para hacer una obra en 360 días hacen falta 30 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días duraría la misma obra si hubiese 40 obreros trabajando 6 horas diarias?

**Solución:**

Nº de obreros	Tiempo diario (h)	Tiempo (días)
30	→	8
40	→	6
		360
		x

$$\frac{40}{30} \cdot \frac{6}{8} = \frac{360}{x} \Rightarrow x = 360 \text{ días.}$$

**56** Transportar 200 cajas a 450 km cuesta 300 €. ¿Cuántas cajas pueden transportarse a 280 km por 350 €?

**Solución:**

Longitud (km)	Dinero (€)	Nº de cajas
450	→	300
280	→	350
		200
		x

$$\frac{280}{450} \cdot \frac{300}{350} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = 375 \text{ cajas.}$$

- 57** Cinco grifos llenan un depósito de 20 000 litros en 16 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ocho grifos iguales a los anteriores en llenar un depósito de 30 000 litros?

**Solución:**

Nº de grifos	Capacidad (l)	Tiempo (h)
5	20 000	16
8	30 000	x

$\frac{8}{5} \cdot \frac{20\,000}{30\,000} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 15 \text{ horas.}$

- 58** ¿Qué interés generará un capital de 2 500 € durante 9 meses al 3% anual?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n}$$

$$I = \frac{2\,500 \cdot 0,03 \cdot 9}{12} = 56,25 \text{ €}$$

- 59** ¿Durante cuántos meses se deben depositar 2 000 € al 4,5% de rédito para obtener 105 € de interés?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{105 \cdot 12}{2\,000 \cdot 0,045} = 14 \text{ meses.}$$

- 60** ¿A qué rédito se deben depositar 5 400 € durante 180 días para obtener 81 €?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{81 \cdot 360}{5\,400 \cdot 180} = 0,03 \Rightarrow R = 3\%$$

- 61** Un padre reparte 13 440 € entre sus tres hijos en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 5, 12 y 15 años. Calcula la parte que le corresponde a cada uno.

**Solución:**

$$m.c.m.(5, 12, 15) = 60$$

$$1/5 = 12/60, 1/12 = 5/60, 1/15 = 4/60$$

Se reparte de forma directamente proporcional a 12, 5 y 4 respectivamente.

$$13\,440 : (12 + 5 + 4) = 640$$

$$x = 640 \cdot 12 = 7\,680 \text{ €}$$

$$y = 640 \cdot 5 = 3\,200 \text{ €}$$

$$z = 640 \cdot 4 = 2\,560 \text{ €}$$

- 62** Tres amigos organizan una peña para jugar a las quinielas y cada uno aporta 23, 34 y 41 €. Si aciertan una quiniela por la que cobran 120 540 €, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno si el reparto se hace de forma directamente proporcional al dinero aportado?

**Solución:**

$$120\,540 : (23 + 34 + 41) = 1\,230$$

$$x = 1\,230 \cdot 23 = 28\,290 \text{ €}$$

$$y = 1\,230 \cdot 34 = 41\,820 \text{ €}$$

$$z = 1\,230 \cdot 41 = 50\,430 \text{ €}$$

- 63** Si el 80% de una masa de bollería es harina, calcula cuánta harina contiene un bollo de 300 gramos.

**Solución:**

$$\text{Cantidad de harina: } 300 \cdot 0,8 = 240 \text{ g}$$

- 64** En la mezcla de un desinfectante hay un 90% de alcohol. Calcula cuánto alcohol hay en 200 ml de dicha mezcla.

**Solución:**

$$\text{Cantidad de alcohol: } 200 \cdot 0,9 = 180 \text{ ml}$$

- 65** En la factura de 105 € de la librería nos cargan un 4% de IVA. ¿A cuánto asciende el total de la factura?

**Solución:**

$$\text{Total: } 105 \cdot 1,04 = 109,20 \text{ €}$$

# Ejercicios y problemas

- 66** En unos pantalones de 72 € nos aplican un descuento del 20%. Calcula cuánto se paga por el pantalón.

**Solución:**

$$\text{Precio final: } 72 \cdot 0,8 = 57,60 \text{ €}$$

- 67** A un trabajador que gana 1 502,5 € le aplican un 18% de retención para pagar impuestos. ¿A cuánto asciende dicha retención?

**Solución:**

$$\text{Retención: } 1\,502,5 \cdot 0,18 = 270,45 \text{ €}$$

## Problemas

- 68** La razón de dos números es  $\frac{3}{2}$ . Si el mayor de ellos es 36, calcula el otro.

**Solución:**

$$\frac{3}{2} = \frac{36}{x} \Rightarrow x = 24$$

- 69** La razón de alturas de dos postes es igual a la de sus sombras. La altura del primer poste es de 12 m y su sombra de 20 m. Si la sombra del segundo poste es de 24 m, ¿cuál será su altura?

**Solución:**

$$\frac{20}{24} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 14,4 \text{ m}$$

- 70** La suma de dos números es 21. Si uno de ellos es proporcional a 3 y el otro a 4, calcula dichos números.

**Solución:**

$$21 : (3 + 4) = 3$$

$$1^{\text{er}} \text{ número} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$2^{\text{o}} \text{ número} = 4 \cdot 3 = 12$$

- 71** Un granjero tiene pienso para 1 200 gallinas durante 120 días. Si al cabo de 50 días vende 500 gallinas, ¿durante cuántos días tendrá alimento para las gallinas que quedan si no varía la ración?

**Solución:**

Nº de gallinas	(l)	Tiempo (días)
1 200	—————→	120 } 70 }
700	—————→	x }

$$\frac{700}{1\,200} = \frac{70}{x} \Rightarrow x = 120 \text{ días.}$$

- 72** Una mecanógrafa que escribe 140 palabras por minuto tarda 12 horas en hacer un trabajo. ¿A qué velocidad debe escribir si quiere tardar 10 horas?

**Solución:**

Tiempo (h)	(l)	Velocidad (ppm)
12	—————→	140 } x }
10	—————→	

$$\frac{10}{12} = \frac{140}{x} \Rightarrow x = 168 \text{ palabras/min}$$

- 73** Seis personas han consumido 16 m<sup>3</sup> de agua. ¿Cuántos metros cúbicos de agua consumirán 15 personas manteniendo el mismo gasto por persona?

**Solución:**

Nº de personas	(D)	Volumen (m <sup>3</sup> )
6	—————→	16 } x }
15	—————→	

$$\frac{6}{15} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 40 \text{ m}^3$$

- 74** Un transportista cobra 900 € por trasladar una carga a 35 km de distancia. ¿Cuánto cobrará por trasladar la misma carga a 105 km?

**Solución:**

Longitud (km)	(D)	Dinero (€)
35	—————→	900 } x }
105	—————→	

$$\frac{35}{105} = \frac{900}{x} \Rightarrow x = 2\,700 \text{ €}$$

- 75** Un obrero ha realizado 1/3 de una obra en 6 días trabajando 8 horas diarias. Si hubiera trabajado 2 horas más cada día, ¿en cuántos días habría terminado la obra?

**Solución:**

Toda la obra la haría en 18 días trabajando 8 horas diarias.

Tiempo (h/día)	(l)	Tiempo (días)
8	—————>	18
10	—————>	x

$$\frac{10}{8} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 14,4 \text{ días.}$$

- 76** Para hacer 100 kg de masa de pan se necesitan 1/2 kg de levadura, 59,5 kg de harina y 40 kg de agua. ¿Cuántos kilos de harina se necesitarán para hacer 350 kg de pan?

**Solución:**

Peso de pan (kg)	(D)	Peso de harina (kg)
100	—————>	59,5
350	—————>	x

$$\frac{100}{350} = \frac{59,5}{x} \Rightarrow x = 208,25 \text{ kg}$$

- 77** En un barco una tripulación de 400 personas tiene provisiones para 63 días tomando una ración de 1 960 g. Si la tripulación descendiese a 140 personas, ¿qué ración correspondería a cada persona para que las provisiones durasen 80 días?

**Solución:**

Nº personas	Tiempo (días)	Ración (g)
400	—————>	1 960
140	—————>	x

$$\frac{140}{400} \cdot \frac{80}{63} = \frac{1 960}{x} \Rightarrow x = 4 410 \text{ g}$$

- 78** Ocho obreros trabajan 12 días para hacer una obra y cobran 3 600 €. ¿Cuánto ganarán seis obreros si hacen en 10 días el mismo trabajo?

**Solución:**

Nº de obreros	Tiempo (días)	Dinero (€)
8	—————>	3 600
6	—————>	x

$$\frac{8}{6} \cdot \frac{12}{10} = \frac{3 600}{x} \Rightarrow x = 2 250 \text{ €}$$

- 79** Calcula el interés que producen 7 000 € en 4 años al 5% de rédito anual.

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 7 000 \cdot 0,05 \cdot 4 = 1 400 \text{ €}$$

- 80** Calcula el rédito al que depositar 35 500 € durante 3 años para conseguir un interés de 5 857,5 €

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{5 857,5}{35 500 \cdot 3} = 0,055 \Rightarrow R = 5,5\%$$

- 81** Calcula cuántos meses hay que depositar 25 000 € al 4% para conseguir 2 000 € de interés.

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{2 000 \cdot 12}{25 000 \cdot 0,04} = 24 \text{ meses.}$$

# Ejercicios y problemas

## Para profundizar

- 82** Se reparte una cantidad entre tres personas en partes directamente proporcionales a 3, 5 y 7. Si a la segunda persona le corresponden 2 200 €, calcula cuánto le corresponde a cada una y la cantidad total repartida.

### Solución:

A cada unidad le corresponde:

$$2\,200 : 5 = 440 \text{ €}$$

A la 1ª le corresponde:  $440 \cdot 3 = 1\,320 \text{ €}$

A la 3ª le corresponde:  $440 \cdot 7 = 3\,080 \text{ €}$

Total:  $1\,320 + 2\,200 + 3\,080 = 6\,600 \text{ €}$

- 83** Un vendedor de motos gana un 30% sobre el precio de coste de una moto. Si la moto tiene un precio de coste de 15 600 € y el vendedor hace un 10% de descuento y aumenta un 16% de IVA, ¿cuál es el precio final de la moto?

### Solución:

$$\text{Precio: } 15\,600 \cdot 1,3 \cdot 0,9 \cdot 1,16 = 21\,172,32 \text{ €}$$

- 84** ¿Qué porcentaje de descuento se ha aplicado a un producto que costaba 500 € y por el que se han pagado 325 €?

### Solución:

Se ha pagado:  $325/500 = 0,65$

Se ha descontado el 35%

- 85** Dos ruedas están engranadas y tienen 12 y 45 dientes. Si la primera da 15 vueltas en 1/5 de minuto, ¿cuántas vueltas dará la segunda en una hora?

### Solución:

Nº de dientes	Tiempo (min)	Nº de vueltas
12	1/5	15
45	60	x

$\frac{45}{12} \cdot \frac{1/5}{60} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 1\,200 \text{ vueltas.}$

- 86** Calcula la amplitud de los ángulos de un triángulo sabiendo que dichos ángulos son directamente proporcionales a 2, 3 y 5

### Solución:

$$180^\circ : (2 + 3 + 5) = 18^\circ$$

$$x = 18^\circ \cdot 2 = 36^\circ$$

$$y = 18^\circ \cdot 3 = 54^\circ$$

$$z = 18^\circ \cdot 5 = 90^\circ$$

- 87** Al ir a pagar una factura en la que hacen un 15% de descuento y aplican un 16% de IVA, analiza si es mejor que hagan primero el descuento y luego apliquen el IVA, al revés, o da lo mismo.

### Solución:

$$\text{Total: Precio} \cdot 0,85 \cdot 1,16 = \text{Precio} \cdot 1,16 \cdot 0,85$$

Da lo mismo.

- 88** Un determinado producto aumenta su precio un 15% en un año. Al año siguiente aumenta un 16%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento en total?

### Solución:

$$1,15 \cdot 1,16 = 1,334. \text{ Ha aumentado un } 33,4\%$$

# Aplica tus competencias

- 89** Si el IPC del último año ha sido de un 3% y las pensiones de los jubilados deben subir de acuerdo con dicho índice, calcula cuánto cobrará con la subida un jubilado cuya pensión es de 480,81 €

### Solución:

$$480,81 \cdot 1,03 = 495,23 \text{ €}$$

# Comprueba lo que sabes

- 1** Define qué son magnitudes inversamente proporcionales y pon un ejemplo.

**Solución:**

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si el producto de las cantidades correspondientes es constante.

**Ejemplo**

A una velocidad de 10 km/h se tardan 6 horas en recorrer una distancia.

Vel. (km/h)	10	20	30	40
Tiempo (h)	6	3	2	1,5

Las magnitudes *velocidad* y *tiempo* son inversamente proporcionales.

- 2** Calcula el cuarto proporcional en las siguientes proporciones:

a)  $\frac{x}{21} = \frac{30}{35}$                       b)  $\frac{4,2}{2,8} = \frac{4,5}{x}$

**Solución:**

a)  $x = 18$                                       b)  $x = 3$

- 3** Se han comprado 250 g de queso por 3,2 €. ¿Cuánto pagaremos por 450 gramos?

**Solución:**

Peso (g)	(D)	Dinero (€)
250	—————→	3,2
450	—————→	x

$$\frac{250}{450} = \frac{3,2}{x} \Rightarrow x = 5,76 \text{ €}$$

- 4** Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

**Solución:**

Nº de amigos	(I)	Dinero (€)
4	—————→	375
6	—————→	x

$$\frac{4}{6} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250 \text{ €}$$

- 5** En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

**Solución:**

Precio inicial:  $232 : (0,8 \cdot 1,16) = 250 \text{ €}$

- 6** Diez obreros asfaltan 80 km en 24 días. ¿Cuántos obreros harán falta para asfaltar 220 km en 30 días?

**Solución:**

	(D)		(I)	
Longitud (km)	80	————→	24	————→
	220	————→	30	————→
				10
				x

$$\frac{80}{220} \cdot \frac{30}{24} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 22 \text{ obreros.}$$

- 7** ¿A qué rédito se han depositado 4 200 € durante 14 meses si se ha obtenido un interés de 196 €?

**Solución:**

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{196 \cdot 12}{4\,200 \cdot 14} = 0,04 \Rightarrow R = 4\%$$

- 8** Los tres primeros clasificados de una competición deben repartirse 17 930 € en partes inversamente proporcionales al puesto en el que han quedado. ¿Cuánto percibe cada uno?

**Solución:**

m.c.m.(1, 2, 3) = 6

$$1 = \frac{6}{6}; \frac{1}{2} = \frac{3}{6}; \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Se reparte de forma directamente proporcional a 6, 3 y 2 respectivamente.

$$17\,930 : (6 + 3 + 2) = 1\,630$$

$$x = 1\,630 \cdot 6 = 9\,780 \text{ €}$$

$$y = 1\,630 \cdot 3 = 4\,890 \text{ €}$$

$$z = 1\,630 \cdot 2 = 3\,260 \text{ €}$$

## Paso a paso

**90** Calcula el cuarto proporcional:

$$\frac{6,25}{23,4} = \frac{7,5}{x}$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de DERIVE o Wiris:*

**91** Si 7 kg de manzanas cuestan 14,7 €, ¿cuánto costarán 12 kg?

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**92** Un ganadero tiene forraje para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Si compra 5 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentar al ganado con el mismo forraje?

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**93** Hemos pagado por un abrigo 473,28 € y nos han aplicado un 15% de descuento y un 16% de IVA. ¿Cuánto costaba el abrigo inicialmente?

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**94** Dos obreros canalizan 100 m de tubería para agua durante 10 días. ¿Cuántos días tardarán en canalizar 350 m de tubería 5 obreros?

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**95 Internet.** Abre la web: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas**, **curso** y **tema**.

## Practica

**96** Calcula el cuarto proporcional en las siguientes proporciones:

a)  $\frac{x}{32} = \frac{45}{72}$

b)  $\frac{4}{5} = \frac{1,2}{x}$

**Solución:**

a)  $x = 20$

b)  $x = 15,22$

**97** Calcula el medio proporcional en las siguientes proporciones continuas:

a)  $\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$

b)  $\frac{x}{0,6} = \frac{2,4}{x}$

**Solución:**

a)  $x = \pm 12$

b)  $x = \pm 1,2$

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de DERIVE o Wiris:*

**98** Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

**Solución:**

Peso (kg)	(D)	Longitud (m)
210	→	15
308	→	x

$$\frac{210}{308} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 22 \text{ m}$$

- 99** Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

**Solución:**

Nº amigos	(I)	Dinero (€)
4	—————→	375
6	—————→	x

$$\frac{6}{4} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250 \text{ €}$$

- 100** Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5 000 €. ¿Cuántas personas podrían mantenerse durante 15 meses con 30 000 €?

**Solución:**

Dinero (€)	(D)	(I)	Nº personas
5 000	—————→	8	5
30 000	—————→	15	x

$$\frac{5\,000}{30\,000} \cdot \frac{15}{8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 16 \text{ personas.}$$

- 101** Calcula el interés producido por un capital de 9 000 € al 5,5% en 3 años.

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$I = 9\,000 \cdot 0,055 \cdot 3 = 1\,485 \text{ €}$$

- 102** ¿Qué capital se debe depositar al 5% para que después de 2 años produzca 400 €?

**Solución:**

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow c = \frac{I}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{400}{0,05 \cdot 2} = 4\,000 \text{ €}$$

- 103** En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?

**Solución:**

$$\text{Total: } 168 \cdot 1,16 = 194,88 \text{ €}$$

- 104** En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura.

**Solución:**

$$\text{Total: } 350 \cdot 0,8 \cdot 1,16 = 324,8 \text{ €}$$

- 105** En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

**Solución:**

$$\text{Precio final: } 232 : (0,8 \cdot 1,16) = 250 \text{ €}$$

- 106** En una disolución de 120 ml hay 14,4 ml de agua y el resto de alcohol. ¿Qué porcentaje de alcohol hay en la disolución?

**Solución:**

$$(120 - 14,4)/120 = 0,88 \Rightarrow 88\% \text{ de alcohol.}$$

- 107** En una compra a plazos de 4 570,5 € suben el precio un 15,25%. ¿Cuánto se pagará en total?

**Solución:**

$$\text{Total: } 4\,570,5 \cdot 1,1525 = 5\,267,5 \text{ €}$$

- 108** En una factura con un 16% de IVA, la cantidad inicial es 850 €. Si han hecho un descuento y la cantidad final a abonar es 788,8 €, ¿qué porcentaje de descuento han hecho?

**Solución:**

El porcentaje que se paga es:

$$850 \cdot x \cdot 1,16 = 788,8 \Rightarrow x = 0,8 = 80\%$$

Han descontado el 20%

