

Tema 7. (II) Ecuaciones de segundo grado

Resumen

Ecuaciones de segundo grado

La ecuación en la forma estándar (ordenada) es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ (donde a , b y c son números reales, con $a \neq 0$).

Ejemplos:

Son ecuaciones de segundo grado:

$$\text{a) } 2x^2 + 4x - 6 = 0 \quad \text{b) } x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \text{c) } x^2 - 4x + 6 = 0$$

- Sus soluciones se hallan aplicando la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Ejemplos:

Las soluciones de las ecuaciones anteriores son:

$$\text{a) } 2x^2 + 4x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{-4 \pm 8}{4}$$

Por tanto: $x_1 = \frac{-4-8}{4} = \frac{-12}{4} = -3$ y $x_2 = \frac{-4+8}{4} = \frac{4}{4} = 1$. Las soluciones son: $x_1 = -3$ y $x_2 = 1$.

$$\text{b) } x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2. \text{ Sólo tiene una solución, } x = -2.$$

$$\text{c) } x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{+4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-8}}{2} \Rightarrow \text{No tiene solución, pues la raíz de un número negativo no existe.}$$

Ecuaciones incompletas de segundo grado

Son de la forma:

$$(1) \quad ax^2 + c = 0, \quad b = 0$$

$$(2) \quad ax^2 + bx = 0, \quad c = 0$$

Ejemplos:

Son ecuaciones incompletas de segundo grado:

$$\text{a) } x^2 - 9 = 0$$

$$\text{b) } 2x^2 - 32 = 0$$

$$\text{c) } x^2 - 4x = 0$$

$$\text{d) } 3x^2 + 6x = 0$$

- Para hallar las soluciones de una ecuación incompleta no es preciso recurrir a la fórmula anterior (aunque pueden resolverse aplicándola).

Ejemplos: Las soluciones de las ecuaciones anteriores son:

$$\text{a) } x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \rightarrow (\text{haciendo la raíz cuadrada}) \Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3.$$

Las soluciones son $x_1 = -3$ y $x_2 = 3$.

$$\text{b) } 2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4. \text{ Soluciones: } x_1 = -4 \text{ y } x_2 = 4.$$

$$\text{c) } x^2 - 4x = 0 \rightarrow (\text{sacando factor común}) \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x-4 = 0 \Rightarrow x = 4.$$

Las soluciones son $x_1 = 0$ y $x_2 = 4$. (Recuerda: para que un producto valga 0, alguno de sus factores debe valer 0. En la igualdad anterior, los factores son x y $x - 4$.)

$$\text{d) } 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow (\text{sacando factor común}) \Rightarrow 3x(x+2) = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x+2 = 0 \Rightarrow x = -2. \text{ Las soluciones son } x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -2.$$