

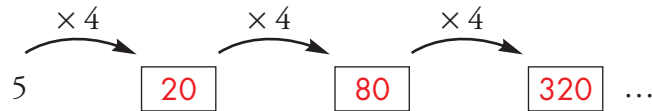


7. Ayuda al razonamiento. Suma de los términos de una progresión geométrica

Soluciones

PROCESO

Vamos a calcular la suma de los diez primeros términos de la siguiente progresión:



El primer término es $a_1 = \boxed{5}$ y la razón es $r = \boxed{4}$.

La progresión geométrica es, por tanto, $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot 4^{n-1}$.

- Llama S_{10} a la suma que buscamos y escríbela.

$$\begin{aligned} S_{10} &= 5 + 20 + 80 + 320 + \dots + a_{10} = \\ &= 5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4^{\boxed{3}} + \dots + 5 \cdot 4^{\boxed{9}} \end{aligned}$$

- Multiplica S_{10} por la razón.

$$4 \cdot S_{10} = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4^3 + \dots + 5 \cdot 4^{\boxed{10}}$$

- Resta las dos igualdades anteriores.

$$\begin{array}{r} 4 \cdot S_{10} = \quad 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4^2 + \dots + 5 \cdot 4^9 + 5 \cdot 4^{10} \\ - S_{10} = \quad 5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4^2 + \dots + 5 \cdot 4^9 \\ \hline \boxed{3} S_{10} = \boxed{-5} + 0 + 0 + \dots + 0 + \boxed{5 \cdot 4^{10}} \end{array}$$

- Despeja la suma.

$$3S_{10} = 5 \cdot 4^{10} - 5 \rightarrow S_{10} = \frac{5 \cdot 4^{10} - 5}{3} = \boxed{1\,747\,625}$$

CONCLUSIÓN

El proceso anterior se puede generalizar en la siguiente regla:

- La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica es:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1}$$