

Ejercicios de polinomios

1 Indica cuales de las siguientes expresiones son monomios. En caso afirmativo, indica su grado y coeficiente.

$$13x^3 \quad 25x^{-3} \quad 33x + 1 \quad \sqrt{2x} \quad \frac{3}{4}x^2 \quad \frac{-3}{x^2} \quad 2\sqrt{x}$$

2 Efectúa las siguientes operaciones con monomios:

1 $2x^3 - 5x^3 =$

2 $3x^4 - 2x^4 + 7x^4 =$

3 $(2x^3) \cdot (5x^3) =$

4 $(2x^3 y^2) \cdot (5x^3 y z^2) =$

5 $(12x^3) \cdot (4x) =$

6 $(18x^3 y^2 z^5) \cdot (6x^3 y z^2) =$

7 $(2x^3 y^2)^3 =$

8 $(2x^3 y^2 z^5)^5 =$

9 $3x^3 - 5x^3 - 2x^3 =$

10 $(12x^3 y^5 z^4) : (3x^2 y^2 z^3) =$

11
$$\frac{12x^3y^3 + 18x^3y^7 - 48x^{12}y^6}{3x^2y^2} =$$

3 Di si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

1 $x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$

2 $2\sqrt{x} + 7x^2 + 2$

3 $1 - x^4$

4 $\frac{2}{x^2} - x - 7$

5 $x^3 + x^5 + x^2$

6 $x - 2x^{-3} + 8$

7 $x^3 - x - \frac{7}{2}$

4 Escribe:

- 1 Un polinomio ordenado sin término independiente.
- 2 Un polinomio no ordenado y completo.
- 3 Un polinomio completo sin término independiente.
- 4 Un polinomio de grado 4, completo y con coeficientes impares.
- 5 Dados los polinomios:

$$P(x) = 4x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$$

$$R(x) = 6x^2 + x + 1$$

$$S(x) = 1/2x^2 + 4$$

$$T(x) = 3/2x^2 + 5$$

$$U(x) = x^2 + 2$$

Calcular:

- 1 $P(x) + Q(x)$
- 2 $P(x) - U(x)$
- 3 $P(x) + R(x)$
- 4 $2P(x) - R(x)$
- 5 $S(x) + R(x) + U(x)$
- 6 $S(x) - R(x) + U(x)$

6 Multiplicar:

$$1 \quad (x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) =$$

$$2 \quad (3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) =$$

7 Calcula:

$$1 \quad \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)^2 =$$

$$2 \quad (x + 2)^3$$

$$3 \quad (3x - 2)^3$$

4 $(2x + 5)^3$

5 $(3x - 2) \cdot (3x + 2)$

8 Dividir:

$$(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2)$$

9 Divide por Ruffini:

$$(x^3 + 2x + 70) : (x + 4)$$

10 Halla el resto de las siguientes divisiones:

1 $(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$

2 $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

11 Indica cuáles de estas divisiones son exactas:

1 $(x^3 - 5x - 1) : (x - 3)$

2 $(x^6 - 1) : (x + 1)$

3 $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1) : (x - 1)$

4 $(x^{10} - 1024) : (x + 2)$

12 Comprueba que los siguientes polinomios tienen como factores los que se indican:

1 $(x^3 - 5x - 1)$ tiene por factor $(x - 3)$

2 $(x^6 - 1)$ tiene por factor $(x + 1)$

3 $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$ tiene por factor $(x - 1)$

4 $(x^{10} - 1024)$ tiene por factor $(x + 2)$

13 Factorizar:

1 $\frac{2}{5}x^3 - \frac{6}{5}x^2 + \frac{14}{15}x -$

2 $xy - 2x - 3y + 6 =$

3 $25x^2 - 1 =$

4 $36x^6 - 49 =$

5 $x^2 - 2x + 1 =$

6 $x^2 - 6x + 9 =$

7 $x^2 - 20x + 100 =$

8 $x^2 + 10x + 25 =$

9 $x^2 + 14x + 49 =$

10 $x^3 - 4x^2 + 4x =$

11 $3x^7 - 27x =$

12 $x^2 - 11x + 30$

13 $3x^2 + 10x + 3$

14 $2x^2 - x - 1$

14 Descomponer en factores y hallar las raíces de:

1 $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$

2 $x^3 - x^2 - 4$

3 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

15 Encontrar el valor de k para que al dividir $2x^2 - kx + 2$ por $(x - 2)$ dé de resto 4.

16 Determinar el valor de m para que $3x^2 + mx + 4$ admita $x = 1$ como una de sus raíces.

17 Hallar un polinomio de cuarto grado que sea divisible por $x^2 - 4$ y se anule para $x = 3$ y $x = 5$.

18 Calcular el valor de a para que el polinomio $x^3 - ax + 8$ tenga la raíz $x = -2$, y calcular las otras raíces.

19 Simplificar:

1 $\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3x} =$

2 $\frac{x^2 - 3x}{3 - x} =$

3 $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} =$

4 $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2} =$

20 Operar:

1 $\frac{x+2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} =$

2 $\frac{x+2}{x^2+4x+4} \div \frac{x^2-4}{x^3+8} =$

3 $\frac{9-6x-x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x-6}{3x^2-9x} =$

4 $\left(x + \frac{x}{x-1}\right) \left(x - \frac{x}{x-1}\right) =$

5 $\frac{x}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} =$

SOLUCIONES

1 Indica cuales de las siguientes expresiones son monomios. En caso afirmativo, indica su grado y coeficiente.

$$13x^3$$

Grado: 3, coeficiente: 3

$$25x^{-3}$$

No, porque el exponente no es un número natural.

$$33x + 1$$

No, porque aparece una suma.

$$\sqrt{2}x$$

Grado: 1, coeficiente: $\sqrt{2}$

$$-\frac{3}{4}x^2$$

Grado: 4, coeficiente: $-\frac{3}{4}$

$$\frac{-3}{x^2}$$

No, no tiene exponente natural.

$$2\sqrt{x}$$

No, porque la parte literal está dentro de una raíz.

2 Efectúa las siguientes operaciones con monomios:

$$2x^3 - 5x^3 = -3x^3$$

$$3x^4 - 2x^4 + 7x^4 = 8x^4$$

$$(2x^3) \cdot (5x)^3 = 10x^6$$

$$(12x^3) : (4x) = 3x^2$$

$$(18x^6 y^2 z^5) : (6x^3 y z^2) = 3x^3 y z^3$$

$$(2x^3 y^2)^3 = 8 x^9 y^6$$

$$(2 x^3 y^2 z^5)^5 = 32 x^{15} y^{10} z^{25}$$

$$3x^3 - 5x^3 - 2x^3 = -4x^3$$

$$(12x^3y^5z^4) : (3x^2y^2z^3) = 4xy^3z$$

$$\frac{12x^3y^5 + 18x^5y^7 - 48x^{12}y^6}{3x^2y^2} = 4xy^3 + 6x^3y^5 - 16x^{10}y^4$$

3 Di si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

$$1x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$$

Grado: 5, término independiente: 5.

$$22\sqrt{x} + 7x^2 + 2$$

No, porque la parte literal del primer monomio está dentro de una raíz.

$$31 - x^4$$

Grado: 4, término independiente: 1.

$$4\frac{2}{x^2} - x - 7$$

No, porque el exponente del primer monomio no es un número natural.

$$5x^3 + x^5 + x^2$$

Grado: 5, término independiente: 0.

$$x - 2x^{-3} + 8$$

No, porque el exponente del 2º monomio no es un número natural.

$$7x^3 - x - \frac{7}{2}$$

Grado: 5, término independiente: -7/2.

4 Escribe:

1 Un polinomio ordenado sin término independiente.

$$3x^4 - 2x$$

2 Un polinomio no ordenado y completo.

$$x - x^2 + 5 - 2x^3$$

3 Un polinomio completo sin término independiente.

Imposible

4 Un polinomio de grado 4, completo y con coeficientes impares.

$$x^4 - x^3 - x^2 + 3x + 5$$

5 Dados los polinomios:

$$P(x) = 4x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$$

$$R(x) = 6x^2 + x + 1$$

$$S(x) = 1/2x^2 + 4$$

$$T(x) = 3/2x^2 + 5$$

$$U(x) = x^2 + 2$$

Calcular:

1 $P(x) + Q(x) =$

$$= (4x^2 - 1) + (x^3 - 3x^2 + 6x - 2) = x^3 - 3x^2 + 4x^2 + 6x - 2 - 1 = x^3 + x^2 + 6x - 3$$

2 $P(x) - U(x) = (4x^2 - 1) - (x^2 + 2) = 4x^2 - 1 - x^2 - 2 = 3x^2 - 3$

3 $P(x) + R(x) = (4x^2 - 1) + (6x^2 + x + 1) = 4x^2 + 6x^2 + x - 1 + 1 = 10x^2 + x$

4 $2P(x) - R(x) = 2(4x^2 - 1) - (6x^2 + x + 1) = 8x^2 - 2 - 6x^2 - x - 1 = 2x^2 - x - 3$

5 $S(x) + R(x) + U(x) = (1/2 x^2 + 4) + (3/2 x^2 + 5) + (x^2 + 2) = 1/2 x^2 + 3/2 x^2 + x^2 + 4 + 5 + 2 =$
 $= 3x^2 + 11$

6 $S(x) - R(x) + U(x) = (1/2 x^2 + 4) - (3/2 x^2 + 5) + (x^2 + 2) = 1/2 x^2 + 4 - 3/2 x^2 - 5 + x^2 + 2 = 1$

6 Multiplicar:

1 $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) = x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 2x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 2x^2 - 4x + 6 =$

$$= x^6 - 2x^5 - 2x^4 + 3x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 6x^2 - 4x + 6 = x^6 - 2x^5 + x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 4x + 6$$

2 $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) = 6x^5 + 12x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x^4 - 20x^3 + 5x^2 - 10x =$

$$= 6x^5 + 12x^4 - 10x^4 - 3x^3 - 20x^3 + 6x^2 + 5x^2 - 10x = 6x^5 + 2x^4 - 23x^3 + 11x^2 - 10x$$

7 Calcula:

$$1 \quad \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)^2 =$$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = x^4 - x^3 + \frac{1}{4}x^2$$

$$2 \quad (x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$3 \quad (3x-2)^3 = (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 - 2^3 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$4 \quad (2x+5)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2x \cdot 5^2 + 5^3 = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$$

$$5 \quad (3x-2) \cdot (3x+2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$$

8 Dividir:

$$(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2)$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20 \\ \underline{-x^4 - 3x^3 + 2x^2} \\ -5x^3 - 9x^2 + 30x \\ \underline{5x^3 + 15x^2 - 10x} \\ 6x^2 + 20x - 20 \\ \underline{-5x^2 - 18x + 12} \\ 2x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \boxed{x^2 + 3x - 2} \\ \underline{x^2 - 5x + 6} \end{array}$$

9 Divide por Ruffini:

$$(x^3 + 2x + 70) : (x+4)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 2 \quad 70 \\ 4 \quad \quad 4 \quad 16 \quad 72 \\ \hline 1 \quad -4 \quad 18 \quad \boxed{-2} \end{array}$$

10 Halla el resto de las siguientes divisiones:

$$1 \quad (x^5 - 2x^2 - 3) : (x-1)$$

$$R(1) = 1^5 - 2 \cdot 1^2 - 3 = -4$$

$$2 \quad (2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x+2)$$

$$R(-2) = 2 \cdot (-2)^4 - 2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 10 = 32 + 16 + 12 - 10 + 10 = 60$$

$$C(x) = x^2 - 4x + 18 \quad R(x) = -2$$

11 Indica cuáles de estas divisiones son exactas:

1 $(x^3 - 5x - 1) : (x - 3)$

$$P(3) = 3^3 - 5 \cdot 3 - 1 = 27 - 15 - 1 \neq 0$$

No es exacta.

2 $(x^6 - 1) : (x + 1)$

$$P(-1) = (-1)^6 - 1 = 0$$

Exacta

3 $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1) : (x - 1)$

$$P(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 + 1^2 + 1 - 1 = 1 - 2 + 1 + 1 - 1 = 0$$

Exacta

4 $(x^{10} - 1024) : (x + 2)$

$$P(-2) = (-2)^{10} - 1024 = 1024 - 1024 = 0$$

Exacta

12 Comprueba que los siguientes polinomios tienen como factores los que se indican:

1 $(x^3 - 5x - 1)$ tiene por factor $(x - 3)$

$(x^3 - 5x - 1)$ es divisible por $(x - 3)$ si y sólo si $P(x = 3) = 0$.

$$P(3) = 3^3 - 5 \cdot 3 - 1 = 27 - 15 - 1 \neq 0$$

$(x - 3)$ no es un factor.

2 $(x^6 - 1)$ tiene por factor $(x + 1)$

$(x^6 - 1)$ es divisible por $(x + 1)$ si y sólo si $P(x = -1) = 0$.

$$P(-1) = (-1)^6 - 1 = 0$$

$(x + 1)$ es un factor.

3 $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$ tiene por factor $(x - 1)$

$(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$ es divisible por $(x - 1)$ si y sólo si $P(x = 1) = 0$.

$$P(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 + 1^2 + 1 - 1 = 1 - 2 + 1 + 1 - 1 = 0$$

$(x - 1)$ es un factor.

4 $(x^{10} - 1024)$ tiene por factor $(x + 2)$

$(x^{10} - 1024)$ es divisible por $(x + 2)$ si y sólo si $P(x = -2) = 0$.

$$P(-2) = (-2)^{10} - 1024 = 1024 - 1024 =$$

$(x + 2)$ es un factor.

13 Factorizar:

$$1 \quad \frac{2}{5}x^5 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{14}{15}x^3 - \frac{2}{5}x^2 \left(x^3 - 3x^2 + \frac{7}{3} \right)$$

$$2 \quad xy - 2x - 3y + 6 = x \cdot (y - 2) - 3 \cdot (y - 2) = (x - 3) \cdot (y - 2)$$

$$3 \quad 25x^2 - 1 = (5x + 1) \cdot (5x - 1)$$

$$4 \quad 36x^6 - 49 = (6x^3 + 7) \cdot (6x^3 - 7)$$

$$5 \quad x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$6 \quad x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

$$7 \quad x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2$$

$$8 \quad x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

$$9 \quad x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$$

$$10 \quad x^3 - 4x^2 + 4x = x \cdot (x^2 - 4x + 4) = x \cdot (x - 2)^2$$

$$11 \quad 3x^7 - 27x = 3x \cdot (x^6 - 9) = 3x \cdot (x^3 + 3) \cdot (x^3 - 3)$$

$$12 \quad x^2 - 11x + 30$$

$$x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 30}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{12}{2} = 6 \\ \searrow x_2 = \frac{10}{2} = 5 \end{matrix}$$

$$x^2 - 11x + 30 = (x - 6) \cdot (x - 5)$$

$$13 \quad 3x^2 + 10x + 3$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{5} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{5} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{5} = \frac{10 \pm 8}{5}$$

$$\nearrow x_1 = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

$$\searrow x_2 = \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \frac{1}{5}$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 3(x - 3) \cdot (x - 1/3)$$

$$14 \quad 2x^2 - x - 1$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} = \frac{1 \pm i\sqrt{7}}{4}$$

$$\nearrow x_1 = \frac{1 + i\sqrt{7}}{4}$$

$$\searrow x_2 = \frac{1 - i\sqrt{7}}{4}$$

$$2x^2 - x - 1 = 2(x - 1) \cdot (x + 1/2)$$

14 Descomponer en factores y hallar las raíces de:

$$1 \quad P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 - 7 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 - 3 = 0$$

2	-7	8	-3
1	2	-5	3
2	-5	3	0

$$(x - 1) \cdot (2x^2 - 5x + 3)$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 3 = 0$$

2	-5	3
1	2	-3
2	-3	0

$$(x - 1)^2 \cdot (2x - 3) = 2(x - 3/2) \cdot (x - 1)^2$$

Las raíces son: $x = 3/2$ y $x = 1$

$$2x^3 - x^2 - 4$$

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}$$

$$P(1) = 1^3 - 1^2 - 4 \neq 0$$

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 4 \neq 0$$

$$P(2) = 2^3 - 2^2 - 4 = 8 - 4 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} \mathbf{1} \quad \mathbf{-1} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{-4} \\ \mathbf{2} \quad \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{0} \end{array}$$

$$(x - 2) \cdot (x^2 + x + 2)$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$(x - 2) \cdot (x^2 + x + 2)$$

Raíz: $x = 2$.

$$3x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

$$P(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 12 \neq 0$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 12 \neq 0$$

$$P(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 12 = 8 + 12 - 8 - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} \mathbf{1} \quad \mathbf{3} \quad \mathbf{-4} \quad \mathbf{-12} \\ \mathbf{2} \quad \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{10} \quad \mathbf{12} \\ \hline \mathbf{1} \quad \mathbf{5} \quad \mathbf{6} \quad \mathbf{0} \end{array}$$

$$(x - 2) \cdot (x^2 + 5x + 6)$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$\nearrow x_1 = \frac{-4}{2} = -2$
 $\searrow x_2 = \frac{-6}{2} = -3$

$$(x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$$

Las raíces son : $x = 2$, $x = -2$, $x = -3$.

15 Encontrar el valor de k para que al dividir $2x^2 - kx + 2$ por $(x - 2)$ dé de resto 4.

$$P(2) = 2 \cdot 2^2 - k \cdot 2 + 2 = 4$$

$$10 - 2k = 4 \quad -2k = -6 \quad k = 3$$

16 Determinar el valor de m para que $3x^2 + mx + 4$ admita $x = 1$ como una de sus raíces.

$$P(1) = 3 \cdot 1^2 + m \cdot 1 + 4 = 0$$

$$3 + m + 4 = 0 \quad m = -7$$

17 Hallar un polinomio de cuarto grado que sea divisible por $x^2 - 4$ y se anule para $x = 3$ y $x = 5$.

$$(x - 3) \cdot (x - 5) \cdot (x^2 - 4) =$$

$$(x^2 - 8x + 15) \cdot (x^2 - 4) =$$

$$= x^4 - 4x^2 - 8x^3 + 32x + 15x^2 - 60 =$$

$$= x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60$$

18 Calcular el valor de a para que el polinomio $x^3 - ax + 8$ tenga la raíz $x = -2$, y calcular las otras raíces.

$$P(-2) = (-2)^3 - a \cdot (-2) + 8 = 0 \quad -8 + 2a + 8 = 0 \quad a = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \\ -2 \quad \quad -2 \quad 4 \quad -8 \\ \hline 1 \quad -2 \quad 4 \quad 0 \end{array}$$

$$(x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 4)$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2} \notin \mathbb{R}$$

No tiene más raíces reales.

19 Simplificar:

$$1 \quad \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3x} = \frac{x \cdot (x - 3)}{x \cdot (x + 3)} = \frac{(x - 3)}{(x + 3)}$$

$$2 \quad \frac{x^2 - 3x}{3 - x} = \frac{x(x - 3)}{3 - x} = \frac{-x(x - 3)}{3 - x} = -x$$

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{(x-1) \cdot (x+2)}{(x-1) \cdot (x^2-1)} = \frac{(x+2)}{(x^2-1)}$$

$$3 \quad \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} = \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{(x-3) \cdot (x-4)} = \frac{(x-2)}{(x-4)}$$

$$4 \quad \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2} = \frac{(x+1) \cdot (x-3)}{(x-2) \cdot (x+1)} = \frac{(x-3)}{(x-2)}$$

20 Operar:

$$1 \quad \frac{x+2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} =$$

$$x^3 - 1 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$\text{m.c.m.}(x^3 - 1, x - 1) = (x-1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x+2 - (x^2 + x + 1)}{(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)} = \frac{x+2 - x^2 - x - 1}{(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)} = \frac{(x^2 - 1)}{(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)} = \\ &= \frac{-(x-1)(x+1)}{(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)} = \frac{-(x+1)}{x^2 + x + 1} \end{aligned}$$

$$2 \quad \frac{x+2}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x^2-4}{x^3+8} = \frac{(x+2) \cdot (x^2-4)}{(x^2+4x+4) \cdot (x^3+8)} = \frac{(x+2) \cdot (x+2) \cdot (x^2-2x+4)}{(x+2)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-2)} =$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 4}$$

$$3 \quad \frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x} = \frac{(9-6x+x^2) \cdot (x^2-5x+6)}{(9-x^2) \cdot (3x^2-9x)} = \frac{(3-x)^2 \cdot (x-3) \cdot (x-2)}{(3+x) \cdot (3-x) \cdot 3x \cdot (x-3)} =$$

$$= \frac{(3-x) \cdot (x-2)}{3x \cdot (3+x)}$$

$$\begin{aligned}
 4 \quad & \left(x + \frac{x}{x-1}\right) : \left(x - \frac{x}{x-1}\right) = \frac{x \cdot (x-1) + x}{x-1} : \frac{x \cdot (x-1) - x}{x-1} = \\
 & = \frac{x^2 - x + x}{x-1} : \frac{x^2 - x - x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1} : \frac{x^2 - 2x}{x-1} = \frac{x^2 \cdot (x-1)}{x \cdot (x-2) \cdot (x-1)} = \\
 & = \frac{x}{(x-2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 \quad & \frac{x}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{x}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{x}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x(x+1)}{2x+1}
 \end{aligned}$$