

PROPORCIONALIDAD

Introducción

En la vida corriente utilizamos el término **PROPORCIÓN** con distintos sentidos:

Cuando decimos que alguien está **bien proporcionado** damos a este término un sentido de armonía y estética: "este niño ha crecido mucho, pero está bien proporcionado"

- Si comentamos que **el éxito de una persona es proporcional (o está en proporción) a su trabajo** ponemos de manifiesto la correlación entre estas dos variables: ÉXITO y TRABAJO.
- También solemos utilizarlo para comparar fenómenos en distintos ámbitos: "**proporcionalmente una hormiga es más fuerte que un elefante**" (el hombre no resiste las comparaciones con otros animales: un escarabajo puede levantar 850 veces el peso de su propio cuerpo. Proporcionalmente equivaldría a que un hombre levantara sobre su cabeza un tanque de 50 Tm. Una pulga puede saltar hasta 130 veces su altura. Para competir con ella un hombre debería saltar limpiamente la Giralda de Sevilla).



En matemáticas esta palabra tiene un significado más restringido que trataremos de precisar:

Consideremos los siguientes ejemplos:

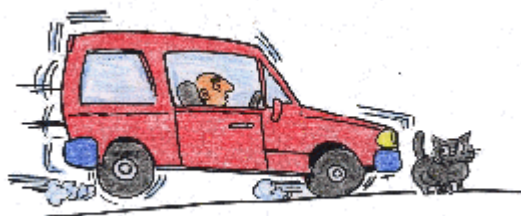
Ejemplo 1

En la siguiente tabla se relaciona la superficie de una valla a pintar y la pintura empleada.

m² de valla a pintar	1	1'5	2	4
Litros de pintura empleados	0'33	0'495	0'66	1'32

Ejemplo 2

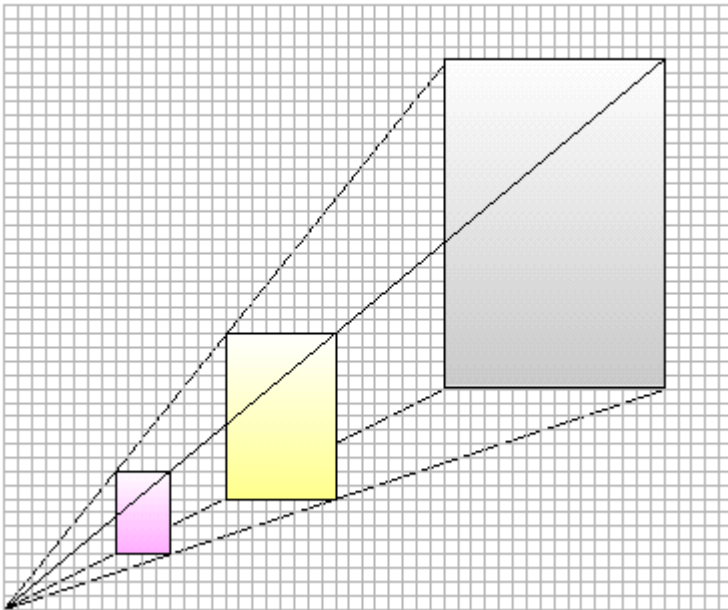
Desde que un conductor ve un obstáculo, reacciona, pisa el freno y el coche realmente se detiene, se recorre una distancia que depende de la velocidad:



Velocidad que lleva (Km/h)	20	40	60	80	100
Distancia total de detención (m)	7	20'5	39'5	64	95

Ejemplo 3

En el dibujo la altura de cada rectángulo es proporcional a su base.



Ejemplo 4

El precio de un aparcamiento es:

Tiempo	Precio
hasta 1 hora	1 €
hasta 2 horas	2 €
.....

¿es proporcional el precio al tiempo de aparcamiento?

En todos estos ejemplos existe una relación entre dos magnitudes. Además, cuando una varía provoca que varíe la otra. Podemos precisar aún más:

En el ejemplo 1:

- Al **doblo** de m^2 de valla corresponde **doblo** cantidad de litros de pintura.
- Al **triple** de m^2 de valla corresponde **triple** cantidad de litros de pintura.
- A la **mitad** de m^2 de valla corresponde la **mitad** cantidad de litros de pintura.

En el ejemplo 3:

- A **doble** base corresponde **doble** altura.
- A **triple** base corresponde **triple** altura.
- A **cuádruple** base corresponde altura.

Cuando podemos utilizar este tipo de expresiones:

a doble doble,

a mitad..... mitad,

a triple triple,

a un tercio.....un tercio,

etc

decimos que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

"La superficie de valla a pintar es **directamente proporcional** al volumen de litros de pintura".

"Las longitudes de las bases son **directamente proporcionales** a las longitudes de las alturas".

En el ejemplo 4 es conveniente observar que si sólo tomamos valores enteros puede parecer que existe proporcionalidad. No es así, como ponen de manifiesto los siguientes valores:

Tiempo	Precio
30 minutos	1 €
60 minutos	1 €
70 minutos	2 €
140 minutos	3 €

En este caso diremos que el precio del estacionamiento no es directamente proporcional al tiempo aparcado.

Proporcionalidad y tablas. Regla de tres

¿Cómo reconocer una proporcionalidad directa con tablas?

Esta tabla es de proporcionalidad directa.

Serie 1ª	2	4	6	10	12	16
Serie 2ª	0'5	1	1'5	2'5	3	4

Diagram illustrating the relationship between two series. Red arrows labeled 'x5' show the progression from 2 to 10 and from 10 to 16. Blue arrows labeled 'x3' show the progression from 4 to 12 and from 12 to 16. Similarly, red arrows labeled 'x5' show the progression from 0'5 to 2'5 and from 2'5 to 4. Blue arrows labeled 'x3' show the progression from 1 to 3 and from 3 to 4.

Observa:

Al multiplicar un valor de la 1ª serie por un número, el valor de la 2ª serie queda multiplicado por dicho número (o al revés), en consecuencia:

El cociente entre dos números correspondientes de cada serie es constante:

$$\frac{0'5}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1'5}{6} = \frac{3}{12} = \dots = 0'25$$

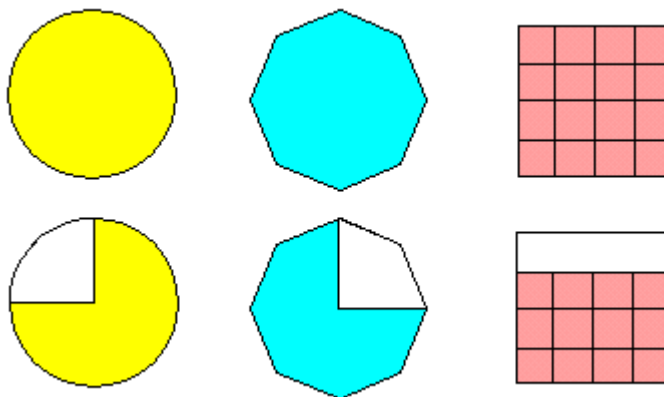
A esta constante (en el caso anterior 0'25) lo llamaremos **razón de proporcionalidad.**

Actividades

1. De las siguientes tablas de valores, di cuáles corresponden a una proporcionalidad directa:

2	7	3	3	4	-7	4	12	10
3	10'5	2	6	-8	14	3	9	7'5
2	7	3	-3	4	-7	-3	4	-7
7	12	8	15	-20	35	-5'5	1'5	-9'5

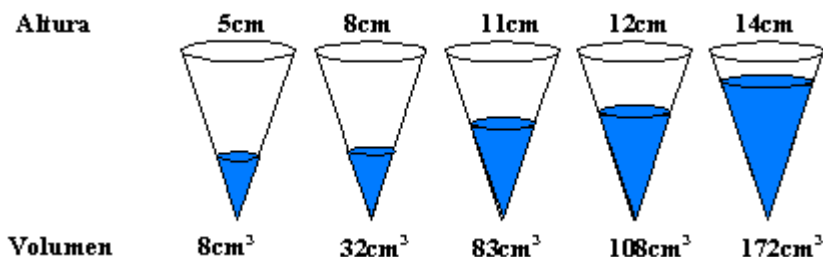
2. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad ?



3. Un estudiante pesa algunas bolas de acero. He aquí los resultados:

Diámetro	8 mm	11 mm	16	21	25
Peso	2'1 g	5'5 g	17	38'4	64'9

4. ¿ Son directamente proporcionales las magnitudes diámetro y peso?
5. Vertemos diferentes cantidades de agua en un vaso cónico. En cada vertido medimos la altura del agua y su volumen:



¿ Es el volumen directamente proporcional a la altura ?

Regla de tres directa

Si 5 Kg. de patatas cuestan 2'4 euros.¿Cuánto cuestan 7 Kg.?

Cantidad		
de patatas	Precio	
{ 5 Kg	→	2'4 euros
{ 7 Kg	→	x euros

Resolviendo:

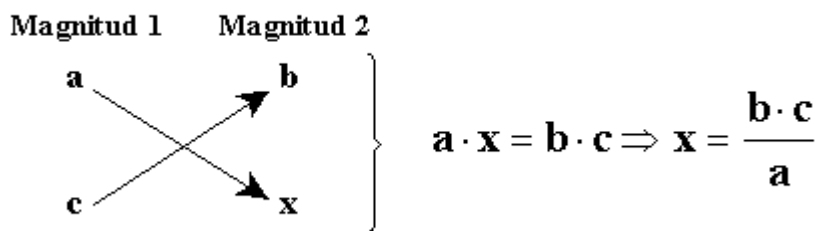
$$5 \cdot x = 7 \cdot 2'4 \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 2'4}{5} = 3'36 \text{ euros}$$

¿ Por qué efectuamos así esta regla ?

Son magnitudes directamente proporcionales y por lo tanto, los cocientes son iguales:

$$\frac{2'4}{5} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 2'4}{5}$$

En general, podemos hacer un esquema para dos magnitudes que sean directamente proporcionales:



No siempre merece la pena aplicar una regla de tres: Si con 10 litros de gasolina recorro 60 Km, con 80 l (8 veces 10 l) recorreré 8 veces más, es decir $8 \cdot 60 = 240$ Km.

Actividades

6. Completa la siguiente tabla de proporcionalidad:

2	5		4	2+5	5+4	5-2	2+5+6+4
3		9	6				

En una tabla de proporcionalidad directa

a	b	c
a'	b'	c'

se cumple que:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

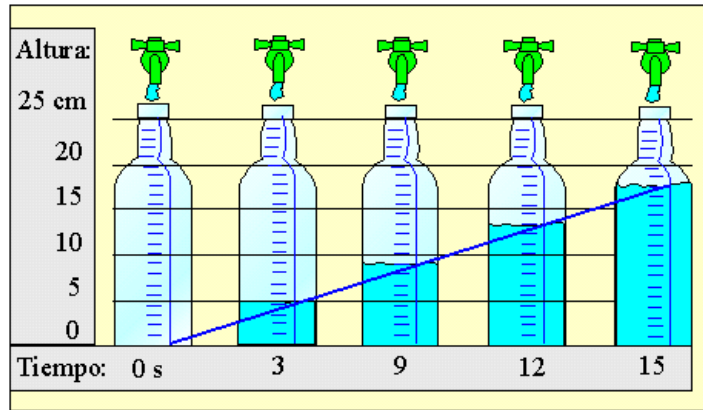
a	b	c	a+b+c
a'	b'	c'	a'+b'+c'

(y también se cumple que) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'}$

Proporcionalidad y gráficas

¿Cómo reconocer una proporcionalidad directa a partir de una gráfica?

Observa la gráfica que describe cómo se llena una botella en relación con el tiempo que está abierto el grifo



La altura del agua en la probeta es directamente proporcional al tiempo que permanece abierto el grifo.

7. La densidad del cobre es de $8'94 \text{ gr/cm}^3$. Expresa la relación entre la masa del metal y el volumen que ocupa mediante una gráfica. ¿Son estas magnitudes directamente proporcionales?

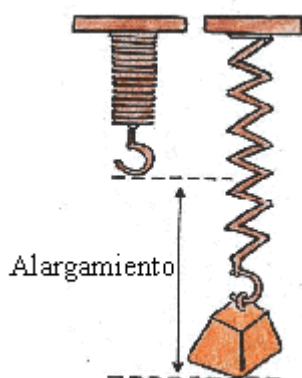
Dos magnitudes M y M' directamente proporcionales dan lugar a una gráfica de este tipo:

Si la gráfica de dos variables es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, entonces una variable es directamente proporcional a la otra.



En el ejemplo 2 comprobaste que no existe proporcionalidad. Dibuja su gráfica y observarás que no se corresponde con una línea recta que pase por el origen de coordenadas.

En situaciones reales, relaciones de proporcionalidad directa pueden quedar desvirtuadas por inexactitudes en la medida:



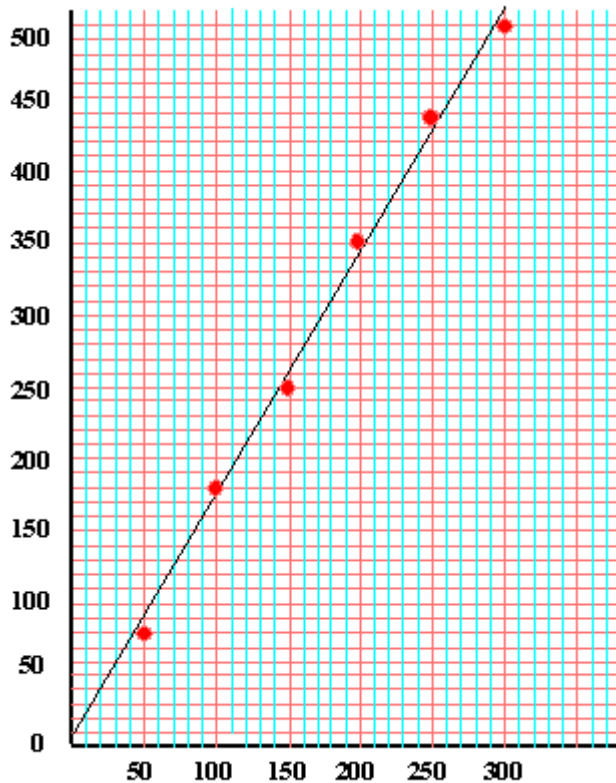
Se cuelgan diferentes masas de una muelle y se mide el alargamiento en cada momento.

Aquí tienes los resultados (m representa la masa en gramos y a el alargamiento en mm):

m	50	100	150	200	250	300
a	80	180	250	350	435	500

Cuando dibujas los puntos correspondientes, éstos no se ajustan estrictamente con una línea recta que pase por (0,0).

Sin embargo, los puntos sí se ajustan bastante a la línea dibujada en la figura de abajo.



Si analizas los puntos de la gráficas obtienes:

m	50	100	150	200	250	300
a	85	170	255	340	425	510

La razón de proporcionalidad es $k = 1'7$, es decir $a \approx 1'7 m$

Actividades de proporcionalidad y medida

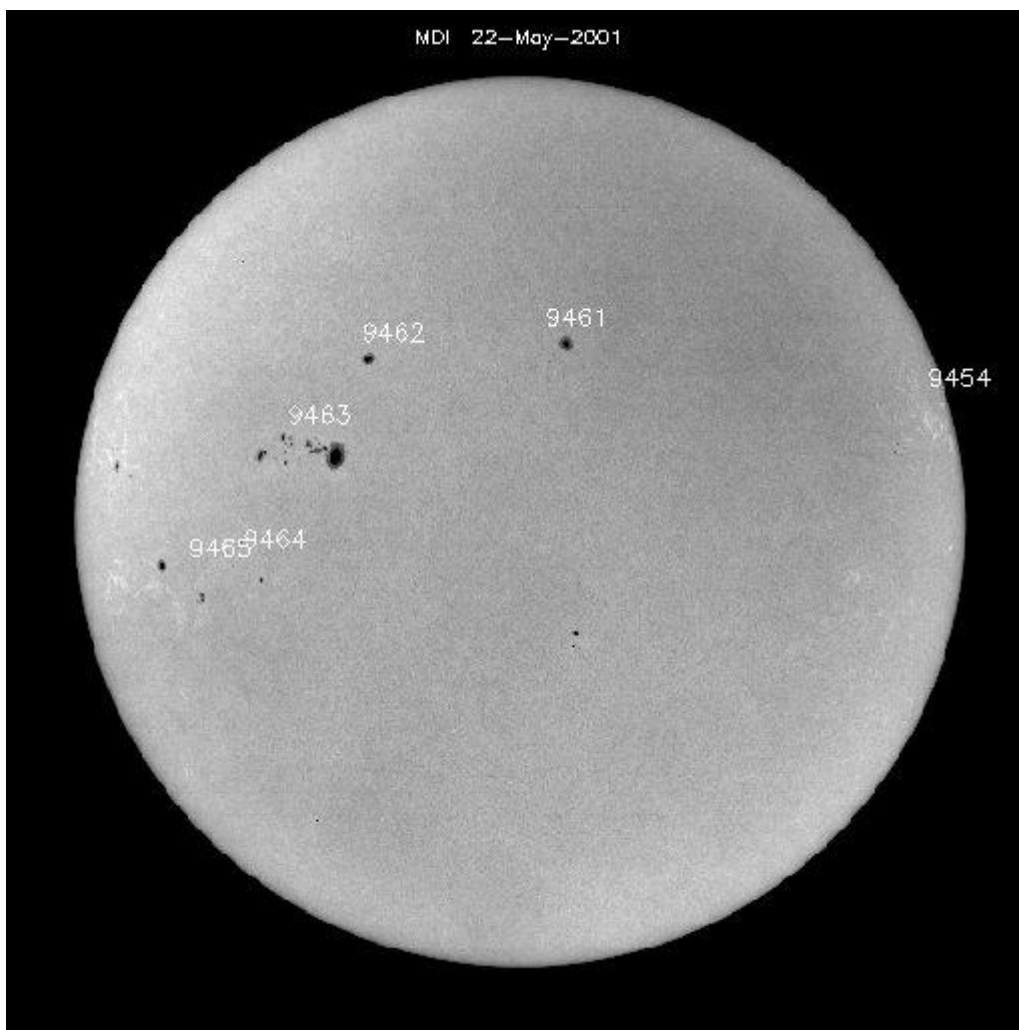
- Si el policía de la foto mide alrededor de 1'90 m de altura, estima la estatura del más bajo.

Algo normal



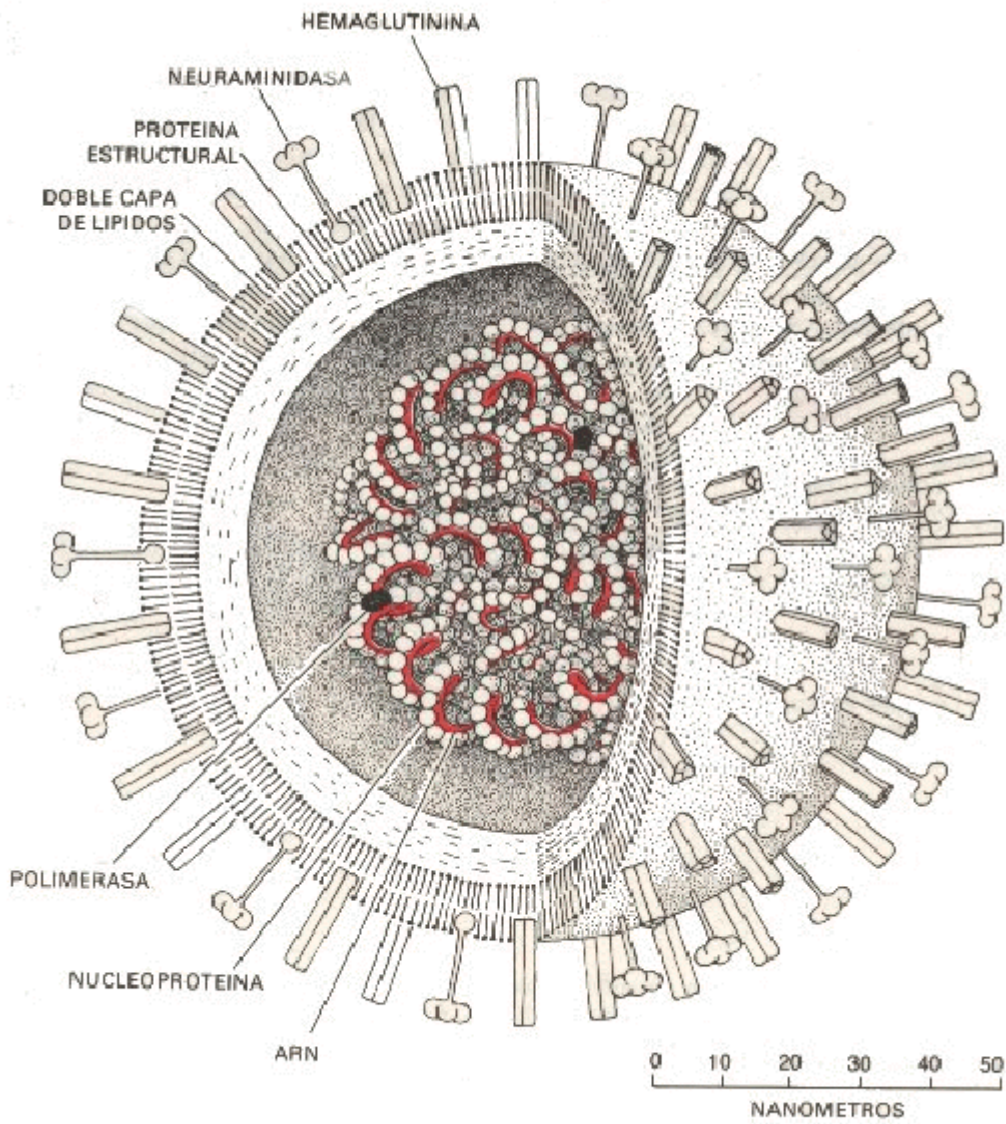
Algo muy grande

9. El radio del Sol mide 695.950 Km. Estima la superficie de la mancha solar 9463.



Y ahora algo muy, pero que muy pequeño

10. Esto es un dibujo de un virus de la gripe.

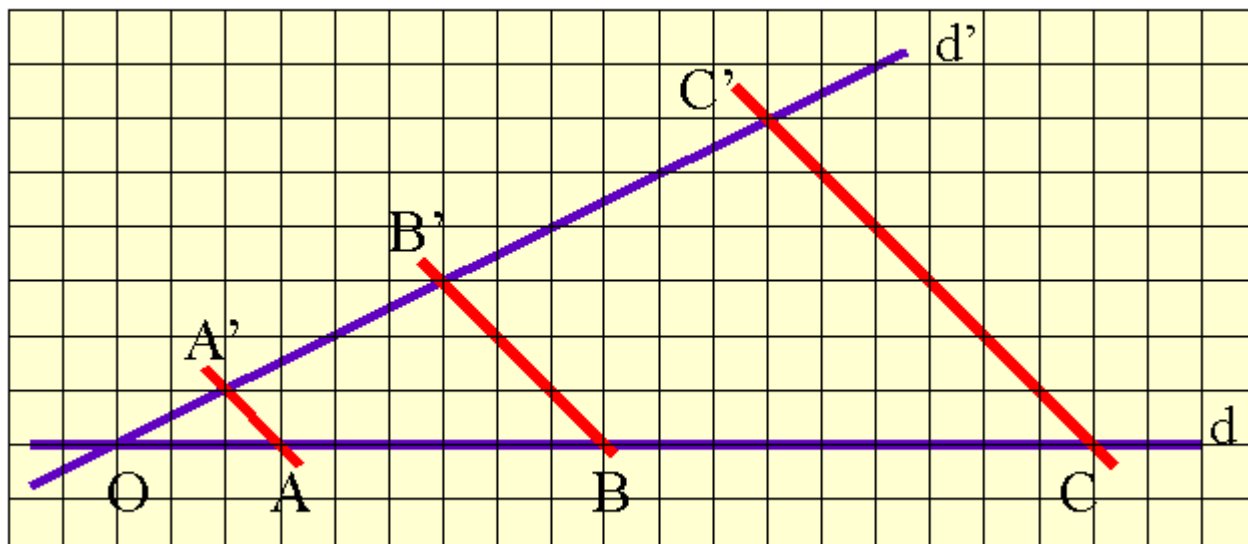


1 nanometro (1nm)= $10^{-9}m$

¿Cuál es la ampliación del microscopio?

Teorema de Thales

11. Considera dos rectas d y d' secantes en O . Consideramos tres puntos cualesquiera A , B y C sobre d y trazamos por ellos rectas paralelas que corten a d' en A' , B' y C' .



El teorema de Thales afirma que la tabla

OA	AB	BC
OA'	A'B'	B'C'

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

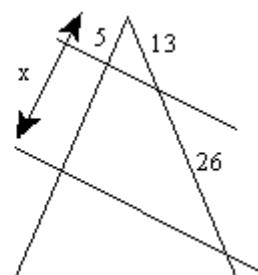
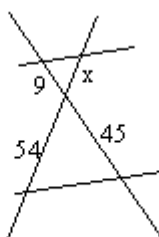
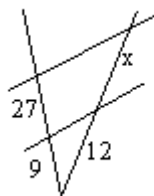
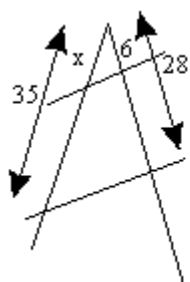
es un tabla de proporcionalidad directa, en consecuencia:

"Dos rectas secantes cortadas por paralelas dan lugar a segmentos proporcionales"

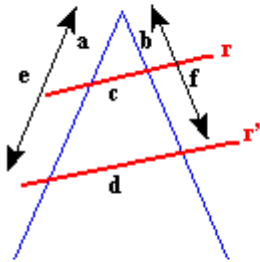
Las siguientes proporciones también son ciertas:

Actividades del teorema de Thales

12. Halla la longitud del segmento x en cada caso.

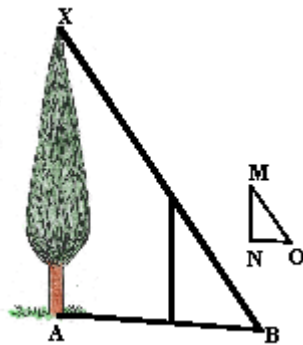


13. Completa cada fila de la tabla sabiendo que r y r' son paralelas.



a	b	c	d	e	f
7	4	5	12		
8	3	6		18	
	2		12	20	13
7		6		21	14

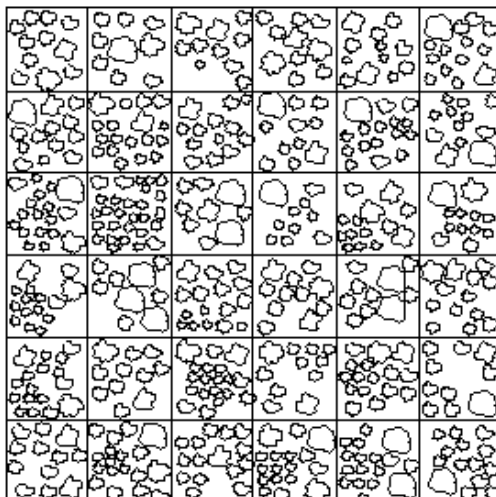
14. Extracto de un viejo libro de agrimensura: "...Nada más fácil que calcular la altura AX . Sea $MN = 1'17$ m la altura del poste; $AB = 12'45$ m y $NO = 0'9$ m. Calcula la altura del árbol"



Actividades de proporcionalidad y estimación

Estimación del tamaño de una población por muestreo.

15. Vista aérea de un bosque que muestra la posición de los árboles:



Estima el número de árboles, sin tener que contarlos todos.

16. Este método de tanteo se utiliza en Ecología y resulta bastante eficaz:

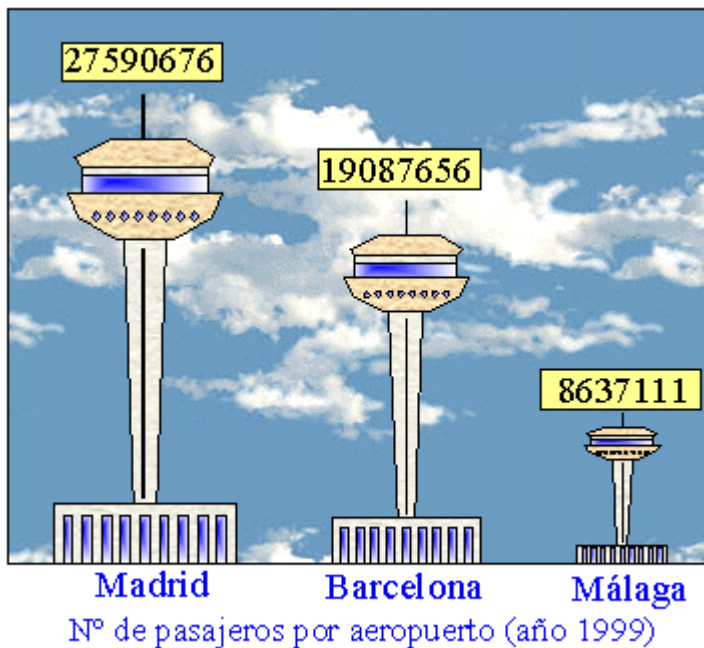


Cierto día, un grupo de biólogos recorren una finca y atrapan 77 conejos que, tras ser marcados, son puestos en libertad. Al día siguiente, capturan 95 conejos, de los que 23 están marcados. Estimar el número total de conejos que hay en la finca.

Actividades de proporcionalidad y gráficos: Pictogramas

El pictograma es la representación gráfica, mediante el dibujo de un objeto característico, de la estadística de un fenómeno.

Lo más frecuente es que la altura o el área sean directamente proporcionales a la frecuencia. En el pictograma de abajo, la altura de la torre de control es directamente proporcional al número de pasajeros.



Observa los siguientes datos sobre ventas de vehículos en 1993 (TOP AUTO febrero 1.994)

Pais	Francia	España	Portugal	Alemania	Italia
Nº de vehículos	1.721.340	745.510	242.990	3.197.370	1.890.070

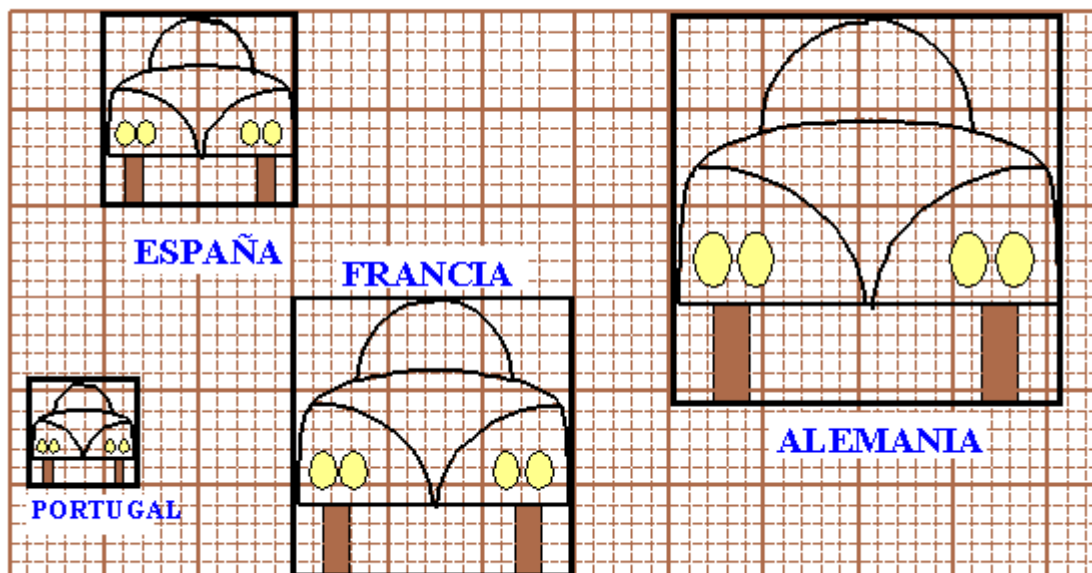
Tomamos como patrón las ventas en España, que representaremos mediante un vehículo enmarcado en un cuadrado de área 4 cm^2 . Los vehículos que simbolizan las ventas en los demás países se encuadrarán en una superficie proporcional a sus ventas respectivas.

	Nº de vehículos	de Área
ESPAÑA	754.510	4
FRANCIA	1.721.340	x
PORTUGAL	242.990	y
ALEMANIA	3.197.370	z

$x = \frac{4 \cdot 1.721.340}{754.510} \approx 9.236 \text{ cm}^2$, es decir, el coche francés habrá que enmarcarlo en un cuadrado de

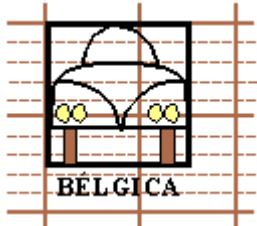
lado $\sqrt{9.236} \text{ cm} \approx 96 \text{ cm}$; el portugués en uno de lado $\sqrt{1.303} \text{ cm} \approx 36 \text{ cm}$ y el alemán en otro de lado $\sqrt{17.155} \approx 131 \text{ cm}$

El pictograma queda así:



17. Dibuja el vehículo que representa los vehículos vendidos en Italia.

18. El dibujo de la figura corresponde a la venta de vehículos en Bélgica. Realiza una estimación de la misma.



19. Sabiendo que la población española es de 37 millones y la de Portugal de 10.250.000 ¿En qué país se vendieron más vehículos en proporción al número de habitantes?

Proporcionalidad inversa

Actividades de introducción

20. Se quieren transportar 1.200.000 Kg. de patatas de un almacén a distintas tiendas. En un determinado tipo de camión caben 8.000 Kg. ¿Cuántos viajes tendrá que hacer para transportar las patatas?. ¿Y si tuviéramos 3 camiones?

Observa que:

a doble nº de camiones, la mitad de viajes.

a triple nº de camiones, la tercera parte de viajes.

Completa la tabla:

Nº de camiones	de 1	2	3	5	8
Nº de viajes	150	75	50		

¿Cómo son los productos correspondientes?

Representa estos datos a unos ejes: en el eje horizontal Nº de camiones, y en el vertical Nº de viajes.

21. A 0º de temperatura, el volumen en litros, y la presión de un gas, medida en atmósferas, determinan la siguiente tabla:

Volumen (en litros)	10	4'8	5	
Presión (en atmósferas)	2'24	0'5		1

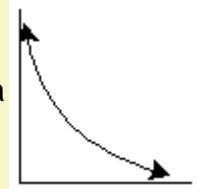
22. ¿Cómo son los productos correspondientes?
23. Lleva estos datos a una gráfica.

Dos magnitudes **A** y **B** que toman como valores:

A	a	b	c	z
B	a'	b'	c'	z'

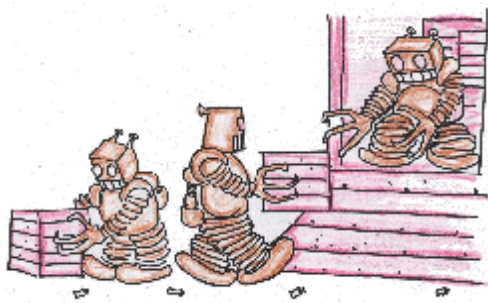
son **inversamente proporcionales** cuando se verifica que $a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = \dots = z \cdot z'$. El valor común de estos productos se llama **razón de proporcionalidad** y lo representaremos con la letra **k**.

Además si dos magnitudes son inversamente proporcionales dan lugar a una gráfica del tipo:



llamada **hipérbola**.

Regla de Tres Inversa



24." Si 2 robots tardan 7 días en hacer un trabajo, ¿cuánto tardarán 4 robots?"

Robots	Días	}	$2 \rightarrow 7$
			$4 \rightarrow x$

Son magnitudes inversamente proporcionales, por lo tanto los productos han de ser iguales: días

$$2 \cdot 7 = 4x \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 7}{4} = 3,5$$

En general:

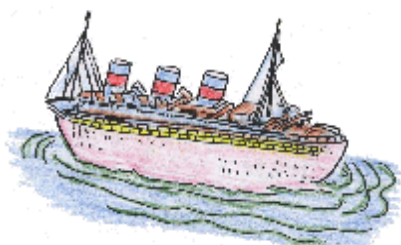
Magnitud 1	Magnitud 2	
a	b	}
c	x	

$$a \cdot b = c \cdot x \Rightarrow x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Proporcionalidad Compuesta

25. La proporcionalidad compuesta nos permite resolver problemas en los que intervienen más de dos magnitudes que mantienen entre sí relaciones de proporcionalidad.

Actividades resueltas



26.a) Un crucero por el Mediterráneo para 200 personas durante 15 días necesita, para gastos de alojamiento y comida, 54.000 €. ¿Cuánto se gastará para alojar y alimentar a 250 personas durante 10 días?

G = Gastos	P = N° de personas	D = N° de días
54000 €	200 personas	15 días
x €	250 personas	10 días

Veamos qué relación de proporcionalidad, directa o inversa, mantiene la magnitud **G** de la incógnita con las otras dos magnitudes. Es fácil observar que si **P** es constante entonces "a doble número de días ,doble gasto; o que a triple número de días triple gasto ; o que si reducimos las vacaciones a la tercera parte, el gasto se reducirá a la tercera parte;..... Resumiendo **G** es directamente proporcional a **D**.

De igual manera, si **D** es constante entonces **G** es directamente proporcional a **P**.

En la siguiente tabla intentaremos reducir el estudio de las magnitudes conocidas (en este caso personas y días) a uno.

Gastos (€)	Personas	Días
54000	200	15
$\frac{1}{200} \cdot 54000$	1	15
$\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{200} \cdot 54000$	1	1
$\frac{10}{15} \cdot \frac{1}{200} \cdot 54000$	1	10
$\frac{10}{15} \cdot \frac{250}{200} \cdot 54000$	250	10

Por lo tanto:

$$x = \frac{10}{15} \cdot \frac{250}{200} \cdot 54000 = 45000$$

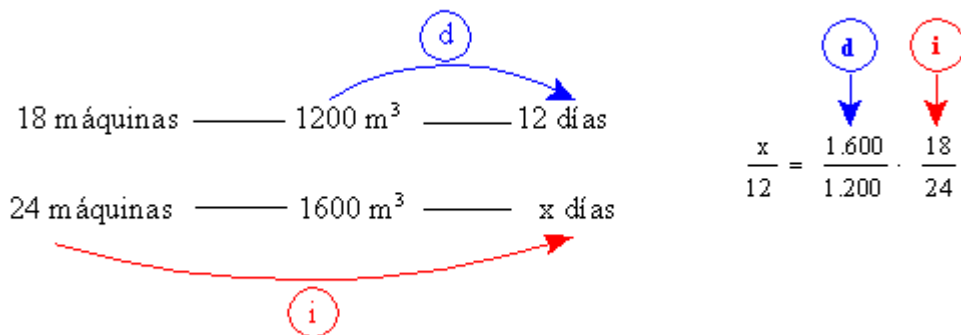
Escrito de otra forma:

The diagram illustrates the derivation of the equation $\frac{x}{9.000.000} = \frac{10}{15} \cdot \frac{250}{200}$. On the left, a table-like structure shows the values: 9.000.000, x, 15, 10, 200, and 250. Blue arrows indicate the relationships: a top arrow from 9.000.000 to 15 is labeled with a circled 'd'; a bottom arrow from 10 to 250 is also labeled with a circled 'd'. On the right, the equation $\frac{x}{9.000.000} = \frac{10}{15} \cdot \frac{250}{200}$ is shown, with blue arrows pointing from circled 'd' labels above the 10 and 250 to the corresponding terms in the equation.

27.b) Si 18 máquinas mueven 1200 m^3 de tierra en 12 días, ¿cuántos días necesitarán 24 máquinas para mover 1600 m^3 de tierra?

Con un mismo nº de máquinas, para mover doble o triple cantidad de tierra, se necesitarán el doble o el triple número de días, respectivamente. Por lo tanto la relación de proporcionalidad es directa.

Para una misma cantidad de m^3 de tierra, doble o triple cantidad de máquinas tardarán la mitad o la tercera parte, respectivamente. Por tanto, esta relación de proporcionalidad es inversa.



y
despejando,
 $x = 12$.

Actividades

28. En un mes, un equipo de 22 hombres ha realizado una calle de 16 m. ¿Cuántos metros realizarán 15 hombres en 22 días?

29. Una guarnición de 1.800 hombres tiene víveres para tres meses con raciones de 800 gr/día. ¿Cuál debería ser la ración si hubiese 2.100 hombres y los víveres tuvieran que durar 4 meses?

Interés simple

Si Juan presta a Pedro 30 € durante un cierto tiempo, éste tendría motivos para estarle agradecido. En las operaciones de comercio la gratitud no se espera; tales favores se pagan y el pago constituye el llamado **interés del capital**. Así, si Pedro devuelve 33 €, 3 es el interés de los 30 € prestados.

El interés i es directamente proporcional al capital C y al tiempo t transcurrido: suponemos que un mismo capital producirá doble o triple interés en el doble o el triple de tiempo y que en un mismo tiempo doble o triple capital producirá doble o triple interés.

Actividad resuelta

Calcula el interés i que produce un capital $C = 7.600$ € durante $t = 40$ días al 6 % anual (llamado **rédito, tasa o tanto por ciento**).

	Capital	Interés	Tiempo (en días)
6% anual	100	6	360
	7600	i	40

Un capital de 100 € genera un interés de 6 € en un año comercial de 360 días.

Recordando la proporcionalidad compuesta:

$$\frac{i}{6} = \frac{7.600}{100} \cdot \frac{40}{360}, \text{ es decir, } i = \frac{7.600 \cdot 6 \cdot 40}{36.000}$$

Si en lugar de 7.600 utilizamos un capital C cualquiera; en lugar del 6 % utilizamos un rédito r y en lugar de 40 días utilizamos un tiempo t cualquiera obtenemos las fórmulas del interés:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{36.000} \text{ (t en días), } i = \frac{C \cdot r \cdot t}{1.200} \text{ (t en meses), } i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \text{ (t en años).}$$

De estas fórmulas pueden deducirse otras que den el capital en función del interés, rédito y tiempo; el tiempo en función del capital, interés y rédito; y el rédito en función del tiempo, capital e interés.

Actividades

30. Qué interés produce un capital de 10.000 € en 10 años con un rédito del 5'25%.

31. Calcular el capital que debe imponerse 3 años al 5 % para que los intereses sean de 60.000 €

32. Un capital de 10.000 € impuesto al 3 % produce 3.960 €. Calcular el tiempo de imposición.

Repartos Proporcionales

Actividad resuelta de repartos directamente proporcionales

Un padre regala a sus dos hijos 1000 €. para que se las repartan de forma directamente proporcional a sus edad que son 8 y 12 años ¿Cuánto corresponde a cada uno?.

Si llamamos x a la cantidad que corresponde al pequeño e y al mayor, $x + y = 1.000$.

Edad	8	12
Cantidad	x	y

Es una tabla de proporcionalidad directa por lo que se $\frac{x}{8} = \frac{y}{12}$ cumple: con la condición de que $x + y = 1.000$.

Se puede resolver utilizando la $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{a+b}{a'+b'}$ propiedad En este caso:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{x+y}{8+12}$$

Por lo $\frac{x}{8} = \frac{1.000}{20} \Rightarrow x = 8 \cdot 50 = 400$ $\frac{y}{12} = \frac{1.000}{20} \Rightarrow y = 12 \cdot 50 = 600$ tanto: y

El pequeño recibe 400 y el mayor 600.

33. Juegas a la lotería con un décimo de 20 €. para el que tú pusiste 7 y tu amigo 13. Si os toca un premio de 180000 €. ¿Cuánto debería de corresponder a cada uno?

Actividad resuelta de repartos inversamente proporcionales

Reparte 24.000 € en partes inversamente proporcionales a 2 y 3.

La tabla:

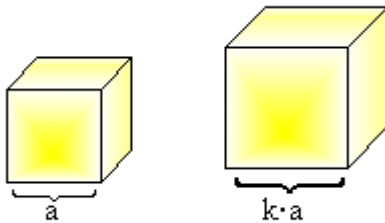
a....	2	3
...le corresponde	x	y

es de proporcionalidad inversa por lo que sus productos son iguales: $2 \cdot x = 3 \cdot y$ es decir,

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{5}$, y como $x + y = 24.000$, resolviendo, se obtiene que $x = 14.400$ e $y = 9.600$.

Las dos aplicaciones más importantes de los repartos proporcionales son las llamadas reglas de compañía y reglas de aligación:

Áreas y volúmenes de figuras proporcionales



	cubo 1 1	cubo 2 2	razón de proporcionalidad
arista	a	ka	$\frac{ka}{a} = k$
área lateral	$6a^2$	$6(ka)^2 = 6k^2a^2$	$\frac{6k^2a^2}{6a^2} = k^2$
volumen	a^3	$(ka)^3 = k^3a^3$	$\frac{k^3a^3}{a^3} = k^3$

Si la razón entre líneas es k, entonces la razón entre áreas es k² y la razón entre volúmenes es k³

Reglas de Aliación: Mezclas y Aleaciones

Mezclas

Actividad resuelta

Si mezclamos 20 Kg de una sustancia cuyo precio es de 50 €/Kg. con 30 Kg. de otra cuyo precio sea de 30 €/Kg. Obtenemos una mezcla. ¿Cuál es el precio del Kg de mezcla?

Evidentemente, el precio de la mezcla ha de ser proporcional a la cantidad de mezcla y, por tanto, (20+30) Kg de mezcla costarían 20·50+30·300 €.

Cantidad de mezcla	de	20+30	1
Precio de la mezcla	de la	20·50+30·300	x

$$\frac{20 \cdot 50 + 30 \cdot 30}{20 + 30} = \frac{x}{1} \Rightarrow$$

Resolviendo:

$$x(\text{precio de un kg de mezcla}) = \frac{\text{Precio total de la mezcla}}{\text{Cantidad de mezcla}}$$

También se puede plantear el problema inverso:

Se desean 150 Kg de mezcla de las sustancias anteriores que resulte a 45 €. el kilogramo. ¿Cuánto deberá ponerse de una y de otra ?.

Llamemos C a la cantidad de la de 50 € el Kg. Por lo tanto, 150 - C será la cantidad de sustancia de 30€

$$45 = \frac{50 \cdot C + 30 \cdot (150 - C)}{150}$$

Por (1): y resolviendo, C = 112'5.

C = 112'5 Kg de sustancia de 50 €/kg y 150 - C = 47'5 Kg de sustancia a 30 €/Kg.

Aleaciones

Para mejorar ciertas cualidades de los metales se suelen "alea" con otros, es decir, se funden con éstos hasta constituir masas homogéneas, llamadas aleaciones. Para fijar la proporción en que entran los metales fundidos se suele dar la cantidad de cada metal

contenida en cada unidad, o cien o mil unidades, de peso de la aleación, es decir se fijan los tantos por uno, por cien o por mil de cada metal.

Así, por ejemplo, si nos dicen que un bronce tiene el 83% de cobre, el 9% de estaño, el 5% de cinc y el 3% de plomo, significa que:

En cada 100 Kg de aleación hay 83 Kg de cobre, 9 Kg de estaño, 5 de cinc y 3 Kg de plomo.

Actividades resueltas

a) Calcular el peso de cada uno de los metales que debemos tomar para fundir una pieza de bronce de 400 kg de peso y con la composición indicada.

El problema se reduce a repartir proporcionalmente 400 entre las cantidades 83, 9, 5 y 3.

83	9	5	3
x	y	z	t

$$\frac{x}{83} = \frac{y}{9} = \frac{z}{5} = \frac{t}{3} = \frac{400}{100}$$

Por lo tanto $x = 4'83$, $y = 4'9$, $z = 4'5$, $t = 4'3$.

b) Se han fundido 300 Kg. de una aleación de cobre y cinc que tiene 0'92 por uno de cobre (0'08 de cinc) con 200 Kg. de otra aleación con los mismos materiales con 0'85 por uno de cobre (0'15 de cinc). Calcular los tantos por uno de cobre y cinc de la aleación resultante:

Cantidad de cobre en la 1ª aleación:.... $0'92 \cdot 300 = 276$ Kg

Cantidad de cobre en la 2ª aleación:.... $0'85 \cdot 200 = 170$ Kg

Cantidad total de cobre.....= 446 Kg

Tanto por uno de cobre:..... $446 : (300 + 200) = 0'892$

Tanto por uno de cinc :..... $1 - 0'892 = 0'108$

Actividades

34. Un almacenista tiene aceites de 120, 9n ef0, 60 y 50 ptas. el litro y desea mezclarlo para venderlo al precio medio de 77 ptas. ¿En qué proporción se realizará la mezcla? (27,17,13,43)

35. Mezclamos 6 kg. de café de 4'2 € el kg con cierta cantidad de café de 3 €. y queremos que la mezcla resulte a 3'8 € el kg. ¿Qué cantidad debemos tomar de la 2ª clase?

36. Se mezclan dos líquidos de densidades 1'2 y 0'8 ¿Qué cantidad hay que tomar de cada clase para tener una mezcla de 3 litros y densidad 0'9?

Actividades finales

Proporcionalidad directa

37. Halla x e y de esta tabla de proporcionalidad directa:

Serie 1	0'3	0'9	1'5	3	y	6
Serie 2	1	3	x	10	15	20

38. ¿Son directamente proporcionales el lado de un cuadrado y el área?

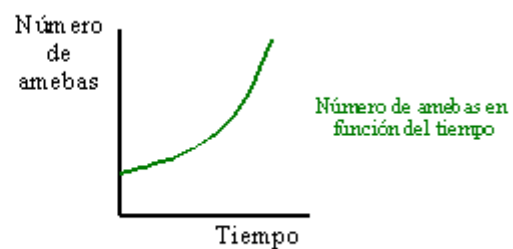
Lado del cuadrado	1	2	3	4
Área del cuadrado	1	4	9	16

39. ¿Son proporcionales las series $\{3,5,8,-2\}$ y $\{10^3,10^5,10^8,10^{-2}\}$?

¿Y la series $\{7^3, 2^3, 14^3\}$ y $\{7^5, 2^5, 14^5\}$?

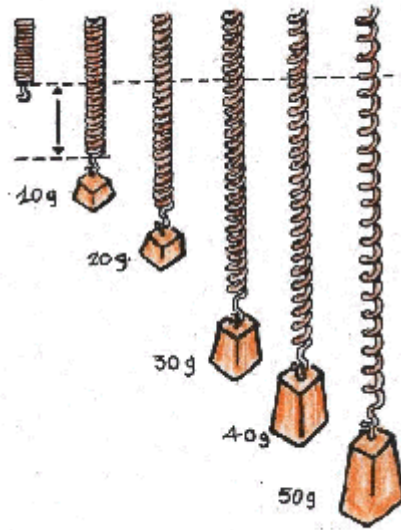
40. Calcula el valor de x para que las series $\{x-1,2\}$ y $\{x+3,3\}$ sean proporcionales. Resuelve la misma cuestión con las series $\{14x,7\}$ y $\{x+7,-3\}$.

41. Las siguientes gráficas muestran la relación entre pares de magnitudes. ¿Cuáles corresponden a una proporcionalidad directa?



42. El alargamiento de un muelle es proporcional a la masa suspendida:

¿Cuál es la longitud de un muelle cuando colgamos una masa de 80 gr?



Con un muelle, pesamos una masa m produciendo un alargamiento a :

m	50	100	150	200	250	300
a	60	140	190	270	320	400

Dibuja los ejes y los 6 pares de puntos.

Dibuja una recta desde (0,0) que se **ajuste** a estos puntos.

Calcula la razón de proporcionalidad para esta recta.

43. Estos valores de la variable P y Q han sido obtenidos en un experimento:

P	1'5	2'1	2'7	3'4	4'0	5'0
Q	0'4	1'5	2'4	3'5	4'6	6'1

Lleva estos datos a una gráfica.

¿Es **Q** aproximadamente proporcional a **P**?

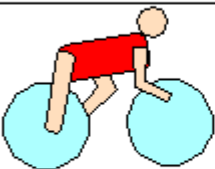
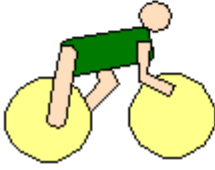

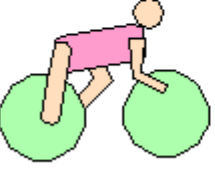
¿Cuál es la ecuación que relaciona **P** y **Q**?

44. En la temporada 96/97 el jugador argentino apodado "Pataflaca" marcó 9 goles de 12 penaltis que lanzó. En el país vecino, el jugador apodado "O rei da Samba" marcó 10

tantos de 13 penaltis que lanzó. ¿Qué jugador fue más afortunado, es decir, quién tuvo mayor proporción de éxito?

Giro de Italia

45. Contrarreloj Grosseto-Follonica de 44 Km. del Giro de Italia, disputada el 29 de mayo de 1994.

		Km 21'5	Km 33	Km 44
	Berzin	25' 33"	38' 43"	50' 46"
	De Las Cuevas	26' 16"	39' 43"	52' 02"
	Bugno	26' 34"	40' 17"	52' 27"
	Indurain	27' 04"	40' 56"	53' 20"

Si estos corredores hubieran mantenido el mismo ritmo que durante los 21'5 Km iniciales, ¿cuáles serían los tiempos en el control situado a los 33 Km?. ¿Y en la meta?

Escalas

46. En cierto mapa, cada centímetro medido representa en la realidad 32 Km. Se dice entonces que el mapa está hecho a **escala 1:32**. Completa la tabla siguiente:

Realidad	80 Km		50 Km	32 Km
Mapa	2'5 cm	3 cm		1 cm

Proporcionalidad y cambios de unidad

47. La tabla siguiente recogía, en cierta fecha, el cambio de moneda española respecto a la portuguesa:

100 Escudos	1000	5000	7000	10000	
112'86 ptas	1128'6	5643			17929

Complétala.

Proporcionalidad y química

48. La Ley de Proust, o de las proporciones constantes, afirma que cuando dos sustancias se combinan para formar un compuesto determinado lo hacen siempre en la misma proporción.

El hierro y el azufre se combinan, para dar una nueva sustancia: el sulfuro de hierro, siempre en la misma proporción de 7 partes en peso de hierro por cada 4 partes en peso de azufre.

7 gr de hierro se combinan íntegramente con 4 gr de azufre.

7 Kg de hierro se combinan íntegramente con 4 Kg de azufre.

2·7 Kg de hierro se combinan íntegramente con 2·4 Kg de azufre.

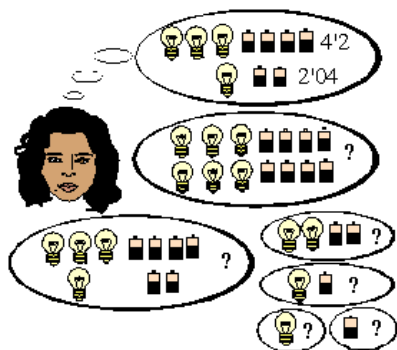
8·7 Kg de hierro se combinan íntegramente con 8·4 Kg de azufre.

Si combinas 7 Kg de hierro con 5 Kg de azufre, ¿qué obtienes?

¿Y si combinas 9 Kg de hierro con 4 Kg de azufre?

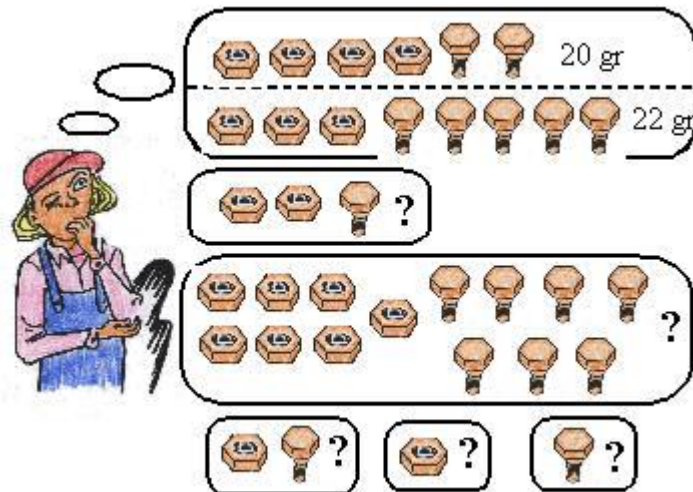
Rompecabezas

49. 3 bombillas y 4 pilas cuestan 4'2 € y una bombilla y 2 pilas cuestan 2'04 €.



Averigua los otros precios indicados.

Otro rompecabezas



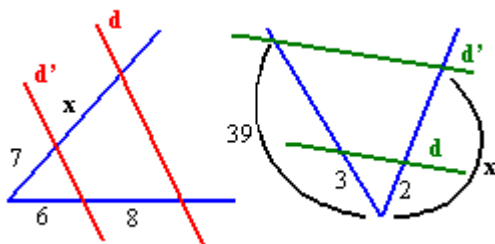
50. Pascual es repartidor de leche y de huevos. Reparte diariamente y pasa factura al final de la semana. Este es su bloc de notas:

Dirección	Leche (litros)	Huevos (docenas)	a pagar...
Arroyo 1	18	3	15'6 €
Arroyo 2	7	2	7'15 €
Arroyo 3	25	5	
Arroyo 4	11	1	
Arroyo 5	22	2	
Arroyo 6	15	0	

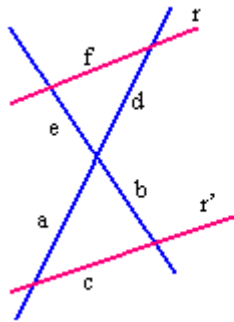
51. Sólo tiene anotados los precios que tienen que pagar los dos primeros clientes. Ayúdalo a completarlo.

Teorema de Thales

52. Calcula en cada caso la longitud x sabiendo que las rectas d y d' son paralelas.



53. Completa la tabla sabiendo que r y r' son paralelas.



a	6	10		9
b	3	8	21	
c	5	16	18	
d	4		7	3
e			14	6
f		12		4

Proporcionalidad inversa

54. Si 4 máquinas tardan 10 días en terminar una obra, ¿cuánto tardarían el doble de máquinas?. ¿Y la mitad de máquinas?. ¿Y el triple de máquinas?.

Nº de máquinas	4	8	2
Tiempo empleado	10		

55. ¿Son inversamente proporcionales?

a) La ración individual de un cuartel (de provisión fija) y el número de soldados?

b) El nº vestidos que se puede cortar de una tela y la cantidad de tela por vestido. ¿Es rigurosamente cierta esta proporcionalidad?

c) El tiempo que tarda en llenarse un depósito depende del ancho, del alto y del largo del mismo, de la sección del caño que lo llena y de la velocidad del líquido que pasa por este caño. Indica las magnitudes que son directamente proporcionales y las que son inversamente proporcionales al tiempo.

56. ¡No te dejes llevar por la rutina! Yo sólo tardo 4 horas en regar el jardín y otras tantas en recorrer 20 Km. A ti te ocurre lo mismo. ¿Cuánto tardaremos los dos juntos?

57. En un experimento Juan obtiene los siguientes resultados:

Longitud de onda (m)	0'1	0'2	0'3	0'4	0'5
Frecuencia (hertzios)	1650	820	550	410	350

Sospecha que la relación entre la frecuencia f y la longitud de onda L es de proporcionalidad inversa.

Dibuja la gráfica de la frecuencia en función de la longitud de onda.

¿Es cierta la sospecha de Juan?

Escribe la ley que relacione F con L .

58. La densidad de un gas es inversamente proporcional a su volumen. Si conoces que para un densidad de $1'6 \text{ Kg/m}^3$ el volumen es $2'1 \text{ m}^3$. Halla:

a) La densidad cuando el volumen es $2'4 \text{ m}^3$.

b) El volumen si la densidad es $0'6 \text{ Kg/m}$.

c) La fórmula que relacione la densidad con el volumen.

59. Con las provisiones de forraje, un pastor puede alimentar durante el invierno un rebaño de 36 cabezas durante tres meses. ¿Cuántos animales debe vender para poder alimentar a su rebaño durante 5 meses?.

60. Una rueda de 3 m de desarrollo da 178 vueltas para recorrer una determinada distancia. Calcular el número de vueltas que habrá de dar otra rueda de $1'20 \text{ m}$. de desarrollo.

Proporcionalidad compuesta

61. Una gallina y media pone 1 huevo y medio en 1 día y medio, ¿cuántos huevos pondrán 9 gallinas en 9 días?

62. Un motor funcionando durante 10 días y trabajando 8 horas diarias ha originado un gasto de 1200 ptas. ¿Cuánto gastará el motor funcionando 18 días a razón de 9 horas diarias?.

63. Con 15 máquinas de escribir durante 6 horas, se escriben 220 folios. ¿ Cuantos folios se escribirán con 45 máquinas durante 12 horas?.

64. Con 14 rollos de moqueta se ha cubierto un pasillo de 16 m. de largo por 75 cm de ancho. ¿Cuál será la longitud del pasillo de otra casa cuya anchura es de 80 cm si se han necesitado 12 rollos?.
65. Un caminante recorre 120 Km. andando 8 horas diarias durante 5 días. ¿Cuántas horas necesitará para recorrer 129 Km en 12 días?.
66. Un depósito puede suministrar 12 litros diarios de agua para 25 familias durante 150 días. ¿Cuántos litros podrán suministrar a 40 familias durante 200 días?.

Interés

67. A qué rédito debe colocarse un capital de 625.000 €. para que en 200 días produzca 15.000 €.
68. Dos capitales difieren en 20.000 €. El menor está colocado al 5 % y el mayor al 4 %. Ambos dan el mismo interés. Halla el capital más pequeño.
69. Calcular el tiempo que debe estar impuesto un capital, para que se cuadruplique, al 6 %
70. Dos capitales de 300000 y 700000 €. respectivamente depositados a distinto rédito, producen juntos 43000 € cada año. Si los réditos se invierten, los intereses de un año suman 47000. Hallar los dos réditos.

Repartos proporcionales

71. Dos socios en el primer año de su negocio, obtienen un beneficio de 30.000 €. ¿Cuánto corresponde a cada uno si el 1º apporto 30.000 y el 2º 70.000 €?.
72. Un pescador tiene 5 truchas y otro 4. Encuentran un cazador sin comida y acuerdan asar y comer los tres a partes iguales, las 9 truchas. El cazador da 21 € . ¿Cuanto debe recibir cada pescador?

73. Dos pueblos colindantes desean construir, conjuntamente y para común utilización, un pabellón deportivo, cuyo presupuesto es de 600.000 €. Si la cantidad aportada por cada pueblo es proporcional al número de habitantes, y el número de éstos es de 17.500 y 62.500. Calcular la aportación de cada pueblo.

74. Un padre francés, de los tiempos del franco, tenía cuatro hijos de 7, 10, 11 y 12 años. Todos estaban de acuerdo en repartir la paga del mes proporcionalmente a la edad de cada uno.

Cierto año, durante cada mes repartía 400 francos. ¿Qué parte correspondía a cada hijo?

Al año siguiente, el padre decidió entregar 440 francos de paga mensual, aumentando en un 10% la parte de cada niño. Sin embargo el más pequeño protestó por que se sentía perjudicado. ¿Tenía razón?

75. En una urbanización, se realizan unos trabajos de saneamiento con un importe de 24.000 €. El coste está repartido proporcionalmente según la superficie: 750 m², 840 m², 650 m² y 960 m². ¿Qué parte ha de pagar cada propietario?

Mezclas

76. Deseamos obtener 100 HI de vino de precio 3 €. el litro, mezclando vinos de precios 3'5 y 2'3 €. ¿cuántos litros hemos de mezclar de cada clase?

77. Un joyero tiene 3 lingotes de oro, uno de 70 gr., a la ley de 0'91, otro de 90 gr a la ley de 0'9 y otro de 40, a la ley de 0'86. Los funde . ¿Cuál será la ley del nuevo lingote?

Nota: ley del lingote: cantidad de metal fino del lingote/peso total de éste .

Tenemos 2 lingotes de oro, uno a la ley de 0'8 y otro a la ley de 0'9. ¿ En qué proporción debemos mezclarlos para obtener un nuevo lingote a la ley de 0'86 ?.

78. Se ha de mezclar 62'5 litros de un líquido de densidad 0'98, con otro de densidad 0'9 para obtener una mezcla de densidad 0'95. ¿qué cantidad ha de añadirse al 2º líquido?

79. Por cada 40 Kg de agua salada hay 3'4 Kg de sal. ¿ Qué peso de agua hay que añadir para que 40 Kg de la nueva mezcla no contengan más de 2 Kg de sal?

Proporcionalidad y geometría

80. Determinar las dimensiones de un rectángulo de área 378 m^2 y cuyos lados sean proporcionales a 7 y a 9.

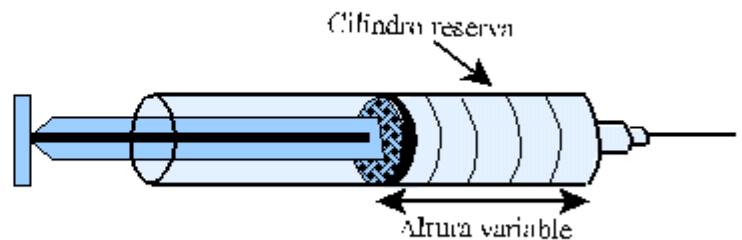
81. Las medidas de los ángulos de un triángulo son proporcionales a los números 2, 3 y 5. Calcula la medida de estos ángulos.

La jeringa

82. "El depósito" de una jeringa es un cilindro de base fija y altura variable. Supongamos que el área de la base de ese cilindro es de $1'2 \text{ cm}^2$.

Completa la tabla.

Altura (cm)	1	2	3	...8
V ol. cilindro (cm ³)				



Dibuja una gráfica representando el volumen en función de la altura.

¿Es el volumen proporcional a la altura?

Cierta jeringa contiene 8 cm^3 cuando su "altura" es de 5 cm. Cuánto contendrá si su altura fuera de 4 cm.

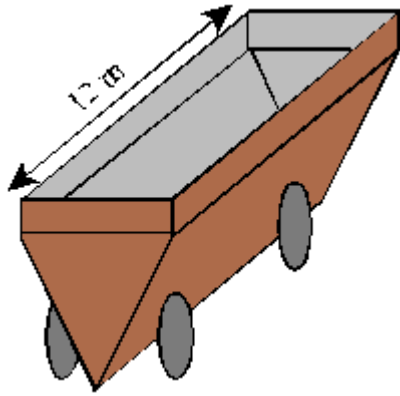
83. Área de un disco

Completa la tabla:

Radio R	0	1	2	3	4	5	10	20
Área del disco								

¿Es el área del disco proporcional al radio?

84. La caja de un vagón de cereales tiene la forma:



El grano contenido tiene la forma de un prisma de altura constante (en este caso 12 m)

Completa la tabla:

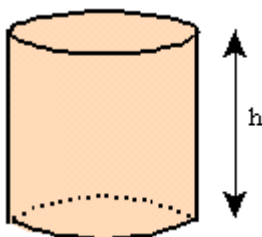
Área de la base del prisma	0'5	1	1'5	2	2'5	3	3'5	4
Volumen del prisma								

Dibuja una gráfica representando el volumen del prisma en función del área de la base.

¿Es proporcional el volumen al área de la base?

Cierto vagón contiene 32 m^3 cuando el área de la base es $2'5 \text{ m}^2$. ¿Cuánto contendrá si la base fuera 3 m^2 ?

85. Área lateral de un cilindro



Llamamos **h** a la altura, **p** al perímetro y **A** al área lateral

Obtener **A** en función de **h** y de **p**

Supón $p = 8 \text{ cm}$. Completa la tabla:

h	1	2	3	4	5	6	7	8
A								

Supón $h = 3$ cm. Completa la tabla:

p	2	3	5	7	10	12
A						

Calcula el área lateral de un cilindro de altura 5 cm, sabiendo que otro cilindro con el mismo perímetro y una altura de 7 cm tiene un área lateral de 28 cm

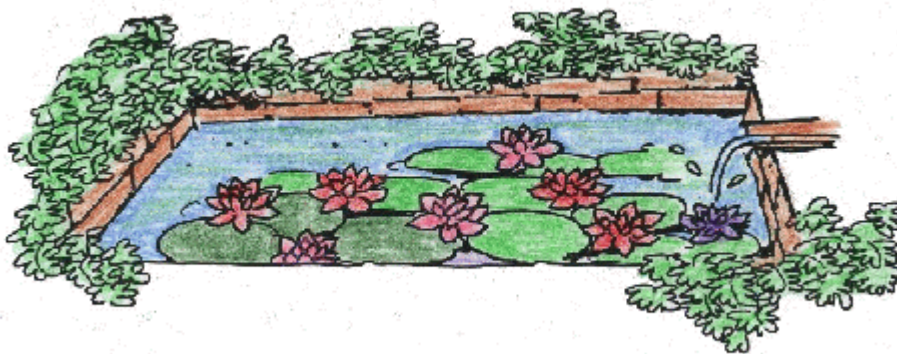
Calcula el área lateral de un cilindro de 10 cm de perímetro de base sabiendo que otro cilindro de la misma altura y teniendo 15 cm de perímetro tiene un área de 45 cm^2

86. El nenúfar

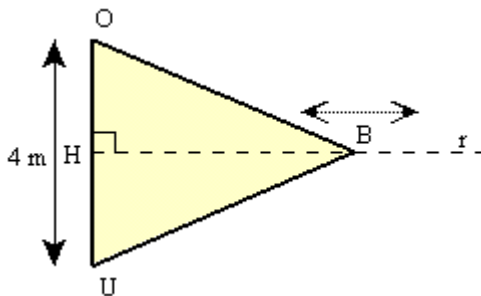
Una hoja de nenúfar flota en el centro de un estanque circular. Su área se duplica día a día.

Al cabo de 8 días el área de las hojas es igual a la mitad del área del estanque.

Al cabo de cuántos días, las hojas recubrirán el estanque?



87. Área de un triángulo



La base OU del triángulo BOU está fija y mide 4 cm. El vértice B se desplaza sobre la recta r perpendicular a la base.

.Completa la tabla:

HB	1	2	3	4	5	10	15	20
ÁREA _{BOU}								

y traza la gráfica representando el área del triángulo BOU en función de la altura HB. ¿Es proporcional el área a la altura?

88. Área de un sector circular

En un círculo de radio 4 cm, consideramos un sector circular de ángulo x



Completa la tabla:

y traza una gráfica que represente el área del sector circular en función del ángulo x . ¿Existe proporcionalidad?

Ángulo x (grados)	0	180	90	45	30	270	360
Área del sector circular de ángulo x							

Calcula el área de un sector de 70° de un disco de 6 cm de radio.

89. El área de una esfera es directamente proporcional al cuadrado del radio. Cierta esfera tiene una superficie de 452 mm^2 y un radio de 6 mm. Completa esta tabla:

r	6	4	
r^2	36		
s	452		100

90. Halla el área de una esfera de radio 10 mm.

91. Si lanzamos un balón hacia arriba con una velocidad de v m/s alcanza una altura h . Sabemos que la altura es proporcional a la velocidad al cuadrado. Si $h = 60$ cuando $v = 36$ halla: h cuando $v = 42$ v cuando $h = 90$

92. El freno de mano de un coche falla y rueda hacia abajo por una cuesta. La velocidad que alcanza es proporcional a la raíz cuadrada de la distancia recorrida. Si alcanza una velocidad de 12 m/s después de recorrer 20 m., halla:

Velocidad que alcanza a los 30 m.

Distancia recorrida cuando alcance una velocidad de 25 m/s.

93. La energía **E** acumulada en una cuerda elástica es proporcional al cuadrado de su alargamiento **A**. Si la extendemos 4 cm, la cuerda acumula 96 julios; halla:

E cuando el alargamiento es de 3'2 cm.

La fórmula que relaciona **E** y **A**.

94. La *ley de cuadrado inverso* establece que la fuerza de gravedad que actúa sobre un objeto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de dicho objeto al centro de la Tierra.

Un objeto situado en la superficie terrestre está a 6.400 Km del centro de la Tierra. Halla:

A qué distancia del centro de la Tierra la gravedad es 1/4 de la que existe en la superficie,

La gravedad soportada por una nave espacial a 10.000 Km sobre la superficie terrestre.

95. Éstos son los resultados de distintos experimentos. Calcula el tipo de proporcionalidad y halla la fórmula que relacione las dos variables

t	2	5	
a	12	75	
x	2	8	
y	2	0'5	
p	4	9	
q	12	18	
r	2	4	6
s	10	14	18

96. Las medidas de los ángulos de un triángulo son proporcionales a 2, 3 y 5. Calcula la medida de estos ángulos:

97. Aquí tienes un esqueleto de hombre a escala. Si un antropólogo encuentra un fémur humano de 44'3 cm, ¿cuál será la estatura aproximada de este individuo?

Nada hay más elemental que ciertos conceptos físicos como la longitud y el peso, pero incluso aquí es complejo el paso de lo pequeño a lo grande. Si



un hombre que mide 1'80 creciera, por ejemplo hasta nueve metros, su peso , que al igual que su volumen varía según el cubo de la estatura pasaría de 80 Kg a 100 toneladas. Su superficie de sostén de los muslos variaría según el cuadrado de la estatura, la presión que se ejercería sobre ambos sería monstruosa y el hombre caería aplastado.(Tal es el motivo de que ciertos mamíferos muy pesados , como los elefantes y los rinocerontes tengan las patas tan gruesas). Si un adolescente midiera 1'63 m. y creciera hasta 1'75 m. ¿cuánto peso ganaría? Puesto que aumenta de estatura a razón de $1'75/1'63=1'074$, su peso, que varía según el cubo de este número, pasará de 68 a $68(1'074)^3$, es decir, alrededor de 84 Kg.