

Tema 1. Números reales**Resumen**

Conjuntos numéricos:

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}; \quad \mathbf{Z} = \{\dots -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}; \quad \mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbf{Z}, q \neq 0 \right\}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}, \quad \text{con } \mathbf{Q} \cap \mathbf{I} = \emptyset$$

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

$$\text{Reales} \begin{cases} \text{Racionales} \begin{cases} \text{Enteros} \begin{cases} \text{Naturales} \\ \text{Negativos} \end{cases} \\ \text{Fraccionarios} \end{cases} \\ \text{Irracionales} \end{cases}$$

El conjunto de los reales está formado por todos los números: positivos, negativos y decimales.

- Los números decimales con un número finito de cifras decimales son racionales, pues pueden ponerse en forma de fracción. Así: $2,34 = \frac{234}{100}$.
- Los números decimales con un número infinito de cifras decimales periódicas también son racionales, pues pueden ponerse en forma de fracción. Así: $2,545454\dots = \frac{252}{99}$.
- Los números irracionales son los que no pueden ponerse en forma de fracción. Son números decimales con infinitas cifras decimales no periódicas.

Redondear un número es aproximarlo: por defecto si la primera cifra suprimida es menor que 5; por exceso si dicha cifra es mayor o igual que 5.

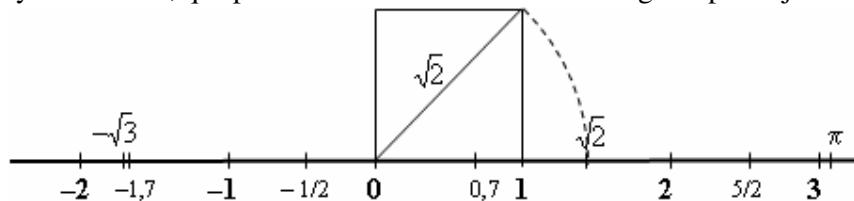
Error absoluto es la diferencia entre el valor real y el valor redondeado. Se considera siempre positivo: $\text{Error absoluto} = |\text{valor exacto} - \text{valor redondeado}|$

Error relativo es la razón, el cociente, entre el error absoluto y el valor exacto.

Representación y ordenación

Los números reales se representan en una recta, que se llama recta real. Fijado el 0, a intervalos iguales y hacia la derecha se sitúan los números positivos 1, 2, 3...; a la izquierda los negativos: -1, -2, -3... Los demás números se sitúan aproximadamente. A cada punto de la recta le corresponde un único número real.

- Si el número es racional, para situarlo “exactamente” en su punto correspondiente puede recurrirse a la división de un segmento en partes iguales (es una aplicación del teorema de Tales).
- Si el número es irracional su colocación exacta es imposible, salvo en algunos casos, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y otras raíces, que puede recurrirse al teorema de Pitágoras para fijar su posición.



Dados dos números reales es mayor el que está colocado a la derecha.

Algebraicamente: $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$.

Intervalos. Los intervalos son subconjuntos de la recta real.

- Abierto $(a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$.
- Cerrado $[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$.
- Semirrectas: $(-\infty, a) = \{x \in \mathbf{R} \mid x < a\}$; $(a, +\infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x\}$.