Para practicar

1. Inecuaciones con valor absoluto.
Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $|x+6| < 1$

b) $|-x-4| \leq 4$

c) $|-2x-1| > 3$

d) $|2x-4| \geq 5$

2. Inecuaciones de segundo grado.
Resuelve las inecuaciones:

a) $2x^2 - x + 2 \leq 0$

b) $-2x^2 + 6x + 1 \leq 0$

c) $-x^2 + 7x - 9 \geq 0$

d) $(x - 8)(x - 1) < 0$

3. Inecuaciones racionales.

Resuelve las inecuaciones:

a) $\dfrac{x+4}{1-x} < 0$

b) $\dfrac{2x+4}{3+x} > 0$

c) $\dfrac{3x-5}{2x+1} \leq 0$

d) $\dfrac{x+4}{1-x} \geq 0$

4. Inecuaciones con dos incógnitas.
Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} -3x < 1 \\ -4x - 3y > 4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x - y < 2 \\ -5x + 4y > 0 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} -4x - y < 4 \\ -5x - 4y > 4 \end{array}\right\}$

EXPLICACIÓN Y EJEMPLO

En el primer tema vimos que el valor absoluto de la diferencia entre dos números reales, $|x-y|$, equivale a calcular la distancia entre los puntos que representan a dichos números.

Es frecuente encontrar problemas en los que es necesario calcular todos los puntos cuya distancia a un punto fijo sea mayor o menor que cierto valor prefijado. En estos casos el problema equivale a resolver alguna de estas inecuaciones:

$$|x-a|<b,\ |x-a|\leq b,\ |x-a|>b,\ |x-a|\geq b$$

Que la distancia entre x y a sea menor que b significa que x se encuentra *dentro* del intervalo (a-b,a+b), por tanto, x > a-b y, al mismo tiempo, x < a+b, por lo que la inecuación

$|x-a|<b$ es equivalente al sistema $\left(\begin{array}{l} x-a > -b \\ x-a < b \end{array}\right)$ y

$|x-a|\leq b$ es equivalente al sistema $\left(\begin{array}{l} x-a \geq -b \\ x-a \leq b \end{array}\right)$

Que la distancia entre x y a sea mayor que b significa que x se encuentra *fuera* del intervalo (a-b,a+b), por tanto, x < a-b ó x > a+b, por lo que las soluciones de la inecuación

$$|x-a|>b$$

son todas las soluciones de $x-a<-b$ y todas las de $x-a>b$; y las soluciones de

$$|x-a|\geq b$$

son todas las soluciones de $x-a\leq -b$ y todas las de $x-a\geq b$.

Observa que en estos casos no se trata de un sistema de inecuaciones sino de todas las soluciones de las dos.

EXPLICACIÓN:

Llamamos **inecuaciones racionales** a las inecuaciones equivalentes a las del tipo:

$$\frac{ax+b}{cx+d}<0 \quad ó \quad \frac{ax+b}{cx+d}\leq 0$$

La dificultad de estas inecuaciones estriba en que no sabemos si cx+d es positivo o negativo, por lo que no podemos quitar el denominador sin más. Por ello, para resolver este tipo de inecuaciones debemos transformarlas previamente en dos sistemas de inecuaciones, teniendo en cuenta que, para que el cociente sea negativo, si el denominador es negativo el numerador debe ser positivo y viceversa:

Así la inecuación $\frac{ax+b}{cx+d}<0$ es equivalente a la pareja de sistemas:

$$\left(\begin{array}{l} ax+b>0 \\ cx+d<0 \end{array}\right) \quad ó \quad \left(\begin{array}{l} ax+b<0 \\ cx+d>0 \end{array}\right)$$

que se resuelven por los procedimientos conocidos y las soluciones de la inecuación inicial son la unión de las soluciones de ambos sistemas.