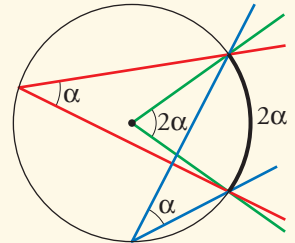


Propiedad

La medida de un ángulo inscrito en una circunferencia es igual a la mitad del arco que abarca, es decir, a la mitad del ángulo central correspondiente. Por tanto, dos ángulos inscritos en una circunferencia que abarcan el mismo arco son iguales.

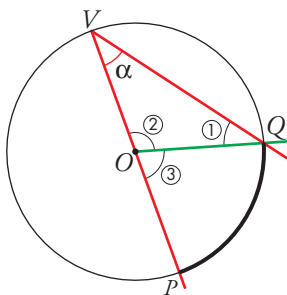


Demostración

Para demostrar la afirmación anterior, se dan tres casos:

1.º Si uno de los lados del ángulo pasa por el centro de la circunferencia:

El triángulo VOQ es isósceles, pues OV y OQ son radios de la circunferencia. Por tanto, $\textcircled{1} = \alpha$.



Puesto que los ángulos de un triángulo suman 180° :

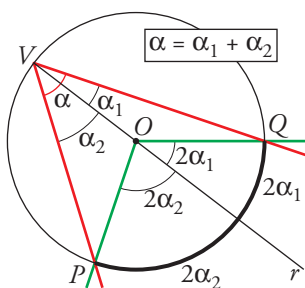
$$\textcircled{2} = 180^\circ - (\alpha + \textcircled{1}) = 180^\circ - 2\alpha$$

Puesto que $\textcircled{3}$ es suplementario de $\textcircled{2}$:

$$\textcircled{3} = 180^\circ - \textcircled{2} = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$$

Por tanto, $\textcircled{3} = 2\alpha$, es decir, \widehat{PVQ} es igual a la mitad del arco que abarca.

2.º Si el centro queda dentro de los dos lados del ángulo:



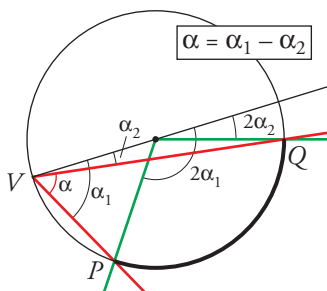
Trazamos una semirrecta r que pasa por V y por O . Dicha recta divide el ángulo en otros dos, cada uno de los cuales está en el caso anterior (1.º).

Por tanto, cada uno de ellos es la mitad del arco que abarca:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2; \widehat{PQ} = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\alpha$$

Es decir, $\widehat{PVQ} = \alpha$ es igual a la mitad del arco que abarca.

3.º Si el centro de la circunferencia queda en el exterior de los lados del ángulo:



Trazamos una recta que pasa por V y por el centro de la circunferencia.

En este caso:

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2; \widehat{PQ} = 2\alpha_1 - 2\alpha_2 = 2(\alpha_1 - \alpha_2) = 2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\widehat{PQ}}{2}$$

Es decir, también en este caso, $\widehat{PVQ} = \alpha$ es igual a la mitad del arco que abarca.