



2. Ampliación: aprende a resolver ecuaciones del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Soluciones

Fíjate en cómo resolvemos la ecuación $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

Esta ecuación es de cuarto grado, pero solo tiene términos de grado par. Se llama ecuación **bicuadrada**.

Para resolverla, hacemos el cambio de variable $x^2 = y$.

De esta forma, $x^4 = y^2$, y la ecuación queda:

$$y^2 - 10y + 9 = 0 \rightarrow y = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \end{cases}$$

Los valores que buscamos son los de x , y sabemos que $x^2 = y$:

- Si $y = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$
- Si $y = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1$

La ecuación tiene, pues, cuatro soluciones.

ACTIVIDADES

1 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = -2$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ $x_1 = 1, x_2 = -1$

c) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$ No hay solución.

d) $x^4 - 25x^2 = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = -5$

e) $x^4 - 3x^2 + 4 = 0$ $x_1 = 2, x_2 = -2$

f) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$ $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{-1}{2}, x_3 = \frac{1}{3}, x_4 = \frac{-1}{3}$

g) $25x^4 - 109x^2 + 36 = 0$ $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = \frac{3}{5}, x_4 = \frac{-3}{5}$

h) $9x^4 - 4x^2 = 0$ $x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3}, x_3 = \frac{-2}{3}$

i) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ $x_1 = 3, x_2 = -3$