

TEMA 8 – REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

8.1 – ELEMENTOS FUNDAMENTALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CURVAS

DOMINIO

- Polinomio : $D = \mathbb{R}$
- Cocientes : $D = \mathbb{R} - \{\text{puntos que anulan el denominador}\}$
- Raíces de índice par : $D = \{\text{Lo de dentro de la raíz} \geq 0\}$
- Raíces de índice impar : $D = \mathbb{R}$
- Logaritmos : $D = \{\text{Lo de dentro del logaritmo} > 0\}$
- Exponenciales : $D = \mathbb{R}$
- Trigonómicas : Seno y coseno $D = \mathbb{R}$; El resto se estudia como un cociente
- Arcos : $D = \{-1 \leq \text{Lo de dentro del arco} \leq 1\}$

PUNTOS DE CORTE

- Con el eje OX : $y = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow P(x_0, 0)$
- Con el eje OY : $x = 0 \Rightarrow y = y_0 \Rightarrow P(0, y_0)$

SIMETRÍA

- Simétrica respecto del OY o par: $f(-x) = f(x)$
- Simétrica respecto del Origen o impar : $-f(-x) = f(x)$
- No simétrica

SIGNO DE LA FUNCIÓN

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \dots$
- Se resuelve la ecuación $f(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \dots$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f(x)$ se obtiene el signo de la función

ASÍNTOTAS

- Asíntotas verticales: Puntos donde la función se va al infinito: $y \Rightarrow \infty, x = a$
 - Cocientes: Puntos que anulan el denominador
 - Logaritmos : Puntos que anulan lo de dentro del logaritmo
 - Aproximación a la asíntota : Calcular límites laterales
- Asíntotas horizontales : Puntos donde la x se va al infinito : $x \Rightarrow \infty, y = b$
 - Cálculo : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b \Rightarrow y = b$
 - Aproximación $f(\pm 100) \begin{cases} > b \Rightarrow \text{La función por encima de la asíntota} \\ < b \Rightarrow \text{La función por debajo de la asíntota} \end{cases}$
- Asíntotas oblicuas
 - Cálculo : $y = mx + n; m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}; n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx]$
 - Aproximación $f(\pm 100) \begin{cases} > \text{Asíntota}(\pm 100) \Rightarrow \text{La función por encima de la asíntota} \\ < \text{Asíntota}(\pm 100) \Rightarrow \text{La función por debajo de la asíntota} \end{cases}$

MONOTONIA Y PUNTOS CRÍTICOS

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \dots$
- Se resuelve la ecuación $f'(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \dots$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f'(x)$ se obtiene el signo de la función
- Si $f'(a) > 0$ la función es creciente en dicho intervalo, y si es < 0 es decreciente.
- Máximo relativo : $P(a, f(a))$: $x = a$ es el punto del dominio donde la función pasa de creciente a decreciente.
- Mínimo relativo : $P(a, f(a))$: $x = a$ es el punto del dominio donde la función pasa de decreciente a creciente.

CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

- Se calculan los puntos que no pertenecen al dominio $\Rightarrow x = a, \dots$
- Se resuelve la ecuación $f''(x) = 0 \Rightarrow x = x_0, x = x_1, \dots$
- Estos puntos dividen la recta real en partes, tomando un punto en cada intervalo y sustituyendo en $y = f''(x)$ se obtiene el signo de la función
- Si $f''(a) > 0$ la función es convexa en dicho intervalo, y si es < 0 es concava.
- Puntos de inflexión : $P(a, f(a))$: $x = a$ es el punto del dominio donde la función cambia la curvatura.

TABLA DE VALORES

Dando valores a la “x” se calculan los correspondientes de la “y” sustituyendo en la función

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

8.2 – REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES POLINÓMICAS

$$F(x) = P(x)$$

DOMINIO: $D(f) = \mathbb{R}$

PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES:

$$\text{OX: } y = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow P(x_0, 0)$$

$$\text{OY: } x = 0 \Rightarrow y = y_0 \Rightarrow Q(0, y_0)$$

RAMAS INFINITAS DE LA FUNCIÓN (No hay asíntotas)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pm\infty$$

MONOTONÍA Y EXTREMOS

CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

REPRESENTACIÓN GRÁFICA (Y tabla de valores)

8.3 – REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES

$$F(x) = g(x) / h(x)$$

DOMINIO: $D(f) = \mathbb{R} - \{x / h(x) = 0\}$

PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES:

$$OX: y = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow P(x_0, 0)$$

$$OY: x = 0 \Rightarrow y = y_0 \Rightarrow Q(0, y_0)$$

ASÍNTOTAS O RAMAS INFINITAS DE LA FUNCIÓN

MONOTONÍA Y EXTREMOS

CURVATURA Y PUNTOS DE INFLEXIÓN

REPRESENTACIÓN GRÁFICA (Y tabla de valores)

8.4 – REPRESENTACIÓN DE OTRO TIPO DE FUNCIONES

RAÍCES

DOMINIO: Tenerlo en cuenta en el resto de apartados

ASÍNTOTAS OBLICUAS: Hacer por separado en el más infinito y en el menos infinito.

LOGARITMOS

$$y = \log (f(x))$$

DOMINIO: Tenerlo en cuenta en el resto de apartados

ASÍNTOTAS HORIZANTALES: $f(x) = 0$

EXPONENCIALES

$$y = a^{f(x)}$$

ASÍNTOTAS: hacer por separado en el más infinito y en el menos infinito.

TRIGONOMÉTRICAS

DOMINIO: Tenerlo en cuenta en el resto de apartados

PERIODICIDAD:

- seno y coseno: 2π ó 360°
- tangente: π ó 180°