

13 Funciones y gráficas

INTRODUCCIÓN

La relación entre dos magnitudes ha sido ya tratada en este curso. Partiendo de los contenidos ya estudiados, planteamos como objetivo principal en este tema introducir a los alumnos en los conceptos gráficos de las expresiones algebraicas, las funciones, como primer paso hacia el estudio del lenguaje de la información y la expresión visual.

Se requiere por parte del alumnado un esfuerzo importante para asimilar la nomenclatura que se emplea a lo largo de la unidad: eje, tabla de valores, coordenadas, abscisa, variable, función, etc. Todos estos términos se aplican en situaciones cotidianas cuando se quiere expresar la relación entre dos magnitudes.

Es importante que los alumnos utilicen correctamente los símbolos, el trazado de líneas y las representaciones gráficas en el plano. Algunas actividades representan el sistema de ejes para facilitar la resolución de ejercicios, pero en ocasiones el alumno debe elaborar las tablas y trazar los ejes cartesianos donde representar los pares de valores.

Puede resultar muy útil el empleo de transparencias y vídeos sobre funciones y gráficas para lograr una mejor comprensión de los conceptos que se tratan a lo largo de la unidad.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Para representar puntos en el plano se utiliza un *sistema de coordenadas*, formado por dos rectas perpendiculares entre sí, denominadas *ejes de coordenadas*.
- El *origen de coordenadas* es el punto de corte de las rectas.
- El *eje de abscisas* es la recta horizontal y se representa por *OX* o *X*.
- El *eje de ordenadas* es la recta vertical y se representa por *OY* o *Y*.
- Cada *punto* se representa por un par ordenado de números (a, b) , llamados coordenadas, donde *a* es la *abscisa* y *b* la *ordenada*.
- Una *tabla* representa mediante pares de valores la relación entre dos magnitudes. Las tablas se pueden dibujar de forma horizontal o vertical.
- Una *gráfica* es la representación en el plano cartesiano de los pares de valores de una tabla o relación.
- Una *función* es una relación entre dos magnitudes variables, de forma que a cada valor de la variable independiente le corresponde un valor único de la variable dependiente.
- En una función hay que:
 - Determinar las *magnitudes* que se relacionan y en qué unidades se miden estas magnitudes.
 - Identificar la *variable independiente*.
 - Identificar la *variable dependiente*.
 - Determinar la relación entre ambas variables.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representar y localizar puntos en el eje de coordenadas.	<ul style="list-style-type: none"> • Coordenadas en el plano. • Características de los ejes de coordenadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación de puntos en la recta y en el plano. • Identificación de puntos a partir de sus coordenadas.
2. Relacionar e interpretar tablas y pares de valores ordenados.	<ul style="list-style-type: none"> • Tabla de valores. • Relaciones en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Formación de tablas de valores. • Representación en el plano de pares de valores ordenados.
3. Interpretar gráficas. Reconocer y comprender la idea de función.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable independiente y dependiente. • Expresión algebraica y gráfica. • La función y su interpretación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de la variable independiente y dependiente. • Interpretación gráfica de una expresión algebraica. • Realización de gráficas de funciones.

13

OBJETIVO 1

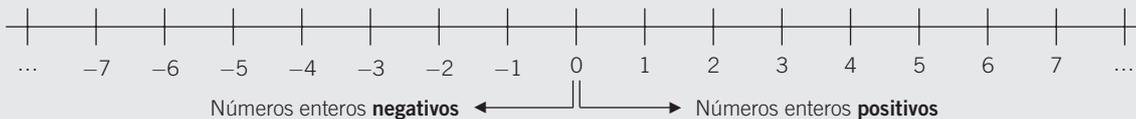
REPRESENTAR Y LOCALIZAR PUNTOS EN EL EJE DE COORDENADAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN LA RECTA

- 1.º Dibujamos una recta.
- 2.º Señalamos el origen O , que corresponde al valor cero.
- 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
- 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
- 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa en la recta que los números están ordenados:



- 1** Representa en una recta los siguientes números enteros: $+5, -4, +8, 0, -1, -3, +6, +4, -6$.

- 2** Representa en una recta los números opuestos del ejercicio anterior.

- 3** Dados los números $-3, +5, -1, +4, +8, -7, +2, -6, -9, +10$:

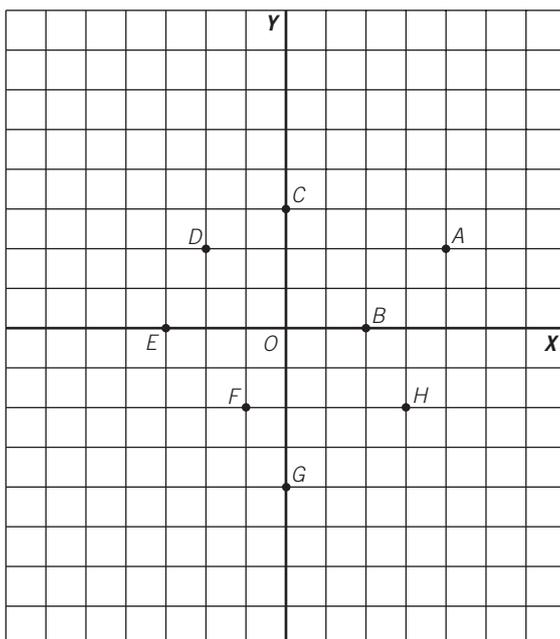
- a) Ordénalos de menor a mayor.
- b) Representalos en la recta numérica.
- c) ¿Cuál es el más alejado del origen?
- d) ¿Y cuál es el más cercano?

13

5 Dados los puntos $A(4, -1)$, $B(3, 4)$, $C(-3, 2)$, $D(-2, -3)$:

- Determina el cuadrante en el que se encuentra cada uno.
- Represéntalos en el plano.
- Une los puntos alfabéticamente y, finalmente, une el punto D con A . ¿Qué figura obtienes?

6 Escribe las coordenadas de los puntos señalados en el siguiente sistema de ejes.



Punto A :

Punto B :

Punto C :

Punto D :

Punto E :

Punto F :

Punto G :

Punto H :

OBJETIVO 2

RELACIONAR E INTERPRETAR TABLAS Y PARES DE VALORES ORDENADOS

13

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TABLAS DE VALORES

- Podemos expresar valores de números en forma de pares.
- Estos pares se colocan ordenadamente en una **tabla**.
- Las tablas de valores pueden ser de formato horizontal o vertical.
 - La primera fila o columna corresponde al primer valor del par.
 - La segunda fila o columna corresponde al segundo valor.

EJEMPLO

Los pares de valores $(2, 3)$, $(-4, 6)$, $(1, 0)$, $(3, -5)$ pueden representarse en estos formatos de tablas.

Tabla vertical

2	3
-4	6
1	0
3	-5

Tabla horizontal

2	-4	1	3
3	6	0	-5

- 1 Escribe los siguientes pares de valores en una tabla vertical y otra horizontal.

$(4, 6)$, $(2, 0)$, $(1, 9)$, $(5, 5)$, $(0, 1)$, $(9, 4)$

- 2 Forma los pares de valores que corresponden a las tablas adjuntas.

a)

0	3
2	2
-3	8
5	6
4	-1

$(0, 3)$, $(2, 2)$...

c)

8	4	0	-1	3	5
3	2	1	0	-3	2

$(8, 3)$, $(4, 2)$...

b)

1	3
5	1
2	-2
8	4
-1	-6

d)

7	5	-6	3	2	-2
2	-9	1	-7	1	-5

ADAPTACIÓN CURRICULAR

13

RELACIÓN TABLA DE VALORES-PUNTOS DEL PLANO

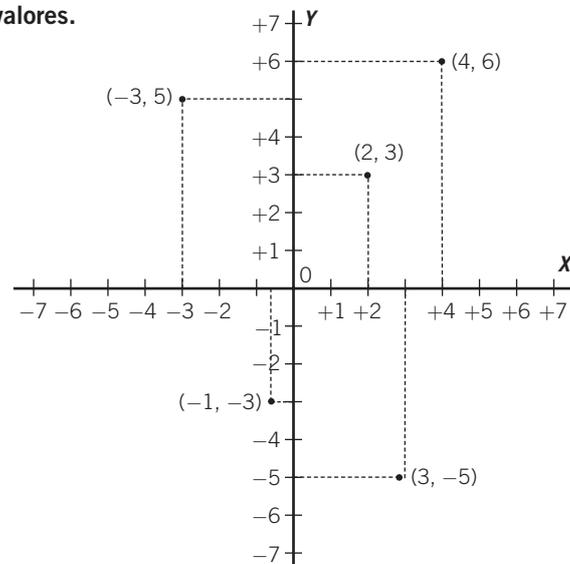
- Cada par de valores de una tabla representa un punto del plano, y viceversa.
- A cada punto del plano le corresponde un par de valores ordenados de una tabla.
 - La primera fila o columna corresponde al valor numérico del eje horizontal, X .
 - La segunda fila o columna corresponde al valor numérico del eje vertical, Y .

EJEMPLO

Forma la tabla y representa los siguientes pares de valores.

$(2, 3)$, $(4, 6)$, $(-1, -3)$, $(-3, 5)$, $(3, -5)$

VALOR DEL EJE X	VALOR DEL EJE Y
2	3
4	6
-1	-3
-3	5
3	-5

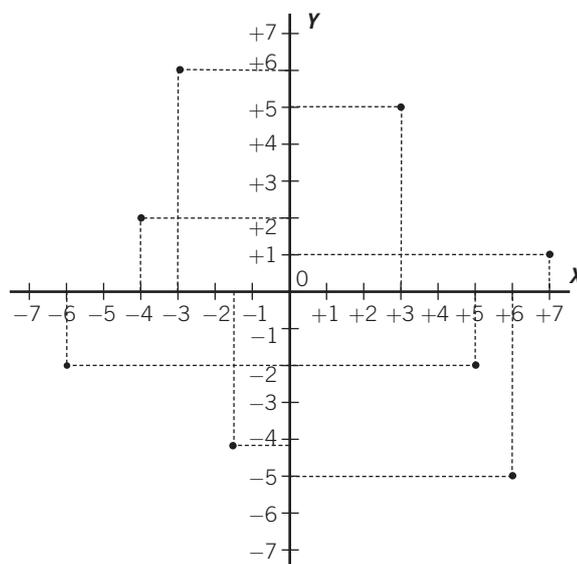


- 3 Representa en un sistema de ejes los siguientes pares de valores. Forma primero la tabla correspondiente: $(2, 4)$, $(-1, -2)$, $(-5, 1)$, $(3, 3)$, $(6, 2)$, $(-4, -3)$.

- 4 Representa en un sistema de ejes los pares de valores de la siguiente tabla.

VALOR DEL EJE X	-1	-2	3	6	2	4
VALOR DEL EJE Y	3	-2	5	-1	4	0

- 5 Forma una tabla de valores ordenados que correspondan a los puntos de este sistema de ejes.



ADAPTACIÓN CURRICULAR

13

RELACIÓN DE MAGNITUDES MEDIANTE UNA TABLA

Para relacionar magnitudes mediante una tabla es necesario recordar los conceptos relativos a la proporcionalidad numérica, ya estudiada por los alumnos.

EJEMPLO

En un comedor escolar cada alumno se come dos croquetas.

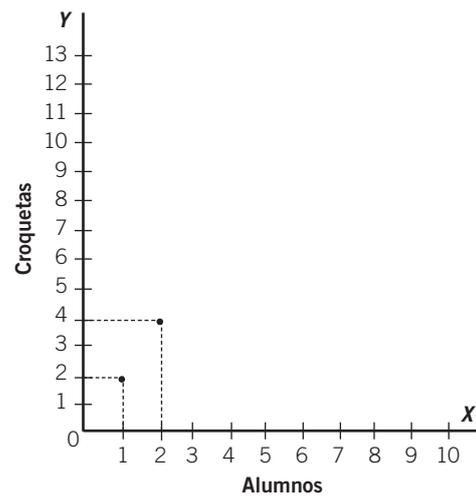
- Tenemos dos magnitudes:
 - Número de alumnos: 1, 2, 3, 4, 5...
 - Número de croquetas, que contamos de dos en dos: 2, 4, 6, 8, 10...
- Podemos formar una tabla que relaciona ambas magnitudes:

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	...
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	...

- 6 Completa la representación de los pares de valores del ejemplo anterior en el sistema de ejes.

ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	...
CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	...

En el eje X se representan los valores del número de alumnos.
En el eje Y se representan los valores del número de croquetas.

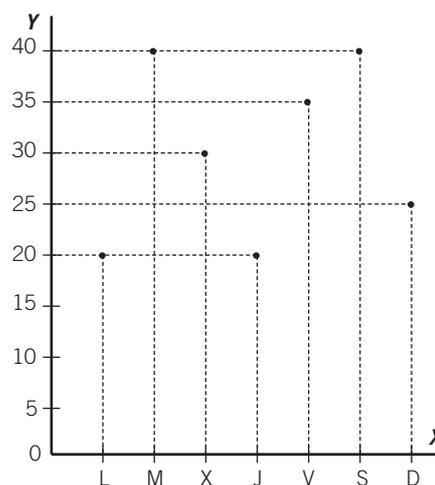


- 7 Una entrada de cine cuesta 5 €. ¿Cuánto costarán 2, 4, 6, 8 y 10 entradas?

- Forma la tabla de valores.
- Representa los pares de valores en un sistema de ejes.

- 8** La temperatura (en °C) durante el mes de agosto en una semana viene representada en el sistema de ejes.

- ¿Cuáles son las dos magnitudes?
- Forma una tabla de valores.
- ¿Qué días tuvieron la mayor temperatura de la semana?
- ¿Y la menor temperatura?



- 9** Una tortuga avanza 10 cm cada minuto.

- ¿Cuáles son las dos magnitudes?
- Forma la tabla de valores para los 5 primeros minutos, tomando los valores de la distancia de 10 en 10.

- 10** Los puestos de clasificación de un equipo de fútbol han sido, durante las 10 primeras jornadas de liga:

JORNADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CLASIFICACIÓN	3	5	8	7	7	5	3	2	1	5

- Representa los pares de valores en un sistema de ejes mediante puntos:
Jornada: eje horizontal, X.
Clasificación: eje horizontal, Y.
- Une los puntos obtenidos mediante líneas continuas.
- ¿En qué jornada ocupó el primer puesto?
- ¿En qué jornada obtuvo su peor clasificación?
- ¿Cuántas jornadas transcurrieron desde su peor hasta su mejor clasificación?

13

OBJETIVO 3

INTERPRETAR GRÁFICAS. RECONOCER Y COMPRENDER LA IDEA DE FUNCIÓN

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

VARIABLES Y GRÁFICAS

- Las tablas de valores relacionan dos magnitudes.
- Las magnitudes se llaman **variables**, porque toman distintos valores, es decir, varían.
- En cada par de valores, el segundo valor depende del primero.
 - a , c , e son variables **independientes**; se fijan previamente y se designan con la letra **x** .
 - b , d , f son variables **dependientes**; dependen del valor de x y se designan con la letra **y** .
- Si trasladamos los valores a un sistema de ejes y unimos sus puntos, obtenemos una **gráfica**.
 - Variable independiente x , en el eje de abscisas u horizontal.
 - Variable dependiente y , en el eje de ordenadas o vertical.

x	y
a	b
c	d
e	f

EJEMPLO

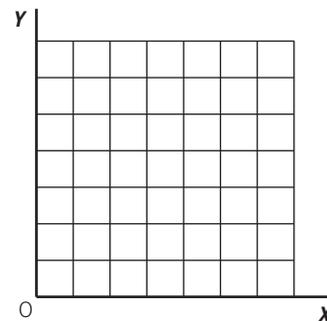
Un canguro avanza 3 metros en cada salto que realiza.

- Magnitudes: saltos y distancia.
- Variable independiente: número de saltos (se fijan previamente).
- Variable dependiente: distancia en metros (depende del número de saltos).

VARIABLE INDEPENDIENTE (x) NÚMERO DE SALTOS	VARIABLE DEPENDIENTE (y) DISTANCIA (en metros)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

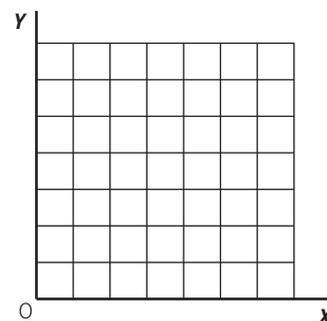
1 Respecto al ejemplo anterior del canguro:

- Representa los pares de valores en un sistema de ejes.
- Une los puntos. ¿Qué obtienes?



2 En un mercado 2 kg de peras cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 4, 6, 8 y 10 kg de peras, respectivamente?

- Forma la tabla de valores con las magnitudes correspondientes.
- Indica la variable independiente y la dependiente.
- Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica.



- 3 La temperatura media (en °C) durante el año 2001, en un lugar, viene determinada por la siguiente tabla de valores.

MES	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
TEMPERATURA	5	10	15	20	25	25	35	35	25	11	10	0

- a) Representa los valores en la gráfica.
 b) Indica la variable independiente y la dependiente.
 c) Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica correspondiente uniendo los puntos.



- 4 Respecto al ejercicio anterior, contesta a las siguientes cuestiones.

- a) ¿Cuál fue el mes con la menor temperatura media? c) ¿Qué observas de enero a mayo?
 b) ¿Y el mes con mayor temperatura? d) ¿Y de agosto a diciembre?

IDEA DE FUNCIÓN

- La relación entre dos magnitudes la podemos escribir mediante una expresión algebraica, es decir, combinando letras, números y signos aritméticos.
- Esta relación se denomina **función**.
 - Expresa el valor de y dependiendo de x .
 - A cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
- Una función hace corresponder a un valor x otro valor de y .
 Se suele escribir: $y = \text{expresión algebraica con } x$.

EJEMPLO

Interpreta la función $y = 2x + 1$.

- Es una expresión algebraica que relaciona dos magnitudes.
- Para cada valor de x obtenemos un único valor de y .
- Cada vez que introducimos un valor de x , la función $y = 2x + 1$ le hace corresponder un valor de y , que se obtendrá multiplicando x por 2 y sumándole 1.

13

5 Obtén la tabla de valores de la función $y = 2x + 1$.

$$y = 2x + 1$$

x	Para $x = 0$	Para $x = 1$	Para $x = 2$	Para $x = 3$
y	$y = 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	$y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$	$y = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$	

Abreviadamente se expresa:

x	0	1	2	3	4	5
y	1	3	5			

También se pueden dar valores negativos:

x	Para $x = -1$	Para $x = -2$	Para $x = -3$
y	$y = 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$		

6 Obtén la tabla de valores de cada una de las funciones.

a) $y = x + 1$

x	y
0	1
1	
-1	
2	
-2	

$$x = 0$$

$$y = 0 + 1 = 1$$

c) $y = x - 1$

x	y
-2	-3

$$x = -2$$

$$y = -2 - 1 = -3$$

e) $y = 2x - 1$

x	y
1	1

$$x = 1$$

$$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

b) $y = 3x$

x	y
0	
1	
-1	
2	
-2	

d) $y = 1 - x$

x	y

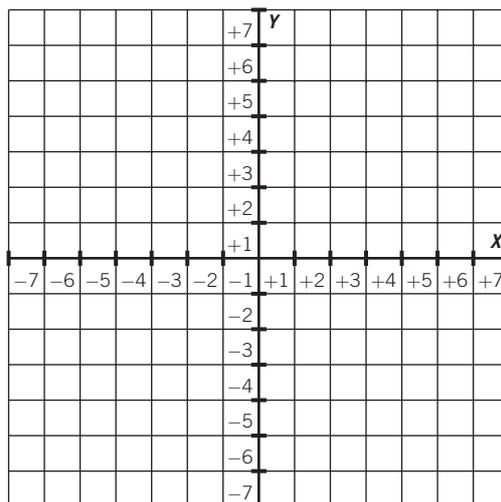
f) $y = 2x + 2$

x	y

7 Obtén la tabla de valores y representa en un sistema de ejes.

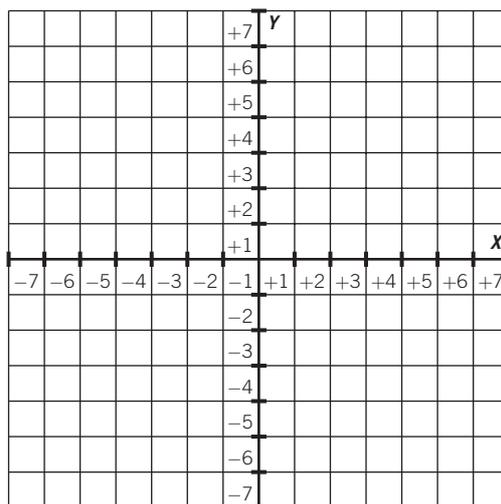
a) $y = x + 2$

x	y
0	
1	
-1	
2	
-2	



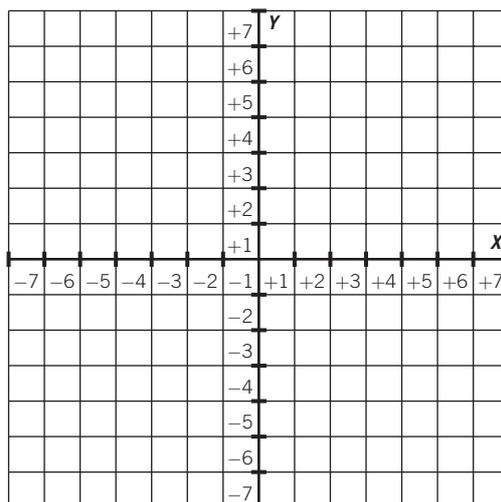
b) $y = 2x + 3$

x	y



c) $y = 2x$

x	y



13

EJEMPLO

En un comedor escolar cada alumno se come dos croquetas.

- 1.º Determinamos las magnitudes: alumnos y croquetas.
- 2.º Relacionamos las magnitudes entre sí: el número de croquetas comidas depende del número de alumnos.
- 3.º Se forma la tabla de valores.

ALUMNOS (x)	1	2	3	4	5	6	7	...
CROQUETAS (y)	2	4	6	8	10	12	14	...

- 4.º Observamos que a cada valor de x le corresponde otro valor de y , que es su doble. Por tanto, podemos expresar esta relación mediante la función $y = 2x$.

8 Representa gráficamente la función anterior y contesta.

- a) ¿Cuántas croquetas se comen 6 alumnos?
- b) 14 croquetas corresponden a alumnos.
20 croquetas corresponden a alumnos.
- c) Observa esta relación en la representación gráfica.
Al aumentar el número de alumnos, el número de croquetas.

Analiza cuándo la gráfica crece y decrece.

9 En un mercado, el precio del kilo de melocotones es 1,50 €.

- a) Expresa ambas magnitudes mediante la expresión algebraica de una función.
- b) Forma la tabla de valores dando cuatro valores a la variable independiente.
- c) Representa la función en un sistema de ejes.
- d) Enumera las características de la función.