

11 Perímetros y áreas de figuras planas

INTRODUCCIÓN

En esta unidad repasamos las unidades de longitud y superficie. Se introducen también algunas unidades de medida del sistema métrico inglés, como son la milla, la yarda y la pulgada. Se hará hincapié en aquellas unidades que más se emplean habitualmente para medir longitudes y superficies de figuras geométricas, que ya son conocidas por los alumnos.

Aprender a calcular el perímetro y el área de los principales polígonos es uno de los objetivos más importantes de esta unidad, pues ambos conceptos tienen una amplia aplicación en la vida real.

Se debe incidir en el cálculo del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo, practicando sus expresiones matemáticas con los diferentes ejercicios propuestos y utilizando también la representación gráfica.

Es fundamental la comprensión de la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, el número π . Para ello se propone la realización de diversos ejercicios basados en situaciones de la vida real donde intervienen figuras planas con forma de circunferencia, con el fin de que los alumnos asimilen estos conceptos.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- El *metro* es la unidad principal de *longitud* (m). Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.
- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas se utilizan usualmente el *decímetro* (dm) y el *centímetro* (cm).
- El *metro cuadrado* es la unidad principal de superficie (m^2). Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.
- Para expresar superficies de figuras geométricas se utiliza principalmente el *decímetro cuadrado* (dm^2) y el *centímetro cuadrado* (cm^2).
- El *perímetro* de un polígono se calcula sumando las longitudes de sus lados.
- La *longitud* o *perímetro* de la circunferencia es igual al diámetro multiplicado por el número π .
- El *área* de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo	$A = b \cdot a$
Cuadrado	$A = l \cdot l$
Rombo	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$A = b \cdot a$
Triángulo	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
Polígono regular	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer las diferentes unidades de longitud y superficie. Realizar cambios de unidades.	<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de longitud y superficie. 	<ul style="list-style-type: none"> • Medición de longitudes de objetos y superficies con cuadrículas. • Realización de cambios en las unidades de longitud y superficie.
2. Calcular perímetros de polígonos. Hallar la longitud de la circunferencia.	<ul style="list-style-type: none"> • Perímetro de un polígono. • Relación entre la longitud y el diámetro de una circunferencia. • El número π. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo del perímetro de los principales polígonos. • Realización de ejercicios prácticos. • Relación entre la longitud de la circunferencia con su diámetro.
3. Calcular el área de los principales polígonos.	<ul style="list-style-type: none"> • Superficie de un polígono: concepto de área. • Áreas de los principales polígonos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo del área de los principales paralelogramos, el triángulo y los polígonos regulares. • Aplicación de la fórmula del área de las figuras.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

11

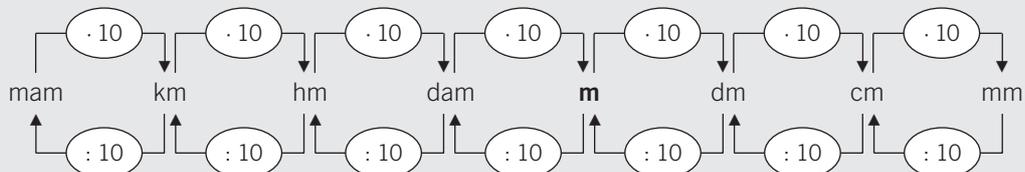
OBJETIVO 1

UNIDADES DE LONGITUD Y SUPERFICIE. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

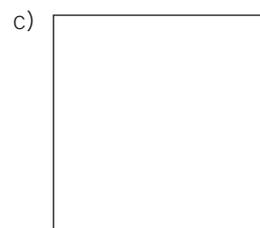
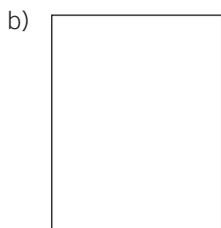
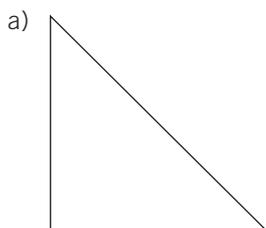
UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (unidades mayores) del metro son el decámetro, el hectómetro y el kilómetro.
- Los submúltiplos (unidades menores) del metro son el decímetro, el centímetro y el milímetro.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.

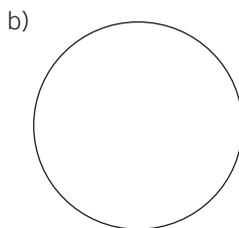
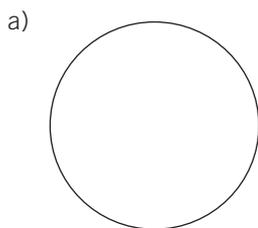


- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro (dm), el centímetro (cm) y, en ocasiones, el metro (m).

- 1** Observa en tu aula qué elementos tiene la silueta de estos polígonos. Médelos y anota el resultado.



- 2** Realiza la misma operación pero con elementos que tengan forma de circunferencia. Mide con una cinta métrica el contorno de la figura. Expresa el resultado en m y en cm.



- 3** Con tres segmentos de medidas: 30 mm, 0,5 dm y 7 cm, forma estas figuras.

- Un cuadrado de 3 cm de lado.
- Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- Un rectángulo de 7×3 cm.

OTRAS UNIDADES DE LONGITUD

- Existen otras **unidades de longitud**, como, por ejemplo: la milla, la yarda y la pulgada (medidas inglesas).

$$1 \text{ milla} = 1.610,4 \text{ m}$$

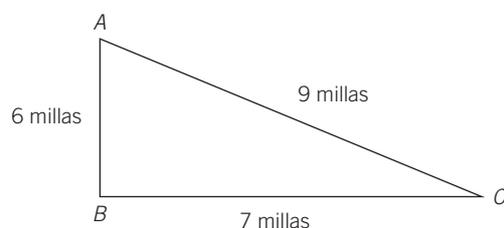
$$1 \text{ yarda} = 0,914 \text{ m}$$

$$1 \text{ pulgada} = 2,54 \text{ cm}$$

- La **pulgada** es una unidad que utilizamos con frecuencia; así, cuando decimos que hemos comprado un televisor de 25 pulgadas nos estamos refiriendo a la medida de la diagonal de la pantalla.

$$25 \text{ pulgadas} = 25 \cdot 2,54 \text{ cm} = 63,5 \text{ cm} \text{ mide la diagonal.}$$

- 4** La distancia entre tres puntos viene expresada en millas. Expésala en metros, kilómetros y yardas.



$$AB = 6 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$$

$$BC = 7 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$$

$$AC = 9 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$$

- 5** Expresa en cm y en mm las medidas del tablero de tu pupitre. ¿Qué tipo de polígono es? Calcula la medida de su diagonal. Expésala en cm y en pulgadas. Después, dibuja una figura representativa.

- 6** En un establecimiento venden televisores de 14, 21, 25 y 28 pulgadas. Expresa en centímetros estas medidas.

$$14 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm de } \dots\dots\dots$$

$$21 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$$

$$25 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$$

$$28 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$$

11

MEDIDAS DE SUPERFICIE

Figura A

Coloreamos 6 cuadrículas, que se consideran 6 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.

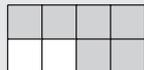
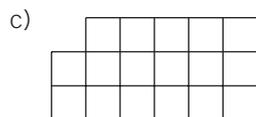
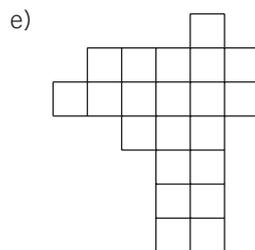
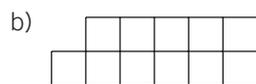
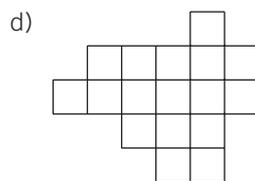


Figura B

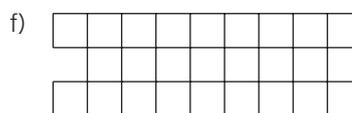
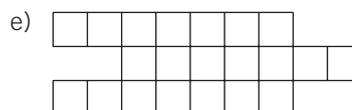
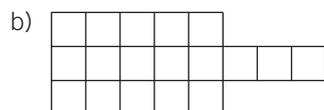
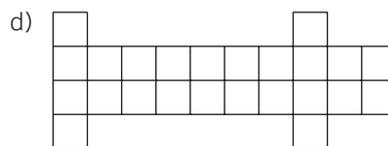
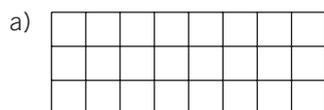
Coloreamos 10 cuadrículas, que se consideran 10 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.



7 Tomando como unidad de medida una unidad cuadrada, calcula la superficie de las figuras.

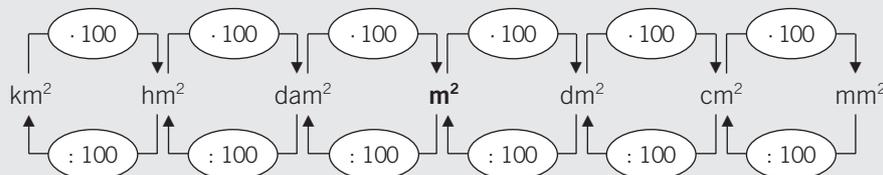


8 Colorea las siguientes figuras para obtener 20 unidades cuadradas de superficie.



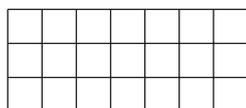
UNIDADES DE SUPERFICIE

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m²**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado.
- Los múltiplos (unidades mayores) del m² son: dam², hm², km².
- Los submúltiplos (unidades menores) del m² son: dm², cm², mm².
- Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.

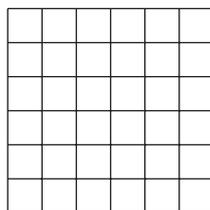


- Para expresar superficies de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro cuadrado (dm²), el centímetro cuadrado (cm²) y el metro cuadrado (m²).

- 9** Dibuja un rectángulo de 7 cm de largo y 3 cm de ancho. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm².



- 10** Dibuja un cuadrado de 6 cm de lado. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm².



11

OBJETIVO 2

CALCULAR PERÍMETROS DE POLÍGONOS. LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

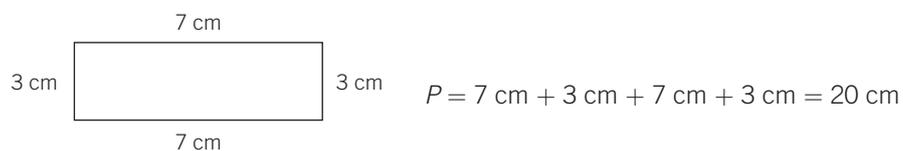
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

PERÍMETRO DE UN POLÍGONO

- El **perímetro** de un polígono es la medida de su contorno.
- Para calcular el perímetro se suman todos sus lados.
- El perímetro es una medida de longitud.

EJEMPLO

Halla el perímetro de un rectángulo de lados 7 cm y 3 cm.



Calcula el perímetro de un pentágono regular de 3 cm de lado.



- 1 **Calcula el perímetro del tablero de tu pupitre. Realiza un dibujo significativo y utiliza el instrumento y la unidad de medida adecuados.**

- 2 **Halla el perímetro de las siguientes figuras y realiza un dibujo.**

- a) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- b) Un cuadrado de 5 cm de lado.
- c) Un rectángulo de 10 cm y 4 cm de lado.
- d) Un pentágono de 4,5 cm de lado.

- 3** Determina el perímetro de las figuras y haz un dibujo.
- a) Un romboide de lados 5 cm y 2,5 cm.
 - b) Un hexágono regular de 6 cm de lado.
 - c) Un decágono regular de 3 cm de lado.
 - d) Un trapecio de lados 7 cm, 6 cm, 5 cm y 4 cm.
- 4** La banda y el fondo de un campo de fútbol miden 100 y 70 m, respectivamente. Si se quiere pintar su longitud, ¿cuántos metros de línea blanca se pintarán? Realiza un dibujo.
- 5** Un pastor quiere construir un cercado para sus ovejas con forma de hexágono regular. Si emplea 7,2 dam de valla, ¿cuántos metros medirá cada lado del cercado? Haz un dibujo.
- 6** El perímetro de un polígono regular es 77 cm. Si cada lado mide 11 cm, ¿qué tipo de polígono es? Realiza un dibujo.

11

RELACIÓN ENTRE LA CIRCUNFERENCIA Y SU DIÁMETRO

Considera que medimos en clase los siguientes objetos.

	CONTORNO (Longitud de la circunferencia)	DIÁMETRO	COCIENTE DEL CONTORNO Y EL DIÁMETRO
Reloj	78,5 cm	25 cm	3,14
Papelera	157 cm	50 cm	3,14
Portalápices	23,55 cm	7,5 cm	3,14

Observamos que:

- Al dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro se obtiene siempre el mismo número: 3,14.
 $78,5 : 25 = 3,14$ $157 : 50 = 3,14$ $23,55 : 7,5 = 3,14$
- 3,14 es el número π y se lee pi.

$$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}} = \pi \quad \frac{L}{d} = \pi$$

7 Completa la siguiente tabla.

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO
Sartén	55 cm	17,5 cm	
Aro de gimnasia	226 cm	72 cm	
Rueda	168,5 cm	53,5 cm	
Rotonda	204 m	65 m	

8 Localiza objetos circulares en tu aula. Mide el borde de la circunferencia y completa esta tabla.

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

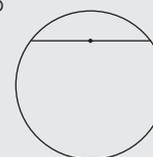
En los ejemplos anteriores también se observa que:

- La longitud del contorno de la circunferencia es algo mayor que el triple del diámetro: 3,14 veces.

$$78,5 = 3,14 \cdot 25 \quad 157 = 3,14 \cdot 50 \quad 23,55 = 3,14 \cdot 7,5$$

- De $\frac{L}{d} = \pi$, se tiene que $L = d \cdot \pi$.

- El diámetro de una circunferencia es la suma de dos radios: $d = 2r$.
- Por tanto, la longitud de la circunferencia es: $L = d \cdot \pi \rightarrow L = 2 \cdot r \cdot \pi$.



- 9 Completa la siguiente tabla.

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO
	15 cm
	35 cm
	0,25 cm
	7 m

$$L = d \cdot \pi$$

- 10 Completa la siguiente tabla.

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	RADIO
	5 cm
	50 cm
	0,15 cm
	4 m

$$L = 2 \cdot r \cdot \pi$$

- 11 ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de diámetro 5 cm? Realiza un dibujo representativo.

- 12 La rueda de la bicicleta de Luis tiene un diámetro de 44 cm.

- ¿Qué distancia recorre la bicicleta cada vez que la rueda da una vuelta?
- ¿Y si da tres vueltas?
- Determina cuántas vueltas dará la bicicleta en 10 metros.

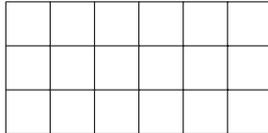
- 13 Calcula el radio de una circunferencia de longitud 80 cm. Recuerda que $L = 2 \cdot r \cdot \pi$.

11

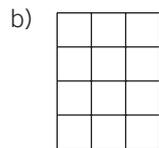
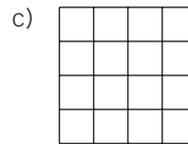
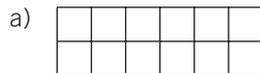
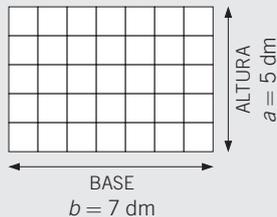
OBJETIVO 3

CALCULAR EL ÁREA DE LOS PRINCIPALES POLÍGONOS

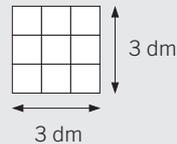
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

CONCEPTO DE ÁREAEl **área de un polígono** es la medida de su superficie.**EJEMPLO**

- La superficie de la figura son 18 unidades cuadradas.
- Si cada cuadrado tiene 1 cm de lado, podemos medir la superficie de la figura, en este caso un rectángulo.
- Se dice entonces que el rectángulo tiene un área de 18 cm².

1 Calcula el área de las figuras, tomando como unidad un cuadrado que tiene 1 cm de lado.**ÁREA DEL RECTÁNGULO**El rectángulo tiene 35 cuadrados de 1 dm².

- Son 7 columnas y 5 filas.
- Para hallar el área del rectángulo se multiplica la longitud de la base por la longitud de la altura.
 $A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a = 7 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm} = 35 \text{ dm}^2$

ÁREA DEL CUADRADOEl cuadrado tiene 6 cuadrados de 1 dm².

- Son 3 columnas y 3 filas.
- Para hallar el área del cuadrado se multiplica la longitud de un lado por la longitud del otro lado.
 $A = \text{lado} \cdot \text{lado} = l \cdot l = 3 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} = 9 \text{ dm}^2$

2 Calcula el área de estos rectángulos y realiza un dibujo representativo.

a) Base = 7 cm, altura = 3 cm

b) Base = 9 cm, altura = 4 cm

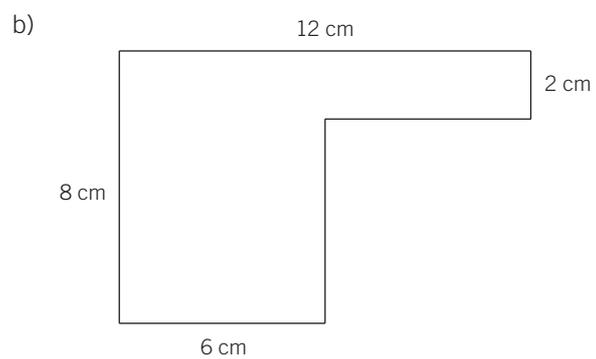
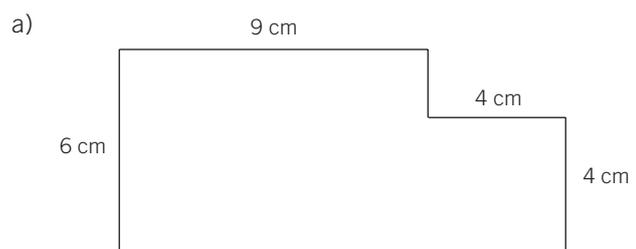
3 Calcula el área de estos cuadrados y realiza un dibujo representativo.

a) Lado = 5 cm

b) Lado = 4 cm

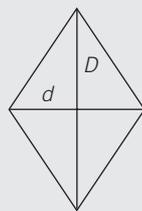
4 Dibuja un rectángulo que tenga 24 cm^2 de área.

5 Calcula el área de las siguientes figuras.



11

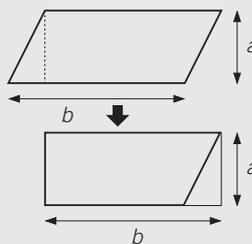
ÁREA DEL ROMBO



- El área del rectángulo el producto de la base y la altura ($D \cdot d$). El rombo ocupa la mitad de la superficie del rectángulo.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

ÁREA DEL ROMBOIDE



- El romboide lo podemos transformar en rectángulo.

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a$$

6 Halla el área de los siguientes rombos.

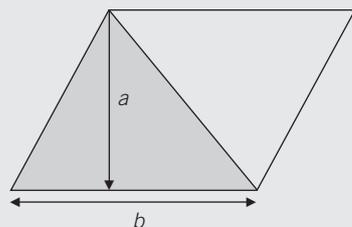
a) Diagonal mayor = 12 cm
Diagonal menor = 6 cm

b) Diagonal mayor = 15 cm
Diagonal menor = 7 cm

7 Calcula el área de un romboide de base 7 cm y altura 3 cm. Realiza un dibujo representativo.

8 Dibuja un rectángulo de base 6 cm y altura 3 cm.

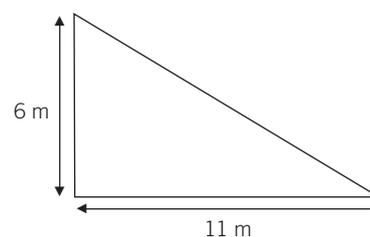
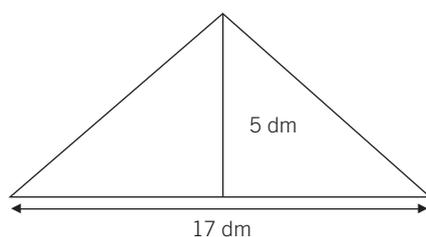
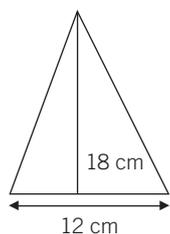
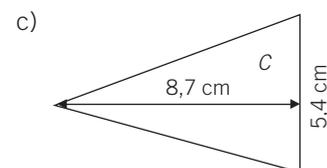
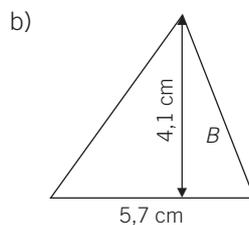
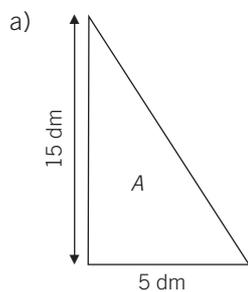
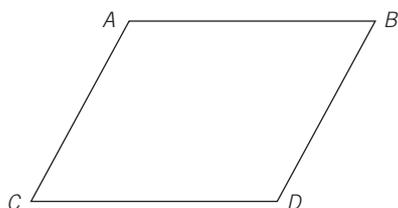
- Obtén su área.
- Traza las medianas de cada lado y dibuja sus diagonales.
- Halla el área del rombo.

ÁREA DEL TRIÁNGULO

- Al trazar la diagonal del romboide, este queda dividido en dos triángulos.
- Los dos triángulos ocupan igual superficie.

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{Área del romboide}}{2} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

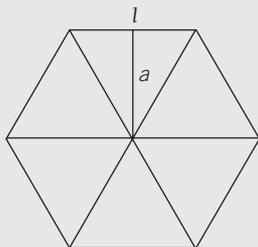
9 Calcula el área de los siguientes triángulos.**10** Determina el área de los triángulos.**11** Observa la siguiente figura.

- ¿Qué figura es?
- Su base mide 7 cm y su altura 4 cm. Nómbralas.
- Calcula el área de la figura.
- Traza la diagonal AD . ¿Qué figuras se han formado?
- Halla el área de las figuras del apartado anterior.

11

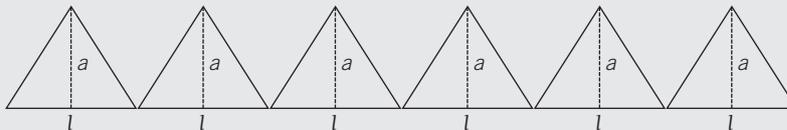
ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR

Observa el siguiente hexágono regular, que tiene 6 lados iguales.



- El hexágono se descompone en 6 triángulos iguales cuya altura es la apotema.

$$\text{Área de cada triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{l \cdot a}{2}$$



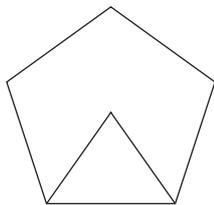
- Área de los 6 triángulos = $\frac{6 \cdot l \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

$6 \cdot l =$ perímetro del hexágono (suma de sus lados)

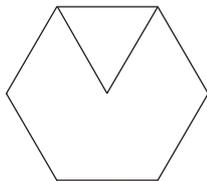
$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

12 Calcula el área de los siguientes polígonos.

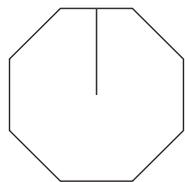
a)

Área del triángulo = 15 cm^2

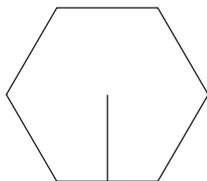
b)

Área del triángulo = 12 cm^2 **13** Halla el área de las figuras.

a)

Apotema = $2,4 \text{ cm}$ Lado del octógono = 2 cm

b)

Apotema = $2,6 \text{ cm}$ Lado del hexágono = 3 cm