826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 237

1 Números naturales

INTRODUCCIÓN

El estudio de los números naturales implica el conocimiento y la comprensión del sistema de numeración decimal que actualmente empleamos. Por medio de ejemplos sencillos y cotidianos se hará reflexionar a los alumnos sobre la utilidad de su empleo.

Con las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división aprenderán a manejar con soltura los números naturales. Se estudiará asimismo la potenciación, reflexionando sobre su utilidad para representar de forma abreviada cálculos matemáticos.

Se debe hacer especial hincapié en la utilización correcta de la jerarquía y propiedades de las operaciones y las reglas del uso de paréntesis en operaciones escritas, que junto con la resolución de problemas matemáticos, son los conceptos que resultan más complejos para los alumnos.

También aprenderán a usar la calculadora para resolver operaciones aritméticas, pero debe inculcarse en los alumnos una actitud crítica y de análisis frente a los resultados obtenidos.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- El *sistema de numeración decimal* utiliza las cifras del 0 al 9. Es un sistema *posicional*, porque el valor de cada cifra en el número depende del lugar o posición que ocupa.
- Con los números naturales se realizan *sumas*, *restas*, *multiplicaciones* y *divisiones*.
- Las *operaciones combinadas* hay que realizarlas en este orden: primero los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha, y finalmente las sumas y restas.
- Con la *calculadora* se podrán realizar todas las operaciones aritméticas, pero será necesario adoptar una actitud crítica y de análisis ante los resultados obtenidos.
- La *potenciación* permite expresar el producto de varios factores como un único número formado por una *base* y un *exponente*.
- Para *multiplicar potencias de la misma base* se deja la misma base y se suman los exponentes.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Conocer la estructura del sistema de numeración decimal.	• Sistema de numeración decimal. • Orden, equivalencia y posición de los números.	• Lectura, escritura, ordenación y comparación de números naturales. • Identificación de los distintos órdenes de unidades y el valor posicional de cada cifra.
2. Realizar operaciones con números naturales.	• Suma y resta. • Multiplicación y división. • Operaciones combinadas.	• Identificación de los términos de las operaciones. • Aplicación de las relaciones entre suma y resta. • Aplicación de las relaciones entre multiplicación y división.
3. Reconocer las teclas de la calculadora. Operaciones.	• Calculadora elemental.	• Identificación de las teclas numéricas, de operaciones y de memoria de la calculadora. • Realización de operaciones combinadas con la calculadora.
4. Comprender el concepto de potencia.	• Potenciación: producto de factores iguales. • Base y exponente. • Potencias de base 10.	• Identificación de los términos de una potencia. • Lectura y escritura de potencias. • Simplificación de la escritura de números mediante la potenciación.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 238

1 OBJETIVO 1
CONOCER LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.

2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

MILLONES (MM)			MILLARES (M)			UNIDADES (U)		
Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U

1 1 1

· 10 · 10 · 10

1 **Observa el siguiente número y completa.**

UMM	CM	DM	UM	C	D	U
8	7	0	6	2	6	5

..... unidades

..... unidades

Se lee .....

2 **Expresa con cifras los números y colócalos en orden.**

a) Tres millones cuatrocientos cinco mil ciento veinte.

b) Cincuenta mil ochocientos treinta y nueve.

c) Mil seis.

d) Doscientos ocho mil quinientos setenta y siete.

e) Diecisiete mil novecientos cincuenta y dos.

f) Tres mil quinientos cincuenta y siete.

g) Doce.

h) Setecientos treinta y dos.

UMM	CM	DM	UM	C	D	U

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 239

3 **Completa la tabla, indicando el orden de unidades y el valor de la cifra 7 en cada número.**

NÚMERO	ORDEN DE UNIDADES	VALOR	SE LEE
15.728	Centenas	700	Quince mil setecientos veintiocho
			Setenta y cuatro mil ciento cincuenta y seis
1.967			
87.003			Ochenta y siete mil tres
415			
			Cuarenta y cinco

4 **Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números.**

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA
432.100	400.000 + 30.000 + 2.000 + 100
234.912	
3.432.000	
32.111.120	
1.540.003	
533	

5 **Escribe el número que representa cada descomposición polinómica.**

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	NÚMERO
5.000.000 + 300.000 + 70.000 + 8.000 + 100 + 50 + 6	
700.000 + 9.000 + 500 + 40 + 1	
10 UMM + 80 CM + 40 DM + 1 UM	
4 DM + 5 UM + 8 C + 6 D + 9 U	
7 UM + 0 C + 4 D + 1 U	
23 DMM + 15 UMM + 1 CM + 10 DM + 4 UM	

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 240

1

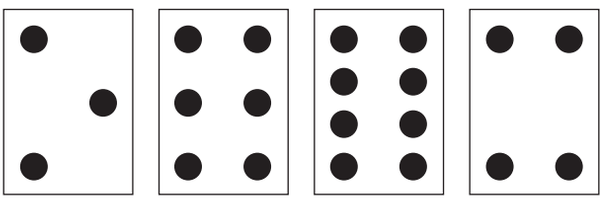
Para ordenar una serie de números los colocamos de mayor a menor, o viceversa.
Se utilizan los símbolos:

> mayor que	75.460 > 56.123	318 > 316
< menor que	8.937 < 8.990	24 < 27

6 **Escribe 4 números anteriores y posteriores a 8.475.**

Anteriores	**8.475**	**Posteriores**
.....		.....
.....		.....
.....		.....
.....		.....

7 **Forma 6 números de 4 cifras con los números de las siguientes figuras. Ordénalos de menor a mayor (<).**



Números: ....

....

....

Ordenación:

..... < ..... < ..... < ..... < ..... < .....

8 **Dados los siguientes números, colócalos en su lugar correspondiente.**

17.630 7.478 15.080 51.498 5.478 7.500

..... < ..... < ..... < 15.080 < ..... < .....

9 **Por un aeropuerto han pasado en 8 días los siguientes números de pasajeros.**

24.789, 33.990, 17.462, 26.731, 30.175, 28.430, 31.305, 19.853

Ordena los números de pasajeros en orden creciente, de menor a mayor.

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 241

REALIZAR OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES 1

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

SUMA O ADICIÓN

Los términos de la adición se llaman **sumandos**.

El resultado es la suma o total.

EJEMPLO

En una piscifactoría se introducen un día 24.350 truchas, otro día 18.812 y un tercero 9.906. ¿Cuántas truchas hay?

	DM	UM	C	D	U	
	2	4	3	5	0	
	1	8	8	1	2	→ SUMANDOS
+		9	9	0	6	
	5	3	0	6	8	→ SUMA o TOTAL

RESTA O SUSTRACCIÓN

Los términos de la sustracción se llaman **minuendo** y **sustraendo**.

El resultado es la resta o diferencia.

Prueba de la resta

Para comprobar si una resta es correcta, la suma del sustraendo y la diferencia debe dar el minuendo:

sustraendo + diferencia = minuendo

EJEMPLO

Una piscina tiene una capacidad de 15.000 litros de agua. Han aparecido unas grietas y se han salido 1.568 litros. ¿Qué capacidad tiene ahora?

	DM	UM	C	D	U	
	1	5	0	0	0	→ MINUENDO
−		1	5	6	8	→ SUSTRAENDO
	1	3	4	3	2	→ RESTA o DIFERENCIA

Comprobación:

	DM	UM	C	D	U	
		1	5	6	8	→ SUSTRAENDO
+	1	3	4	3	2	→ RESTA o DIFERENCIA
	1	5	0	0	0	→ MINUENDO

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 242

1

1 **Efectúa las siguientes operaciones.**

a) $23.612 + 915 + 1.036 =$

b) $114.308 + 24.561 + 37 =$

2 **Completa con las cifras correspondientes.**

a)

	1	□	4	4	□	3
+	□	5	□	□	7	□
	6	9	1	0	3	5

b)

	□	□	6	□	3	□
−	1	2	□	8	□	4
	4	1	5	6	4	2

La suma y la resta son operaciones inversas.

$3.058 + 819 = 3.877$ $\quad 3.877 - 819 = 3.058$

$3.877 - 3.058 = 819$

3 **Completa las operaciones y escribe dos restas por cada suma.**

a) $5.665 + 1.335 =$

b) $777 + 11.099 =$

La **multiplicación** es la suma de varios sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. El resultado final se llama **producto**.

EJEMPLO

En una regata de barcos de vela hay 20 barcos con 4 tripulantes cada uno. ¿Cuántos tripulantes participan en total?

$4 + 4 + 4 + 4 + \ldots + 4$ $\quad$ 20 veces $\rightarrow 4 \cdot 20 = 80$ tripulantes

4 **Completa.**

a) $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 50 \cdot$ □ $=$ □

b) $415 + 415 + 415 + 415 + 415 + 415 =$ □ $\cdot$ □ $=$ □

5 **Efectúa las multiplicaciones.**

×	80	65	12	10
7				
5				
8				
15				
20				

×	5	10	20	25
10				
100				
1.000				
10.000				
100.000				

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 243

La multiplicación de dos o más números se puede realizar de distintas maneras sin que el resultado varíe. Son las **propiedades conmutativa y asociativa**.

EJEMPLO

Por una carretera circulan 6 camiones que transportan 10 coches cada uno. ¿Cuántos coches son?

Conmutativa

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ coches}$$
$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ coches}$$

El resultado no varía:

$$6 \cdot 10 = 10 \cdot 6$$

Si cada uno de esos coches tiene 4 ruedas, ¿cuántas ruedas hay en total?

Asociativa

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240 \text{ ruedas} \qquad 6 \cdot (10 \cdot 4) = 6 \cdot 40 = 240 \text{ ruedas}$$

El resultado no varía:

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 6 \cdot (10 \cdot 4)$$

6 **Completa.**

a) $8 \cdot 9 = 9 \cdot$ .....

..... = ...

b) ..... $\cdot\ 15 = 15 \cdot$ .....

..... = ...

c) ..... $\cdot$ ..... = ... $\cdot$ .....

..... = ...

d) ..... $\cdot\ 6 =$ ..... $\cdot$ .....

..... $= 48$

7 **Completa.**

a) $12 \cdot 4 \cdot 2 = 12 \cdot (4 \cdot 2) = 12 \cdot 8 = 96$

$12 \cdot 4 \cdot 2 = (12 \cdot 4) \cdot 2 =$ ..... $\cdot\ 2 =$ .....

b) $7 \cdot 10 \cdot 3 = 7 \cdot (10 \cdot 3) =$ ..... $\cdot$ ..... = ...

$7 \cdot 10 \cdot 3 = (7 \cdot 10) \cdot 3 =$ ..... $\cdot$ ..... = ...

c) $11 \cdot 5 \cdot 6 =$

$11 \cdot 5 \cdot 6 =$

d) $3 \cdot 5 \cdot 10 =$

$3 \cdot 5 \cdot 10 =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

1

Dividir es repartir una cantidad en partes iguales.

Los términos de la división se llaman **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **resto**.

– **Dividendo:** cantidad que se reparte (D).
– **Divisor:** número de partes que se hacen (d).
– **Cociente:** cantidad que corresponde a cada parte (c).
– **Resto:** cantidad que queda sin repartir (r).

EJEMPLO

Juan ha traído a clase 450 golosinas. Las reparte entre sus 25 compañeros. ¿Cuántas golosinas le tocan a cada uno?

Dividendo: $D = 450$
Divisor: $d = 25$
Cociente: $c = 18$
Resto: $r = 0$

$$\begin{array}{r|l} 450 & 25 \\ 200 & 18 \\ 0 & \end{array}$$

18 golosinas le tocan a cada compañero.

En toda división se cumple que:

$D = d \cdot c + r$ (propiedad fundamental de la división)

La división puede ser:

- **Exacta.** Su resto es cero: $r = 0$.
  No sobra ninguna cantidad.
- **Inexacta.** Su resto no es cero: $r \neq 0$ y $r < d$.
  Se denomina división entera.

EJEMPLO

Exacta

$$\begin{array}{r|l} 288 & 24 \\ 48 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

$288 = 24 \cdot 12$
$r = 0$

Inexacta

$$\begin{array}{r|l} 96 & 25 \\ 21 & 3 \end{array}$$

$96 = 25 \cdot 3 + 21$
$r = 21$ y $21 < 25$

8 **¿Cuántas garrafas de 50 litros se pueden llenar con el contenido de cada uno de estos bidones?**

garrafa

bidón

bidón

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 245

9 **Resuelve las siguientes divisiones. Indica cuáles son exactas e inexactas. Utiliza la propiedad fundamental de la división.**

a) $609 : 3 =$

b) $305 : 15 =$

c) $1.046 : 23 =$

d) $16.605 : 81 =$

10 **Completa estas tablas.**

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
350	5	
54		9
	4	30

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
	3	45
150		30
500	10	

11 **Los 2.700 alumnos de un colegio van de campamento. ¿Pueden ir en autobuses de 55 plazas sin que sobre ninguno? ¿Y en autobuses de 30 plazas? Razona tus respuestas.**

OPERACIONES COMBINADAS

Para resolver operaciones combinadas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones…) hay que seguir un orden:

1.º Quitar **paréntesis**.

2.º Resolver las **multiplicaciones** y **divisiones** (en el orden en que aparecen).

3.º Resolver las **sumas** y **restas** (en el orden en que aparecen).

EJEMPLO

$725 - (60 \cdot 7 + 10)$ $= 725 - (420 + 10) = 725 - 430 = 295$

$(15 \cdot 2) : (17 - 12)$ $= 30 : 5 = 6$

12 **Efectúa las siguientes operaciones combinadas.**

a) $450 - (75 \cdot 2 + 90) = 450 - (150 + 90) = 450 - 240 = 210$

b) $350 + (80 \cdot 6 - 150) =$

c) $600 : 50 + 125 \cdot 7 =$

d) $8 \cdot (50 - 15) : 14 + (32 - 8) \cdot 5 =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 246

1 OBJETIVO 3
RECONOCER LAS TECLAS DE LA CALCULADORA. OPERACIONES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

En una **calculadora básica** nos interesa conocer las siguientes teclas.

- Teclas numéricas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Teclas de operaciones: $+$, $-$, $\times$, $\div$, $=$.
- Teclas de memoria: se utilizan para realizar operaciones combinadas.
  - (M+) Suma un número a la memoria (lo almacena).
  - (M−) Resta un número a la memoria (lo almacena).
  - (MR) Recupera el número que hay almacenado.
  - (MC) Borra el número que hay en la memoria.
- Otras teclas: ON (encendido), OFF (apagado).

1 **Haz las siguientes operaciones con la calculadora.**

a) $775 + 150 =$

b) $60 \cdot 22 =$

c) $2.350 - 1.500 =$

d) $125 : 25 =$

e) $1.736 : 31 =$

f) $100 \cdot 25 =$

2 **Resuelve las operaciones combinadas con la calculadora.**

a) $35 + 12 \cdot 6$ → 35 (M+) $12 \cdot 6 = 72$ (M+) (MR) Resultado = 63

b) $(15 \cdot 5) - (10 \cdot 4)$ → $15 \cdot 5 = 75$ ☐ $10 \cdot 4$ (M−) Resultado =

c) $150 + 7 \cdot 6$ →

d) $18 - 17 : 50$ →

3 **Resuelve con la calculadora. ¿Qué observas en los ejercicios a) y b), y c) y d)?**

a) $(150 : 15) + 35 =$

b) $150 : (15 + 35) =$

c) $95 \cdot (81 - 57) =$

d) $95 \cdot 81 - 57 =$

4 **Un kiosco de prensa tiene 1.300 periódicos. Por la mañana se han vendido 745 periódicos y por la tarde 350. ¿Cuántos periódicos quedan al final del día?**

a) Expresa la operación (combinada) con sus cifras y signos correspondientes.

b) Resuelve el problema con la calculadora y escribe la secuencia de operaciones.

826464 _ 0237-0248.qxd 12/2/07 09:18 Página 247

OBJETIVO 4

COMPRENDER EL CONCEPTO DE POTENCIA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Una **potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

EJEMPLO

En el gimnasio del colegio hay 4 cajas de cartón, cada una de las cuales contiene 4 redes con 4 pelotas en cada red. ¿Cuántas pelotas hay en total?

4 cajas, 4 redes y 4 pelotas $\longrightarrow$ $4 \cdot 4 \cdot 4 = 216$ pelotas

Esta operación la podemos expresar de la siguiente manera.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

4^3 es una potencia.

Una potencia está formada por una base y un exponente.

Base: factor que se repite.

4^3

Exponente: número de veces que hay que multiplicar la base por sí misma.

Se lee: «Cuatro elevado al cubo».

Por tanto: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$.

1 **Completa la siguiente tabla.**

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	SE LEE
3^5			Tres (elevado) a la quinta
6^4			
	10	3	
			Cinco (elevado) a la sexta

2 **Resuelve con la calculadora. ¿Qué observas en los ejercicios a) y b), y c) y d)?**

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

b) $7 \cdot 7 \cdot 7 =$

c) $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 =$

d) $6 \cdot 6 =$

e) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

f) $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

3 **Escribe como producto de factores iguales.**

a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b) $6^3 =$

c) $8^2 =$

d) $10^5 =$

e) $7^4 =$

f) $5^5 =$

4 **Halla el valor de las siguientes potencias.**

a) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

b) $4^3 =$

c) $2^4 =$

d) $10^3 =$

e) $9^2 =$

f) $5^3 =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0237-0248.qxd 16/2/07 10:26 Página 248

1

5 **Escribe con números.**

a) Seis elevado al cuadrado =

b) Tres elevado al cubo =

c) Ocho elevado al cuadrado =

d) Diez elevado a la cuarta =

6 **Completa la siguiente tabla.**

NÚMEROS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elevado al cuadrado	1						49			100
Elevado al cubo		8			125					

7 **Expresa los siguientes números como potencias.**

a) $25 = 5 \cdot 5$

b) $49 =$

c) $81 =$

d) $64 =$

e) $100 =$

f) $36 =$

POTENCIAS DE BASE 10

- Las potencias de base 10 y cualquier número natural como exponente son un caso especial de potencias.
- Se utilizan para expresar números muy grandes: distancias espaciales, habitantes de un país, etc.

POTENCIA	EXPRESIÓN	NÚMERO	SE LEE
10^2	$10 \cdot 10$	100	Cien
10^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000	Mil
10^4	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10.000	Diez mil
10^5	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	100.000	Cien mil
10^6	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000.000	Un millón

8 **Expresa en forma de potencia de base 10 los siguientes productos.**

a) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

9 **Completa.**

NÚMERO	PRODUCTO DE DOS NÚMEROS	CON POTENCIA DE BASE 10
2.000	$2 \cdot 1.000$	$2 \cdot 10^3$
25.000		$25 \cdot$
	$15 \cdot 100$	
		$4 \cdot 10^6$
13.000.000		
	$33 \cdot 10.000$	

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 249

2 Divisibilidad

INTRODUCCIÓN

El concepto de divisibilidad requiere dominar la multiplicación, división y potenciación de números naturales. Es fundamental dedicar el tiempo necesario a la práctica de la descomposición de un número en factores primos, aplicando los criterios de divisibilidad explicados y aprendiendo a distinguir entre números primos y compuestos.

El empleo de la técnica de descomposición en factores primos de un número dado nos permite obtener los múltiplos y divisores de dicho número. El cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números será el paso siguiente. Este proceso no resultará complicado, pues se trata de aplicar, paso a paso, cada uno de los conceptos vistos durante la unidad.

Todos los conceptos que se tratan en la unidad son de gran utilidad, ya que nos sirven para transmitir e interpretar informaciones relacionadas con el entorno: número de baldosas necesarias para enlosar una habitación; cómo repartir una cantidad de litros en garrafas de diferente capacidad…

Al resolver problemas de la vida real, los alumnos aplicarán de forma práctica los conceptos explicados en la unidad, por lo que es fundamental que los entiendan y practiquen.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un *número natural a* es múltiplo de otro *b* si la división *a* : *b* es exacta. Se dice también que *b es divisor de a* y que *a es divisible por b*.
- Un número es *divisible por 2* si acaba en 0 o cifra par. Es *divisible por 3* cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Es *divisible por 5* cuando acaba en 0 o 5. Y es *divisible por 10* cuando acaba en 0.
- *Número primo* es aquel que solo es divisible por él mismo y por la unidad. A los números que no son primos se les llama *compuestos*.
- La *descomposición en factores primos* permite expresar un número como producto de varios números primos elevados a potencias.
- El *máximo común divisor* (m.c.d.) de dos números es el mayor de los divisores comunes de ambos. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicando los factores comunes elevados al menor exponente.
- El *mínimo común múltiplo* (m.c.m.) de dos números es el menor de los múltiplos comunes. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicando los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Identificar los múltiplos y divisores de un número.	• Cálculo de los múltiplos y divisores de un número. • Relación de divisibilidad.	• Cálculo de los múltiplos y divisores de un número.
2. Comprender y aplicar los criterios de divisibilidad.	• Criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 10.	• Aplicación de los criterios de divisibilidad. • Expresión en forma de tabla de estos criterios.
3. Diferenciar entre número primo y número compuesto. Descomposición en factores primos.	• Números primos y compuestos. • Descomposición en factores primos.	• Identificación de números primos y compuestos. • Relación de divisibilidad entre dos números. • Escritura de un número como producto de factores primos
4. Obtener múltiplos y divisores comunes de varios números.	• Obtención de los múltiplos y divisores comunes de varios números. • Uso del m.c.d. y el m.c.m. en la resolución de problemas.	• Cálculo de los divisores y múltiplos comunes de varios números. • Aplicación de los conceptos estudiados a problemas cotidianos.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 250

2 OBJETIVO 1
IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5… es decir, por los números naturales.

Múltiplos de 4 ⟶ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28…

EJEMPLO

En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades. ¿Cuántas pelotas puedo comprar?

3 pelotas	6 pelotas	9 pelotas	12 pelotas	15 pelotas	…
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot 4 = 12$	$3 \cdot 5 = 15$	…

Se pueden comprar 3, 6, 9, 12, 15… pelotas.

Los números 3, 6, 9, 12, 15… son múltiplos de 3.

1 **Fíjate en la siguiente secuencia y complétala.**

- 3 es múltiplo de 3 porque 3 $= 3 \cdot 1$
- 6 es múltiplo de 3 porque 6 $= 3 \cdot 2$
- 9 es múltiplo de 3 porque 9 $= 3 \cdot 3$
- 12 es múltiplo de 3 porque 12 $= 3 \cdot 4$
- 15 es múltiplo de 3 porque 15 $= 3 \cdot$ .....
- ..... es múltiplo de 3 porque ..... $= 3 \cdot$ .....
- 21 es múltiplo de 3 porque ..... $= 3 \cdot$ .....
- ..... es múltiplo de 3 porque 24 $= 3 \cdot$ .....
- ..... es múltiplo de 3 porque ..... $= 3 \cdot$ .....
- ..... es múltiplo de 3 porque ..... $= 3 \cdot 10$

Son números .....

2 **Completa las siguientes tablas.**

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				4						
3										
5							35			
7		14								70
9										

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 251

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2										
4								32		
6				24						
8		16								
10									90	

3 **Escribe los números que faltan (en algunos apartados pueden existir varias soluciones).**

a) 28 es múltiplo de 4 porque 28 = 4 · .....

b) 35 es múltiplo de ..... porque ..... = ... · 7

c) ..... es múltiplo de ..... porque ..... = ... · .....

d) ..... es múltiplo de 8 porque ..... = 8 · .....

e) 30 es múltiplo de 10 porque 30 = 10 · .....

f) 54 es múltiplo de ..... porque ..... = ... · .....

4 **Halla mentalmente cuatro múltiplos de:**

a) 3 c) 9 e) 6

b) 5 d) 11 f) 8

5 **Escribe los números que sean:**

a) Múltiplos de 3 menores que 36.

b) Múltiplos de 4 menores que 60.

c) Múltiplos de 100 menores que 1.000.

d) Múltiplos de 7 que estén comprendidos entre 30 y 90.

6 **Juan acude a unos grandes almacenes y observa que algunos artículos se venden de la siguiente forma.**

- Las cintas de vídeo en paquetes de 3 unidades.
- Los lápices en bolsas de 2 unidades.
- Los disquetes en cajas de 10 unidades.
- Los CD en grupos de 5 unidades.

¿Cuántas unidades de cada artículo podríamos comprar?

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 252

Una división exacta es aquella en la que al dividir dos números entre sí su resto es cero.

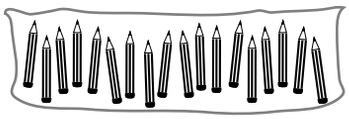
Los **divisores** de un número son los que dividen dicho número un número exacto de veces.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 6 \\ \hline 0 & 4 \text{ veces} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 5 \\ \hline 4 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 8 \\ \hline 0 & 3 \text{ veces} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 7 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

6 y 8 son divisores de 24 porque dividen exactamente a 24.

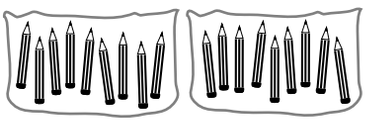
EJEMPLO

Quiero guardar 18 lapiceros en bolsas, de modo que cada una de ellas contenga la misma cantidad de lapiceros sin que sobre ninguno. Tengo que ordenarlos y agruparlos de las siguientes maneras.



$$\begin{array}{r|l} 18 & 1 \\ \hline 08 & 18 \\ 0 & \end{array}$$

1 bolsa de 18 lapiceros

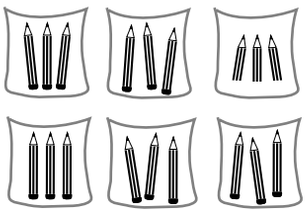


$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

2 bolsas de 9 lapiceros

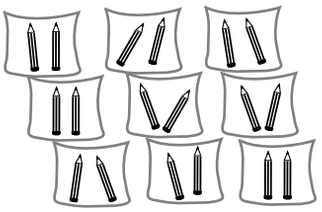
$$\begin{array}{r|l} 18 & 3 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

3 bolsas de 6 lapiceros



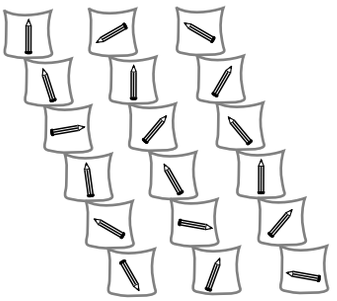
$$\begin{array}{r|l} 18 & 6 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

6 bolsas de 3 lapiceros



$$\begin{array}{r|l} 18 & 9 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

9 bolsas de 2 lapiceros



$$\begin{array}{r|l} 18 & 18 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

18 bolsas de 1 lapicero

- Los números 1, 2, 3, 6, 9, 18 son divisores de 18.
- Los lapiceros están agrupados en bolsas con igual cantidad de ellos.
- La división es exacta, no sobra nada:
  - 1 es divisor de 18 porque 18 : 1 = 18 y el resto es 0.
  - 2 es divisor de 18 porque 18 : 2 = 9 y el resto es 0.
  - 3 es divisor de 18 porque 18 : 3 = 6 y el resto es 0.
  - 6 es divisor de 18 porque 18 : 6 = 3 y el resto es 0.
  - 9 es divisor de 18 porque 18 : 9 = 2 y el resto es 0.
  - 18 es divisor de 18 porque 18 : 18 = 1 y el resto es 0.

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 253

7 **Completa la siguiente tabla.**

	12 : 1	12 : 2	12 : 3	12 : 4	12 : 5	12 : 6	12 : 7	12 : 8	12 : 9	12 : 10	12 : 11	12 : 12
División												
Cociente												
Resto												

8 **Tacha aquellos números que no sean:**

Divisores de 5 = 1, 3, 5
Divisores de 9 = 1, 2, 3, 6, 9
Divisores de 11 = 1, 3, 9, 11
Divisores de 25 = 1, 3, 5, 10, 20, 25
Divisores de 48 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48
Divisores de 100 = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100

9 **Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones y razona tu respuesta.**
El número 15 es:

a) Múltiplo de 5 [V] o [F] porque 5 · ..... = ...
b) Divisor de 10 [V] o [F] porque .....
c) Múltiplo de 6 [V] o [F] porque .....
d) Divisor de 45 [V] o [F] porque .....

10 **Halla todos los divisores de:**

a) 18
b) 22
c) 15
d) 20
e) 16
f) 14

Para calcular todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él. Los números que hacen que la **división** sea **exacta** son sus divisores.

11 **En la clase de Educación Física hay 24 alumnos. ¿De cuántas maneras se podrán formar grupos iguales de alumnos sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 254

2

12 **Completa con la palabra adecuada, múltiplo o divisor.**

a) 25 es ..... de 5

b) 60 es ..... de 120

c) 16 es ..... de 8

d) 11 es ..... de 33

e) 100 es ..... de 25

f) 7 es ..... de 63

Múltiplo y **divisor** son dos conceptos relacionados entre sí. En una división exacta de dos números existe una relación llamada *divisibilidad*.

- El número mayor es **múltiplo** del menor.
- El número menor es **divisor** del mayor.

$48 : 8 = 6$ → 48 es múltiplo de 8, porque $48 = 8 \cdot 6$.
8 es divisor de 48, porque 8 divide un número exacto de veces a 48 (6 veces).

$48 : 6 = 8$ → 48 es múltiplo de 6, porque $48 = 6 \cdot 8$.
6 es divisor de 48, porque 6 divide un número exacto de veces a 48 (8 veces).

13 **Dados los números 15, 10, 1, 25, 5, 8, 20, 45, 2, 12, indica cuáles son:**

a) Divisores de 50.

b) Múltiplos de 3.

14 **Observa estos números: 9, 25, 15, 20, 48, 100, 45, 5, 2, 22, 3.**
Forma, al menos, 4 parejas que verifiquen la relación de divisibilidad.

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 255

COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD 2

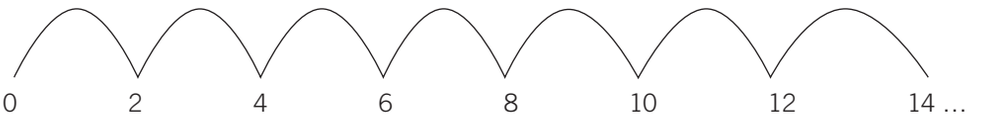
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **criterios de divisibilidad** son una serie de normas que permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10…

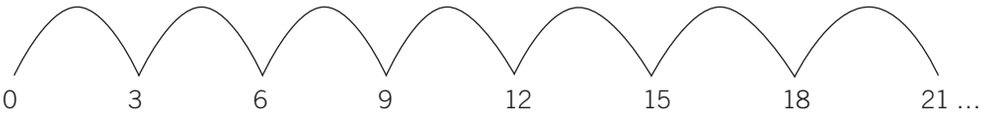
Esta es también una manera fácil de realizar divisiones exactas. A continuación, vamos a hallar estos criterios.

EJEMPLO

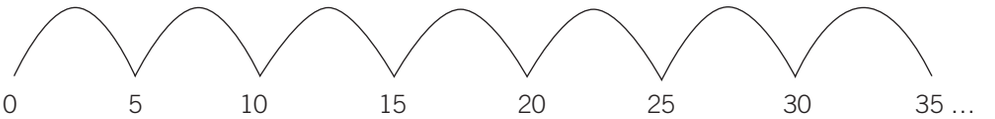
Un atleta recorre una distancia en saltos de 2 metros.



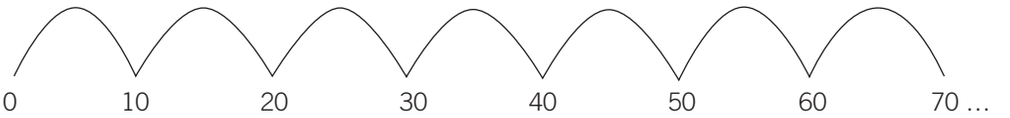
Una rana recorre una distancia en saltos de 3 metros.



Una garza recorre una distancia en saltos de 5 metros.



Un canguro recorre una distancia en saltos de 10 metros.



- Los saltos del atleta tienen algo en común: al dividirlos entre 2, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 2 y la distancia entre ellos es la misma, 2 metros.

  Los números que acaban en 0, 2, 4, 6 y 8 son divisibles por 2. Esta es la regla de **divisibilidad por 2**.

- Los saltos de la rana tienen algo en común: al dividirlos entre 3, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 3 y la distancia entre ellos es la misma, 3 metros.

  Observa que **si sumamos sus cifras, el número obtenido es múltiplo de 3**. Esta es la regla de **divisibilidad por 3**.

  3, 12, 21... Sus cifras suman 3, que es múltiplo de 3.
  6, 15, 24... Sus cifras suman 6, que es múltiplo de 3.
  9, 18, 27... Sus cifras suman 9, que es múltiplo de 3.

- Los saltos de la garza tienen algo en común: al dividirlos entre 5, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 5 y la distancia entre ellos es la misma, 5 metros.

  Los números que acaban en 0 o en 5 son divisibles por 5. Esta es la regla de **divisibilidad por 5**.

- Los saltos del canguro tienen algo en común: al dividirlos entre 10, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 10 y la distancia entre ellos es la misma, 10 metros.

  Los números que acaban en 0 son divisibles por 10. Esta es la regla de **divisibilidad por 10**.

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 256

2

1 **Indica cuál de los números cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo por varios).**

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
18				
35				
40				
84				
100				
150				
1.038				
480				
1.002				
5.027				

2 **De los números 230, 496, 520, 2.080, 2.100, 2.745 y 455, di:**

a) ¿Cuáles son múltiplos de 2?

b) ¿Y múltiplos de 3?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 5?

d) ¿Y múltiplos de 10?

3 **Completa las cifras que faltan en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones).**

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
36....	364	369	365	360
35.02....				
9....6			No puede ser. No acaba en 0 ni en…	
1.4....0				
8.8....5				
43....79	No puede ser. No acaba en 0, ni en 2…			

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 257

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS 2

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Número primo: solo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.
Número compuesto: tiene más de dos divisores.

EJEMPLO

Los 5 jugadores de un equipo de baloncesto quieren saber de cuántas maneras pueden formar grupos iguales para realizar sus entrenamientos.

5 | 1	5 | 2	5 | 3	5 | 4	5 | 5
0 5	1 2	2 1	1 1	0 1

Se pueden agrupar en conjuntos de 1 y de 5 jugadores.
El número 5 solo tiene dos divisores: 5 y 1 (él mismo y la unidad). Se dice que es un número primo.
De igual manera ocurre con los 7 jugadores de un equipo de balonmano.
El número 7 solo tiene dos divisores: 7 y 1. Es un número primo.

Tengo 8 libros para colocar en una estantería. ¿Cuántos grupos iguales de ellos puedo formar?

8 | 1	8 | 2	8 | 3	8 | 4
0 8	0 4	2 2	0 2

8 | 5	8 | 6	8 | 7	8 | 8
3 1	2 1	1 1	0 1

Los puedo colocar en grupos de 1, 2, 4 y 8 libros.
El número 8 tiene varios divisores. Se dice que es un número compuesto.

1 **Halla los números primos que hay desde 70 hasta 100 (escríbelos en rojo).**

70	**71**	72								80
	81				85					
							97			100

2 **Clasifica los números en primos o compuestos: 6, 15, 7, 24, 13, 2, 20, 11 y 10.**

a) Números primos:

b) Números compuestos:

3 **Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores.**

a) ¿De cuántas maneras se pueden colocar formando grupos iguales de jugadores?

b) Si se une al entrenamiento otro jugador, ¿cómo se agruparían?

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 258

2

DIVISORES DE UN NÚMERO

- Para obtener todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él, y aquellos números con los que se obtenga una **división exacta** serán sus divisores.
- Si los números son muy grandes existe una manera más sencilla de hacerlo, y consiste en **descomponer el número en producto de números primos**, y expresar sus divisores mediante la combinación de esos números (llamados **factores**).

EJEMPLO

Determina los divisores de 36.

1.º Descomponemos en factores primos el número 36.

– Se coloca el número.

– Se traza una línea vertical a su derecha.

– Se comienza a dividir entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7…

– Acabamos de dividir cuando el último número es un número primo (cociente 1).

36	2	– El primer número primo por el que es divisible 36 es 2: $36 : 2 = 18$
18	2	– El primer número primo por el que es divisible 18 es 2: $18 : 2 = 9$
9	3	– El primer número primo por el que es divisible 9 es 3: $9 : 3 = 3$
3	3	– El primer número primo por el que es divisible 3 es 3: $3 : 3 = 1$
1		

Podemos expresar el número 36 como producto de otros números primos:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9$$

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.
En este caso sería desde 2 hasta $2^2 = 4$.

1	2	4

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 3.

1	2	4
3	6	12

4.º Multiplicamos cada número de la primera fila por la siguiente potencia de 3.
En este caso sería $3^2 = 9$.

1	2	4
3	6	12
9	18	36

5.º Ordenando los números, los divisores de 36 son: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 259

4 **Descompón el número 45 en factores primos.**

1.º

45	3
15	3
5	5
1	

– El primer número primo por el que es divisible 45 es 3: $45 : 3 = 15$
– El primer número primo por el que es divisible 15 es 3: $15 : 3 = 5$
– El primer número primo por el que es divisible 5 es 5: $5 : 5 = 1$

Podemos expresar el número 45 así: $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5 = 9 \cdot 5$.

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.
En este caso sería desde 3 hasta $3^2 = 9$.

1 3 9

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 5.

1 3 9
5 15 45

4.º Ordenando los números, los divisores de 45 son: .....

5 **Descompón como producto de factores primos los números 50 y 60.**

50	2
25	5

$50 = 2 \cdot 5$

60	2
30	

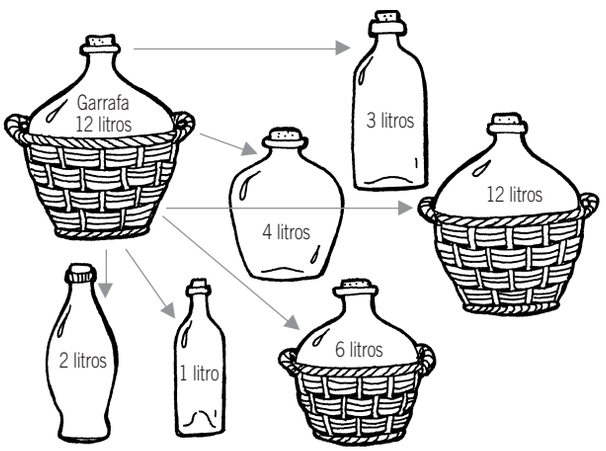
$60 = 2 \cdot$

6 **Quiero guardar 40 latas en cajas iguales sin que sobre ninguna. ¿De cuántas maneras puedo hacerlo?**

7 **María desea distribuir el agua de una garrafa de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros.**

a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?

b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:37 Página 260

2 OBJETIVO 4
OBTENER DIVISORES Y MÚLTIPLOS COMUNES DE VARIOS NÚMEROS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

EJEMPLO

DIVISORES COMUNES

Juan tiene 12 locomotoras de juguete y Pedro 18 aviones. Quieren hacer grupos de manera que tengan el mismo número de juguetes en cada uno.

Juan podrá hacer los siguientes grupos.

12	2
6	2
3	3
1	

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3$

Vamos a calcular sus divisores:

1	2	4
3	6	12

LOCOMOTORAS
1 grupo de 12 locomotoras
2 grupos de 6 locomotoras
3 grupos de 4 locomotoras
4 grupos de 3 locomotoras
6 grupos de 2 locomotoras
12 grupos de 1 locomotora

Pedro podrá hacer los siguientes grupos.

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9$

Vamos a calcular sus divisores:

1	2
3	6
9	18

AVIONES
1 grupo de 18 aviones
2 grupos de 9 aviones
3 grupos de 6 aviones
6 grupos de 3 aviones
9 grupos de 2 aviones
18 grupos de 1 avión

Juan y Pedro pueden juntar sus juguetes en grupos iguales de 1, 2, 3 y 6.

1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de ambos números.

6 es el mayor grupo que ambos pueden formar con el mismo número de locomotoras y aviones.

6 es el mayor de los divisores comunes, y se llama **máximo común divisor** (m.c.d.).

1 **Halla los divisores comunes de:**

a) 25 y 30

b) 9 y 12

c) 15 y 20

d) 16 y 24

2 **Calcula el mayor de los divisores comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el máximo común divisor (m.c.d.).**

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:38 Página 261

EJEMPLO

MÚLTIPLOS COMUNES

Ana va a nadar al polideportivo cada 2 días y Eva cada 3. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el polideportivo?

Ana	1	**2**	3	**4**	5	**6**	7	**8**	9	**10**	11	**12**	13	**14**	15	**16**	17	**18**	19	**20**
Eva	1	2	**3**	4	5	**6**	7	8	**9**	10	11	**12**	13	14	**15**	16	17	**18**	19	20

Ana va los días 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20…
Eva va los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21…

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20… son los múltiplos de 2.
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21… son los múltiplos de 3.

6, 12, 18… son los múltiplos comunes de 2 y 3.
6 es el menor de los múltiplos comunes, y se llama **mínimo común múltiplo** (m.c.m.).

3 **Halla los 5 primeros múltiplos comunes de:**

a) 5 y 10

b) 4 y 6

c) 10 y 25

d) 12 y 15

4 **Calcula el menor de los múltiplos comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el mínimo común múltiplo (m.c.m.).**

5 **Un barco sale de un puerto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿Cuándo vuelven a coincidir los tres barcos en el puerto?**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0249-0262.qxd 12/2/07 09:38 Página 262

2

6 **¿Cuál de las series está formada por múltiplos de 4? ¿Y por múltiplos de 5? ¿Y por múltiplos de 39?**

a) 1, 4, 9, 16, 25…
b) 0, 5, 10, 15, 20…
c) 1, 8, 27, 64…
d) 0, 8, 16, 24, 32, 40…
e) 0, 39, 78, 117, 156…

7 **Completa la tabla indicando SÍ o NO.**

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5
640			
1.876			
2.987			
345			
876			

8 **Obtén el m.c.d. de los siguientes números.**

a) 24 y 36
b) 12 y 14
c) 16 y 18
d) 6 y 14
e) 9 y 10
f) 5 y 15
g) 25 y 50
h) 14 y 42
i) 6 y 15
j) 28 y 35
k) 42 y 28
l) 4 y 6

9 **Obtén el m.c.m. de los siguientes números.**

a) 24 y 36
b) 12 y 14
c) 16 y 18
d) 6 y 14
e) 9 y 10
f) 5 y 15
g) 25 y 50
h) 14 y 42
i) 6 y 15
j) 28 y 35
k) 42 y 28
l) 4 y 6

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 263

3 Fracciones

INTRODUCCIÓN

Con el empleo de las fracciones se observa la utilidad de los conceptos estudiados como, por ejemplo, las operaciones básicas con números naturales o el cálculo del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

Recordar las distintas interpretaciones de una fracción (como parte de un total, como medida y como operador de un número) es el primer paso para comprender la estructura del conjunto de los números racionales.

Asimismo, representar las fracciones en la recta real o mediante figuras geométricas permite comprender conceptos como la relación de equivalencia entre fracciones, obtener fracciones equivalentes a una fracción dada, comparar fracciones y hallar fracciones comprendidas entre dos fracciones.

La realización de operaciones con fracciones no presenta gran dificultad y utiliza técnicas ya conocidas de otros cursos.

Además, conceptos como la equivalencia de fracciones y la fracción como expresión decimal serán la base para el estudio de la proporcionalidad numérica.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Una *fracción* es un número, escrito de la forma $\frac{a}{b}$, donde *a* es el numerador y *b* el denominador.
- Una *fracción* puede interpretarse como *parte de un total,* como *medida* y como *operador de un número*.
- Una *fracción propia* es la que tiene el numerador menor que el denominador. Una *fracción impropia* tiene el numerador mayor que el denominador. Toda fracción impropia se puede expresar como *número mixto*, es decir, como un número natural más una fracción propia.
- Las fracciones se representan mediante *dibujos geométricos* y/o en la *recta real*. Se divide la figura o la recta en tantas unidades como indique el denominador, y se señalan tantas como señale el numerador.
- Las *fracciones equivalentes* a una fracción dada se obtienen multiplicando o dividiendo numerador y denominador por un mismo número.
- Para *sumar (o restar) fracciones* se reducen primero a común denominador y, después, se suman (o restan) los numeradores.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de fracción. Identificar sus términos.	• Concepto de fracción: numerador y denominador. Lectura de fracciones. • Interpretación gráfica. • Significados de la fracción: unidad, parte decimal y parte de un total.	• Identificación de los términos de una fracción y sus diferentes interpretaciones: numérica y gráficamente.
2. Diferenciar los tipos de fracciones. Representación en la recta real.	• Fracciones propias, impropias e iguales a la unidad. • Interpretación en la recta real.	• Determinación de fracciones en una gráfica y su valor en la recta real.
3. Comprender el significado de fracción equivalente.	• Fracción equivalente. • Comparación y obtención de fracciones equivalentes.	• Reconocimiento de fracciones equivalentes mediante la representación gráfica, amplificación y simplificación.
4. Realizar operaciones con fracciones.	• Suma y resta de fracciones de igual y distinto denominador. • Producto y división de fracciones. División de una fracción entre un número.	• Resolución de problemas mediante operaciones con fracciones. • Empleo de dibujos explicativos y cálculo mental.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 264

3 OBJETIVO 1
COMPRENDER EL CONCEPTO DE FRACCIÓN. IDENTIFICAR SUS TÉRMINOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Para expresar una cantidad de algo que es incompleto o partes de un total sin usar números o expresiones numéricas, utilizamos las **fracciones**.
- Ejemplos de frases en las que utilizamos fracciones son: «Dame la mitad de...», «solo nos falta hacer la cuarta parte del recorrido...», «se inundó la habitación de agua en dos quintas partes...», «los dos tercios del barril están vacíos...», «me he gastado la tercera parte de la paga...».
- Una fracción es una expresión matemática que consta de dos términos, llamados **numerador** y **denominador**, separados por una línea horizontal que se denomina **raya de fracción**.

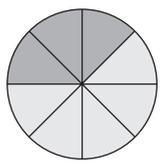
En general, si *a* y *b* son dos números naturales (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), una fracción se escribe así:

Raya de fracción → $\frac{a}{b}$ ← Numerador / Denominador

EJEMPLO

SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS DE UNA FRACCIÓN: PARTE DE LA UNIDAD

- **Numerador (*a*).** Número de partes que tomamos de la unidad.
- **Denominador (*b*).** Número de partes iguales en las que se divide la unidad.
- **Raya de fracción (—).** Indica partición, parte de, cociente, entre, división.



Juan abre una caja de quesitos que tiene 8 porciones y se come 3. ¿Cómo lo expresarías?

3 porciones se come Juan (partes que toma de la caja) ← Numerador

8 porciones tiene la caja (partes iguales de la caja) ← Denominador

$$\frac{3}{8}$$

¿Cómo se leen las fracciones?

Si el numerador es	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Se lee	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Cinco	Seis	Siete	Ocho	Nueve

Si el denominador es	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Se lee	Medios	Tercios	Cuartos	Quintos	Sextos	Séptimos	Octavos	Novenos	Décimos

Si el denominador es mayor que 10, se lee el número seguido del término *-avo*.

Si el denominador es	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Se lee	Onceavos	Doceavos	Treceavos	Cator-ceavos	Quin-ceavos	Dieci-seisavos	Diecisie-teavos	Diecio-chavos	Diecinue-veavos

Por tanto, podemos decir que Juan se ha comido los *tres octavos* de la caja.

Así: $\frac{3}{7}$ se lee «tres séptimos». $\frac{6}{9}$ se lee «seis novenos».

$\frac{8}{11}$ se lee «ocho onceavos». $\frac{5}{10}$ se lee «cinco décimos».

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 265

1 **Escribe cómo se leen las fracciones.**

a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{17}$ e) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{12}{20}$ f) $\frac{8}{15}$

2 **Escribe las siguientes fracciones.**

a) Seis décimos = c) Diez veintitresavos = e) Dos onceavos =

b) Tres octavos = d) Doce catorceavos = f) Quince diecinueveavos =

Para dibujar y/o **representar gráficamente fracciones** seguimos estos pasos.

1.º Elegimos el tipo de dibujo: círculo, rectángulo, cuadrado o triángulo (normalmente es una figura geométrica).

2.º Dividimos la figura en tantas partes iguales como nos indica el denominador.

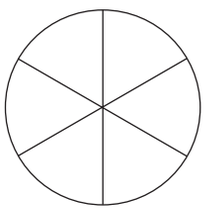
3.º Coloreamos, marcamos o señalamos las partes que nos señale el numerador.

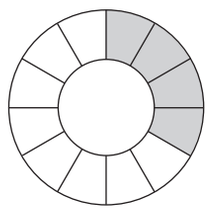
3 **María se ha comido 2 trozos de un bizcocho dividido en 6 partes iguales.**

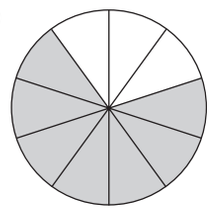
a) ¿Qué fracción representa lo que se ha comido María?

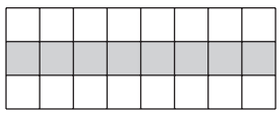
b) Represéntalo mediante cuatro tipos de gráficos.

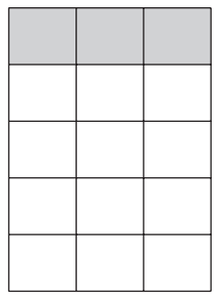
4 **Escribe la fracción que representa la parte coloreada de cada uno de los gráficos.**

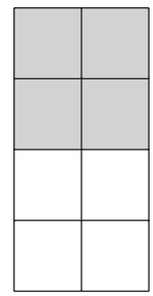
a) 

c) 

e) 

b) 

d) 

f) 

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 266

3

5 **Completa la siguiente tabla.**

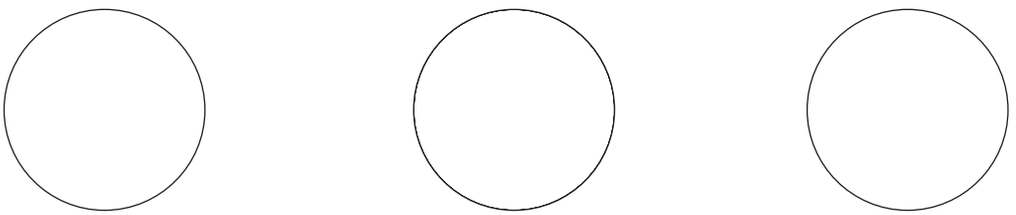
SE ESCRIBE	SE REPRESENTA	SE LEE
$\frac{4}{7}$		Cuatro .....
		Seis onceavos
$\frac{9}{10}$		

6 **Indica las fracciones que representan cada situación mediante un dibujo.**

a) De una tableta de chocolate dividida en 15 trozos nos comemos 6.
b) Parto una pizza en 8 partes iguales y tomo 5.
c) Un paquete de pan de molde tiene 24 rebanadas y utilizo 8.
d) De un total de 20 cromos de sellos he cambiado 12.

a) b) c) d)

7 **Tres amigos se han retrasado un cuarto de hora (15 minutos), tres cuartos de hora (45 minutos) y 20 minutos, respectivamente. Dibuja las fracciones correspondientes, suponiendo que cada círculo representa una hora.**



OTROS SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES

Como cociente

Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal.
Ese número es el valor numérico de la fracción.

Si quiero repartir 7 plátanos entre 2 chimpancés $\left(\frac{7}{2}\right)$, ¿cuántos le corresponden a cada uno?

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ 10 & 3{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

- Le tocarían 3 plátanos completos (enteros) a cada chimpancé.
- Sobra 1 plátano, que se lo repartirían dos chimpancés: medio plátano (0,5) para cada uno.

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 267

FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD

Teresa tiene que realizar una carrera de 200 m. Al poco tiempo se detiene, y su entrenador le dice: «Ánimo, que ya has recorrido las tres cuartas partes de la distancia». ¿Cuántos metros ha recorrido entonces?

- Hay que hallar lo que valen $\frac{3}{4}$ de 200, es decir, la **fracción de una cantidad**.
- Seguimos alguno de estos pasos.
  - Se multiplica la cantidad por el numerador y se divide entre el denominador.
  - Se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

$\frac{3}{4}$ de 200 → $(200 \cdot 3) : 4 = 600 : 4 = 150$ m ha recorrido Teresa.

$\frac{3}{4}$ de 200 → $(200 : 4) \cdot 3 = 50 \cdot 3 = 150$ m ha recorrido Teresa.

8 **Halla la expresión decimal de las fracciones.**

a) $\frac{4}{5} =$

c) $\frac{9}{4} =$

e) $\frac{5}{10} =$

b) $\frac{12}{15} =$

d) $\frac{10}{20} =$

f) $\frac{15}{20} =$

9 **Calcula las siguientes expresiones de la fracción de una cantidad utilizando las dos formas de operar.**

a) $\frac{4}{5}$ de $45 =$

b) $\frac{2}{3}$ de $18 =$

c) $\frac{1}{5}$ de $35 =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 268

3 OBJETIVO 2
TIPOS DE FRACCIONES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador: $a < b$.
- El cociente entre a y b es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los $\frac{3}{8}$ de la caja de quesitos.

- 3 es menor que 8 $\longrightarrow$ $3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$ $\longrightarrow$ $0{,}375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias: $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{9}{12}$

1 **Escribe fracciones propias y halla su valor decimal.**

a) $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0{,}6$ c) e)

b) d) f)

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador: $a = b$.
- El cociente entre a y b es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8 $\longrightarrow$ $8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad: $\frac{4}{4}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{15}{15}$, $\frac{9}{9}$.

2 **Escribe fracciones cuyo valor sea igual a la unidad.**

a) $\frac{6}{6} = 6 : 6 = 1$ c) e)

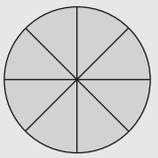
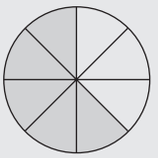
b) d) f)

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 269

FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones **impropias**.
- El numerador es **mayor** que el denominador: $a > b$.
- El cociente entre a y b es mayor que la unidad.

Juan se come un día los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos y otro día los $\frac{3}{8}$ de otra caja.

1 caja entera  $+\frac{3}{8}$ de otra 

- Juan se ha comido 11 porciones cuya unidad contiene 8: $\frac{11}{8}$, siendo $11 > 8$.
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$ más $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$ es igual a $1{,}375 > 1$

  $\frac{11}{8} = \frac{8}{8}$ más $\frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1\,\frac{3}{8}$

Esta expresión se conoce **número mixto**, y se compone de una fracción y un número natural.

Son fracciones impropias: $\frac{9}{5}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{25}{18}$.

3 **Escribe fracciones impropias y halla su valor decimal.**

a) $\frac{15}{8} = 15 : 8 = 1{,}875$

c)

e)

b)

d)

f)

4 **Escribe las siguientes fracciones como un número mixto. Fíjate en el ejemplo.**

a) $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$

c) $\frac{12}{9} =$

b) $\frac{20}{16} =$

d) $\frac{7}{4} =$

5 **Representa gráficamente las fracciones $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{10}{7}$.**

Ejemplo: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 270

3

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en la **recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.

6 **Representa en una recta los números: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.**

Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.

2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.

3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

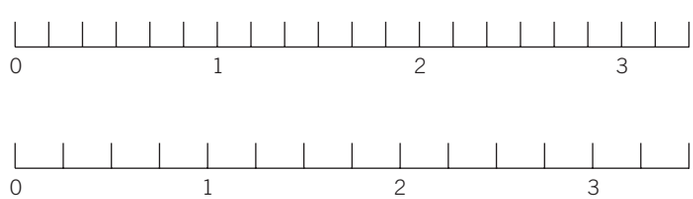
1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.

2.º Igual a la unidad: su valor será 1.

3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

7 **Representa las fracciones en estas rectas.**

a) $\frac{7}{6}$ b) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ c) $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$



826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 271

COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE FRACCIÓN EQUIVALENTE 3

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

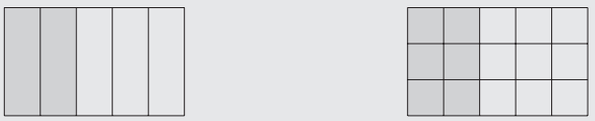
FRACCIÓN EQUIVALENTE

- Equivalente es sinónimo de «igual», es decir, que tiene igual valor y representa la misma cantidad.

  Así, $\frac{2}{5}$ y $\frac{6}{15}$ son fracciones equivalentes.

- Tienen igual valor: $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4$ $\quad\quad$ $\frac{6}{15} = 6 : 15 = 0{,}4$

- Representan la misma cantidad: $\frac{2}{5}$ $\quad\quad$ $\frac{6}{15}$



- En general, para comprobar si dos fracciones son **equivalentes** se **multiplican en cruz**, obteniéndose el mismo resultado.

$\frac{2}{5} \times \frac{6}{15}$ $\quad\quad$ $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6 \longrightarrow \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

$2 \cdot 15 = 30$

$5 \cdot 6 = 30$

1 **Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones.**

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$ $\quad$ b) $\frac{4}{7}$ y $\frac{12}{21}$ $\quad$ c) $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{11}$ $\quad$ d) $\frac{8}{7}$ y $\frac{14}{15}$ $\quad$ e) $\frac{4}{9}$ y $\frac{20}{45}$

2 **Halla el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.**

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{\quad}$ $\quad$ b) $\frac{8}{\quad} = \frac{6}{9}$ $\quad$ c) $\frac{\quad}{2} = \frac{8}{16} = \frac{\quad}{32}$ $\quad$ d) $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} = \frac{6}{\quad}$

3 **Comprueba gráficamente si son equivalentes las fracciones.**

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$ $\quad$ b) $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{12}$ $\quad$ c) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ $\quad$ d) $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{4}$

3

OBTENCIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES A UNA FRACCIÓN DADA

- Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \qquad \frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**.

4 **Escribe fracciones equivalentes a:**

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{\quad} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{36} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{5}{7} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{3}{2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

5 **Escribe fracciones equivalentes mediante simplificación (dividiendo numerador y denominador entre el mismo número).**

a) $\frac{30}{40} = \frac{15}{20} = \frac{3}{\quad}$

b) $\frac{24}{32} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{15}{25} =$

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Jorge, Araceli y Lucas han comprado el mismo número de cromos. Luego Jorge ha pegado los dos tercios de los cromos, Araceli la mitad y Lucas los tres cuartos. ¿Quién ha pegado más cromos?

Seguimos estos pasos.

1.º Obtenemos fracciones equivalentes con el mismo denominador.

2.º Comparamos las fracciones mediante los numeradores. La fracción que tenga mayor numerador será la mayor.

1.º Jorge: $\frac{2}{3}$ Fracciones equivalentes: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} = \frac{10}{15} \ldots$

Araceli: $\frac{1}{2}$ Fracciones equivalentes: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{12}} = \frac{7}{14} \ldots$

Lucas: $\frac{3}{4}$ Fracciones equivalentes: $\frac{6}{8} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{12}{16} \ldots$

$\frac{8}{12}$, $\frac{6}{12}$ y $\frac{9}{12}$ son las fracciones que representan a Jorge, Araceli y Lucas.

Todas estas fracciones tienen el mismo denominador.

2.º Las ordenamos de mayor a menor (utilizamos el símbolo «mayor que», $>$):

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}; \quad \frac{9}{12} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

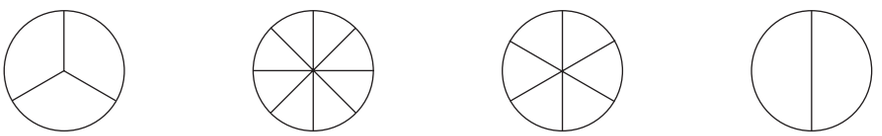
Lucas fue el que pegó más cromos, luego Jorge y, por último, Araceli.

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 273

6 **Ordena, de menor a mayor, las siguientes fracciones: $\frac{4}{10}, \frac{8}{10}, \frac{6}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{10}, \frac{9}{10}, \frac{3}{10}, \frac{10}{10}$.**

7 **Andrés se ha comido $\frac{1}{4}$ de pizza y Ángela $\frac{1}{3}$. ¿Quién ha comido más pizza? Compruébalo numérica y gráficamente.**

8 **Ordena, de mayor a menor, las fracciones, numérica y gráficamente: $\frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2}$.**



9 **Escribe mayor que (>), menor que (<), o igual que (=) según corresponda.**

a) $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{5}{7}$ c) $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{12}{20}$ e) $\frac{7}{5} \bigcirc \frac{4}{7}$

b) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{4}$ d) $\frac{7}{7} \bigcirc \frac{6}{6}$ f) $\frac{7}{8} \bigcirc \frac{1}{4}$

10 **Indica cuáles de las fracciones son propias e impropias.**

a) $\frac{13}{15}$ b) $\frac{12}{15}$ c) $\frac{15}{13}$ d) $\frac{13}{12}$ e) $\frac{13}{13}$

Propias: Impropias:

11 **Halla dos fracciones equivalentes a $\frac{8}{6}$, y represéntalas en la recta numérica para comprobar que el punto asociado es el mismo (ambas fracciones son el mismo número).**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 274

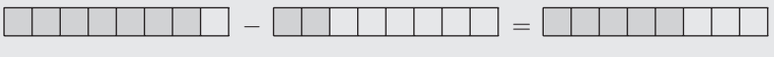
3 OBJETIVO 4
REALIZAR OPERACIONES CON FRACCIONES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones de igual denominador se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$\frac{5}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5+2}{8}=\frac{7}{8}$

$\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{7-2}{8}=\frac{5}{8}$ 

1 **Calcula.**

a) $\frac{3}{15}+\frac{2}{15}=$ —

c) $\frac{6}{9}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=$ —

e) $\frac{3}{11}+\frac{2}{11}+\frac{\quad}{11}=\frac{9}{\quad}$

b) $\frac{12}{5}-\frac{8}{5}=$ —

d) $\frac{4}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=$ —

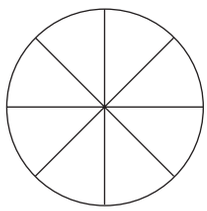
f) $\frac{4}{12}+\frac{7}{12}+\frac{\quad}{12}=\frac{15}{\quad}$

2 **De una pizza, Ana merienda los dos octavos, Paco los tres octavos y María un octavo.**

a) ¿Cuánto han comido entre los tres?

b) Si Eva llegó tarde a la merienda, ¿cuánta pizza pudo comer?

Expresa el problema numérica y gráficamente.



SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

1.º Buscamos fracciones equivalentes que tengan igual denominador.

2.º Se suman o restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalentes a } \frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}\ldots\\ \text{Equivalentes a } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}=\frac{10}{15}\ldots\end{array}\right\}\ \frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$$

Observa que 12 es el menor múltiplo común de 4 y 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalentes a } \frac{7}{5}=\frac{14}{10}=\frac{21}{15}=\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{20}}=\frac{35}{25}\ldots\\ \text{Equivalentes a } \frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}}\ldots\end{array}\right\}\ \frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{28-15}{20}=\frac{13}{20}$$

Observa que 20 es el menor múltiplo común de 5 y 4 (m.c.m.).

826464 _ 0263-0276.qxd 12/2/07 09:42 Página 275

3 **Completa y realiza las siguientes operaciones.**

a) $\frac{6}{5}+\frac{1}{4}=\frac{\quad}{20}+\frac{\quad}{20}=$

b) $\frac{5}{3}-\frac{2}{6}=$

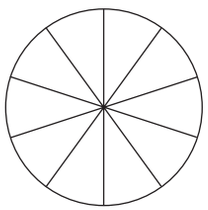
c) $\frac{8}{9}-\frac{5}{6}=\frac{\quad}{18}+\frac{\quad}{18}=$

d) $\frac{2}{7}+\frac{1}{8}=$

e) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{2}{3}=$

f) $\frac{3}{10}+\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=$

4 **Pepe come $\frac{2}{5}$ partes de un bizcocho dividido en 10 partes. Después, su perro se come la mitad del bizcocho $\left(\frac{1}{2}\right)$. ¿Quedará algo de bizcocho? Exprésalo numérica y gráficamente.**



PRODUCTO DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores, y el denominador, el producto de los denominadores (producto en paralelo).

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{8}{15}$$

5 **En una bolsa de canicas, los $\frac{2}{5}$ son de color azul, y los $\frac{3}{4}$ de esas canicas azules son transparentes. ¿Qué fracción del total representan las canicas azules transparentes?**

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}=\frac{3\cdot}{\cdot 5}=\frac{\quad}{\quad}$

6 **Calcula.**

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{10}=\frac{2\cdot}{\cdot 10}=\frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{5}=\frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 1\cdot 3}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$

7 **Representa gráficamente.**

a) $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

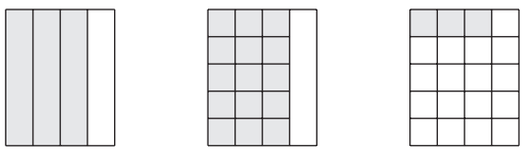
3

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Dividir fracciones es hallar otra fracción cuyo numerador y denominador es el producto cruzado de los términos de las fracciones dadas (producto en cruz).

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

8 **Un caso especial de división de fracciones es cuando dividimos una fracción entre un número. Por ejemplo, si queremos repartir tres cuartas partes de una caja de golosinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de fracción le corresponde a cada uno de ellos?**



$$\frac{3}{4} \quad : \quad 5 \quad = \quad \frac{3}{20}$$

$\frac{3}{4}$ dividido entre $\frac{5}{1}$ es: $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{\quad} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot} = \frac{3}{\quad}$

9 **Calcula.**

a) $\frac{4}{5} : \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 8} =$

b) $\frac{5}{6} : 2 =$

c) $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

d) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$

e) $\frac{2}{3} : 3 =$

f) $\frac{5}{3} : 4 =$

10 **Efectúa las operaciones.**

a) $\frac{2}{3}$ de 12 =

b) $\frac{3}{4}$ de 120 =

c) $\frac{2}{5}$ de 100 =

d) $\frac{1}{8}$ de 1.000 =

11 **Suma y simplifica el resultado si se puede.**

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$

b) $\frac{3}{2} + \frac{5}{7} + \frac{7}{6} =$

c) $\frac{5}{6} + \frac{9}{6} + \frac{3}{8} =$

12 **Haz estas multiplicaciones y divisiones de fracciones, simplificando el resultado.**

a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

b) $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} =$

c) $\frac{7}{8} \cdot 3 =$

d) $\frac{4}{5} : 3 =$

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 277

4 Números decimales

INTRODUCCIÓN

El estudio de los números decimales comienza recordando el sistema de numeración decimal, que es la base de la expresión escrita de los números decimales, formados por una parte entera y una parte decimal.

Las representaciones gráficas de fracciones, ya sean en la recta real o mediante figuras geométricas, vuelven a aplicarse en esta unidad. A través de ellas se comparan y ordenan los números decimales. Aprenderemos también la relación existente entre una fracción y un número decimal, y cómo pasar de una a otro.

La realización de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números decimales tiene como base los números naturales. Se aplica la propiedad fundamental de la división, ya estudiada en los números naturales, y se distinguen los distintos casos que se pueden dar, según se trate de división decimal de números naturales o decimales. Se trabajarán tanto la multiplicación como la división de la unidad seguida de ceros.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un *número decimal* consta de parte entera y parte decimal, separadas por una coma.
- Una *fracción decimal* es aquella cuyo denominador es una potencia de 10.
- Cada cifra decimal tiene un *valor* según la *posición* que ocupa después de la coma decimal.
- Para *comparar dos números decimales* se escriben con igual número de cifras decimales, se quita la coma y se comparan los números resultantes.
- Para *sumar o restar* se colocan los números en fila, con la coma situada en la misma columna, y se suman o restan los números de la misma columna, poniendo la coma en el lugar correspondiente.
- Para *multiplicar* se hace como si fueran números naturales. Luego se coloca la coma en el resultado, separando tantas cifras como decimales tengan en total los dos factores.
- Las *divisiones* de números decimales se resuelven cada una de forma diferente.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de número decimal. Reconocer el orden de las unidades y el valor de posición de las cifras.	• Número decimal. Décimas, centésimas y milésimas. Equivalencias. Posición y orden del sistema decimal. • Representación gráfica.	• Identificación de números decimales: lectura y escritura con números y letras. • Reconocimiento de números decimales en una gráfica y su valor en la recta numérica.
2. Comparar y ordenar números decimales. Relación entre fracción y número decimal.	• Comparación de números decimales. • Representación en la recta numérica. • Fracción y número decimal.	• Comparación y ordenación de números decimales, numérica y gráficamente.
3. Realizar sumas y restas con números decimales.	• Suma y resta de números decimales.	• Resolución de operaciones con números decimales: suma y resta.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones con números decimales.	• Multiplicación y división de números decimales por la unidad seguida de ceros.	• Cálculo mental de multiplicaciones y divisiones de números decimales por la unidad seguida de ceros.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 278

4 OBJETIVO 1
COMPRENDER EL CONCEPTO DE NÚMERO DECIMAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.

2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

PARTE ENTERA			PARTE DECIMAL		
Centena	**Decena**	**Unidad**	**Décima**	**Centésima**	**Milésima**
C	D	U	d	c	m

- Si dividimos una unidad en 10 partes iguales, cada parte se llama **décima**.

1 1,1 1,2 1,3 **1,4** **1,5** 1,6 1,7 1,8 1,9 **2**

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ 1 U = 10 d

- Si dividimos una unidad en 100 partes iguales, cada parte se llama **centésima**.

1,4 1,41 1,42 1,43 1,44 1,45 **1,46** **1,47** 1,48 1,49 **1,5**

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ 1 d = 10 c

- Si dividimos una unidad en 1.000 partes iguales, cada parte se llama **milésima**.

1,46 1,461 1,462 1,463 1,464 1,465 1,466 1,467 1,468 1,469 **1,47**

$\frac{1}{1.000} = 0{,}001$ 1 d = 100 m

1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1.000 milésimas

1 **Escribe con cifras.**

a) Cinco décimas.

b) Una décima.

c) Once milésimas.

d) Quince centésimas.

e) Diez centésimas.

f) Ciento catorce milésimas.

2 **Completa la siguiente tabla.**

NÚMERO	PARTE ENTERA	PARTE DECIMAL	SE LEE
15,6	15	6	Quince unidades seis décimas
3,27			
	23	35	
0,9			
			Nueve unidades treinta y tres centésimas

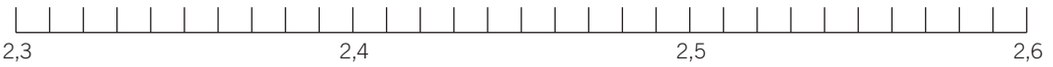
826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 279

3 **Representa los números en una recta numérica.**

a) 2,5 b) 1,9 c) 0,4 d) 2,8 e) 1,3 f) 0,2

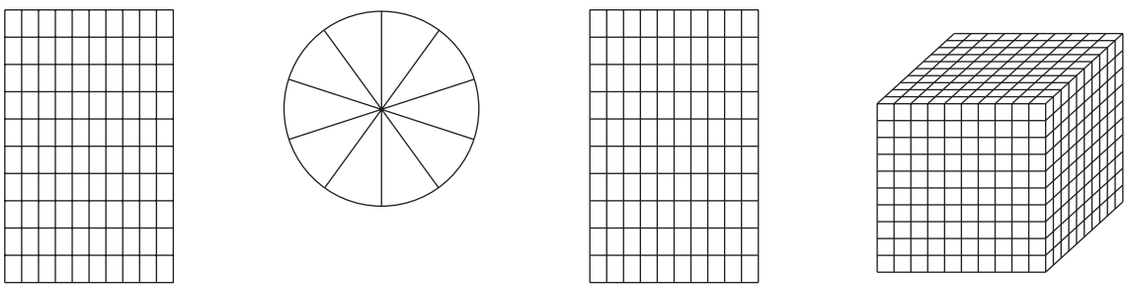
4 **Representa los siguientes números en una recta numérica.**

a) 2,35 b) 2,59 c) 2,55 d) 2,43 e) 2,48 f) 2,33



5 **Colorea en cada caso el número que se indica.**

a) 25 centésimas. b) 9 décimas. c) 49 centésimas. d) 125 milésimas.



6 **Completa las siguientes expresiones.**

a) 3 décimas = 30 centésimas.

b) 5 centésimas = ... milésimas.

c) 15 unidades = ... milésimas.

d) 20 unidades = ... décimas.

e) 7 décimas = ... milésimas.

f) 4 centésimas = ... milésimas.

7 **¿Cuál es el valor de la cifra 7 en cada número?**

a) 37,98 b) 43,07 c) 91,75 d) 70,51 e) 52,347

8 **Realiza la descomposición de los siguientes números.**

C	D	U		d	c	m	DESCOMPOSICIÓN
4	3	0	,	5	8	1	400 + 30 + 0,5 + 0,08 + 0,001
5	0	9	,	0	3	2	
7	4	5	,	3	0	3	
			,				600 + 50 + 4 + 0,1 + 0,03 + 0,007
			,				80 + 9 + 0,4 + 0,03 + 0,005

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 280

4 OBJETIVO 2
ORDENAR NÚMEROS DECIMALES. FRACCIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Para comparar números decimales hay que seguir estos pasos.

1.º Observamos la parte entera.
- Es mayor el número que tiene mayor parte entera.
- Si las partes enteras son iguales, se efectúa el siguiente paso.

2.º Observamos la parte decimal.
- Se comparan las partes decimales, empezando por las décimas, luego las centésimas, milésimas…

EJEMPLO

En la clase de Educación Física realizan pruebas de lanzamiento de peso. Los mejores resultados han sido: Alberto, 2,95 m; Ana, 3,16 m, y Elena, 3,17 m. ¿Quién ha lanzado más lejos?

1.º Parte entera:

2,95 es menor que 3,18 y 3,17. $2 < 3$

3,18 y 3,17 tienen la misma parte entera. $3 = 3$

2.º Parte decimal:

3,17 es mayor que 3,16.

	Décimas	**Centésimas**
	$1 = 1$	$7 > 6$

Por tanto: $3{,}17 > 3{,}16 > 2{,}95$.

Podemos ver el orden en la recta numérica.

1 **Ordena, de menor a mayor, los siguientes números decimales.**

6,22; 5,67; 4,98; 5,07; 4,99; 5,81; 6,01; 7,34; 5,73; 5,91; 6,30; 6,28; 7,11

2 **Sitúa en una recta numérica los números 5,92; 5,50; 5,67; 5,25; 5,73; 5,81.**

3 **Las estaturas (en m) de 10 alumnos de 1.º ESO son las siguientes.**

1,45; 1,59; 1,52; 1,49; 1,50; 1,48; 1,55; 1,61; 1,58; 1,60

Ordénalas, de mayor a menor, y represéntalas en la recta numérica.

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 281

4 **Escribe >, <, =, según corresponda.**

a) 13,56 ..... 13,65 c) 34,908 ..... 34,910 e) 2,45 2,44

b) 11,8 ..... 11,80 d) 6,08 ..... 6,07 f) 0,355 0,35

5 **Escribe un número decimal comprendido entre:**

a) 1,3 y 1,4 ..... b) 4,8 y 4,86 ..... c) 2,405 y 2,426 ..... d) 0,76 y 0,79 .....

6 **Ordena, de mayor a menor: 2,3; 2,33; 2,03; 2,303; 2,033; 2,33.**

..... > ..... > ..... > ..... > ..... > .....

7 **Juan mide 179 cm; su hermano Marcos, un metro y ocho centímetros, y el padre de ambos, un metro y setenta y ocho centímetros. Ordena las tres alturas de mayor a menor.**

FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

- Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal.
- Si el **resto es cero**, el número decimal es **exacto**.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ 10 & 3{,}5 \\ 0 & \end{array} \qquad \frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5$$

3,5 es un número decimal exacto.

- Si el **resto no es cero**, el número decimal es **periódico** (si seguimos dividiendo siempre se repetirá un factor).

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ 10 & 2{,}33 \\ 10 & \\ 10 & \\ 10 & \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{7}{3} = 7 : 3 = 2{,}3333\ldots$$

2,333… es un número decimal periódico.

- Un número decimal se puede expresar como fracción.

  Para ello se coloca el número sin la coma en el numerador, y en el denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras hay a la derecha de la coma.

$$0{,}5 = \frac{5}{10} \qquad 45{,}78 = \frac{4.578}{100} \qquad 15{,}379 = \frac{15.379}{1.000}$$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 282

4

8 **Indica si las fracciones dan como resultado un número decimal exacto o periódico.**

a) $\frac{24}{50} =$

b) $\frac{11}{33} =$

c) $\frac{1}{3} =$

d) $\frac{6}{9} =$

e) $\frac{9}{10} =$

f) $\frac{25}{50} =$

9 **Expresa en forma de fracción decimal los siguientes números.**

a) $36{,}78 =$ ——

b) $130{,}9 =$ ——

c) $0{,}75 =$ ——

d) $2{,}801 =$ ——

e) $73{,}06723 =$ ——

f) $0{,}30675 =$ ——

10 **Halla el número decimal que corresponde a cada fracción.**

a) $\frac{24}{10} =$

b) $\frac{35}{100} =$

c) $\frac{398}{100} =$

d) $\frac{6}{100} =$

e) $\frac{19.065}{10.000} =$

f) $\frac{29.525}{1.000} =$

11 **Escribe un número decimal comprendido entre 4,7 y 4,8 y que sea menor que 4,75.**

12 **Escribe un número decimal comprendido entre 8 y 9 y que sea mayor que 8,5.**

13 **Expresa en forma de número decimal las fracciones.**

a) $\frac{13}{10.000} = 0{,}.....$

b) $\frac{5.200}{10} =$

c) $\frac{100.003}{100} = 1.000{,}.....$

d) $\frac{12.560}{1.000} =$

e) $\frac{53.204}{10.000} =$

f) $\frac{5}{100} =$

14 **Escribe en forma de fracción los siguientes números decimales.**

a) $21{,}08 = \frac{2.108}{100}$

b) $7{,}007 =$ ——

c) $123{,}7 = \frac{1.237}{}$

d) $15{,}15 =$ ——

e) $5{,}01 =$ ——

f) $211{,}809 =$ ——

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 283

OBJETIVO 3

REALIZAR SUMAS Y RESTAS CON NÚMEROS DECIMALES 4

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Para **sumar o restar** números decimales, colocamos los sumandos en columna, haciendo coincidir las partes enteras y las partes decimales de cada número: centenas con centenas, decenas con decenas, unidades con unidades, **comas con comas**, décimas con décimas, centésimas con centésimas, milésimas con milésimas, etc.
- A continuación, se suma o se resta como si fueran números naturales, **manteniendo la coma** en su lugar correspondiente.

EJEMPLO

En una calle se encuentran estacionados 4 vehículos. Sus longitudes (en m) son: 3,8 - 4,17 - 10,23 - 5,1. ¿Qué longitud de calle ocupan?

$$\begin{array}{r} 3,8\mathbf{0} \\ 4,17 \\ 10,23 \\ +\ 5,1\mathbf{0} \\ \hline 23,30 \end{array}$$

Se añaden ceros para que todas las cifras tengan el mismo número de decimales.

m ocupan los vehículos.

En una calle hay estacionados 2 camiones: uno mide 12,98 m y el otro 16,3 m. ¿Qué diferencia de longitud hay entre los dos vehículos?

$$\begin{array}{r} 16,3\mathbf{0} \\ -\ 12,98 \\ \hline 3,32 \end{array}$$

Se añaden ceros para que todas las cifras tengan el mismo número de decimales.

m hay de diferencia.

1 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $73{,}987 + 20{,}621 + 0{,}34 + 23{,}96 =$

b) $234{,}76 - 155{,}3 =$

c) $0{,}702 + 11{,}8 + 238{,}4945 + 9{,}2 =$

d) $74{,}78 - 7{,}831 =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

2 **Una casa tiene 30,56 metros de altura. El cuarto piso está situado a 15,3 metros del suelo. ¿Qué distancia hay desde este piso hasta la azotea?**

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 284

4 OBJETIVO 4
REALIZAR MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES CON NÚMEROS DECIMALES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para **multiplicar** dos números decimales:

1.º Se multiplican como si fueran números naturales, sin tener en cuenta la coma.

2.º En el resultado obtenido se coloca la coma. Para ello, se cuentan desde la derecha tantos lugares como cifras decimales tengan los dos factores.

EJEMPLO

Para forrar mis libros y carpetas de este curso he necesitado 2,75 m de forro. El precio del metro de forro es de 1,30 €. ¿Cuánto me ha costado en total?

$$\begin{array}{r} 2,75 \\ \times\ 1,3 \\ \hline 825 \\ 275 \\ \hline 3,575 \end{array}$$

3,575 € me ha costado en total.

Para **multiplicar** un número decimal por 10, 100, 1.000... se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$78,562 \cdot 100 = 7.856,2$$
$$4,739 \cdot 1.000 = 4.739$$

1 **Efectúa las operaciones.**

a) $34,5 \cdot 1,2 =$
b) $654 \cdot 12,7 =$
c) $71,23 \cdot 4 =$
d) $108,24 \cdot 9,6 =$

2 **Un pueblo tenía 13.568 habitantes en 1970. En 1988 la población se multiplicó por 1,5 y en 2001 se multiplicó por 2,25 en relación a 1988. ¿Cuántos habitantes había en el año 2001?**

3 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $534,235 \cdot 100 =$
b) $98,381 \cdot 1.000 =$
c) $0,78 \cdot 100 =$
d) $3,56 \cdot 10 =$
e) $5,7 \cdot 100 =$
f) $10,840 \cdot 1.000 =$

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 285

4 **Un ciclista se entrena en un circuito de 62,35 m de longitud. ¿Cuántos metros habrá recorrido si realiza 10 vueltas al circuito? ¿Y si hace 100? ¿Y 1.000?**

5 **Indica, en cada caso, la unidad seguida de ceros por la que se ha multiplicado.**

a) $19{,}45 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 1.945$
b) $34{,}820 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 348{,}2$
c) $1{,}4 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 14$
d) $4{,}8 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 48.000$
e) $0{,}658 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 6.580$
f) $437{,}1 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 43.710$

Para **multiplicar** un número decimal por un número natural seguido de ceros:

1.º Se multiplica el número decimal solo por el número natural sin los ceros.
2.º El producto obtenido se multiplica por la unidad seguida de los ceros que tenga el número natural.

$$8{,}56 \cdot 200 \begin{cases} 8{,}56 \cdot 2 = 17{,}12 \\ 17{,}12 \cdot 100 = 1.712 \end{cases}$$

6 **Calcula los siguientes productos.**

a) $9{,}45 \cdot 200 =$
b) $3{,}41 \cdot 4.000 =$
c) $12{,}4 \cdot 300 =$
d) $18{,}5 \cdot 5.000 =$

7 **Sabiendo que $364 \cdot 123 = 44.772$, coloca la coma decimal en estos productos.**

a) $3{,}64 \cdot 1{,}23 = 44772$
b) $36{,}4 \cdot 12{,}3 = 44772$
c) $3{,}64 \cdot 1.230 = 44772$
d) $36{,}4 \cdot 1{,}23 = 44772$

8 **Realiza las siguientes operaciones combinadas con números decimales. Si lo precisas, recuerda el orden: paréntesis, multiplicaciones, sumas y restas.**

a) $(73{,}4 \cdot 2{,}5) - (56{,}7 + 3{,}8) =$
b) $(12{,}72 - 11{,}04) \cdot (58{,}7 + 0{,}99) =$
c) $2{,}56 \cdot (23{,}98 + 41{,}07) =$
d) $1{,}3 \cdot (28{,}5 \cdot 20) =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

4

DIVISIÓN DECIMAL DE DOS NÚMEROS NATURALES

1.º Si la **división es exacta**, el resto es cero, $r = 0$. (Recuerda que $D = d \cdot c + r$.)

2.º Si la **división no es exacta**, el resto es distinto de cero y menor que el dividendo, $r \neq 0$ y $r < d$.

3.º Se puede seguir dividiendo, bajando un cero al resto y poniendo una coma decimal en el cociente hasta obtener una división con resto cero, o aproximar con una, dos, tres o más cifras decimales.

EJEMPLO

División exacta

$$\begin{array}{r|l} 352 & 16 \\ 032 & 22 \\ \mathbf{0} & \end{array}$$

División no exacta

$$\begin{array}{r|l} 125 & 20 \\ 0\mathbf{5}\ 6 & \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 125 & 20 \\ 05\mathbf{0} & 6,25 \\ 10\mathbf{0} & \\ 0\mathbf{0} & \end{array}$$

DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Existen tres casos:

1.º **Dividendo decimal y divisor natural.** Se divide como si fuera una división normal, pero al bajar la primera cifra decimal se pone la coma en el cociente.

2.º **Dividendo natural y divisor decimal.** Se suprime la coma del divisor y se añaden tantos ceros al dividendo como cifras decimales tenga el divisor

3.º **Dividendo y divisor decimales.** Se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tiene el divisor. Si es necesario, se añaden ceros al dividendo.

EJEMPLO

Dividendo decimal y divisor natural

$$\begin{array}{r|l} 8,5 & 5 \\ 3\ 5 & 1,7 \\ \mathbf{0} & \end{array}$$

Dividendo y divisor decimales

$$\begin{array}{r|l} 1,28 & 0,2 \\ \downarrow & \\ 128 & 20 \\ 080 & 6,4 \\ 0\mathbf{0} & \end{array}$$

Dividendo natural y divisor decimal

$$\begin{array}{r|l} 441 & 3,6 \\ \downarrow & \\ 441\mathbf{0} & 36 \\ 081 & 122,5 \\ 09\mathbf{0} & \\ 18\mathbf{0} & \\ 0\mathbf{0} & \end{array}$$

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 287

9 **Calcula.**

a) 3.480 : 2 =

b) 1.505 : 5 =

c) 524 : 20 =

d) 1.006 : 80 =

e) 5.855 : 25 =

f) 6.435 : 35 =

10 **Efectúa las siguientes divisiones.**

a) 253,35 : 25 =

b) 9.680 : 12,5 =

c) 0,52 : 0,2 =

d) 158,75 : 1,25 =

11 **En una fiesta de cumpleaños hay 9,5 ℓ de refresco de cola. Si los vasos tienen una capacidad de 0,25 ℓ, ¿cuántos se llenarán?**

12 **Un ciclista ha dado 25 vueltas a un circuito durante un entrenamiento. Ha recorrido un total de 235 km. ¿Qué longitud tiene el circuito?**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

Para **dividir** un número decimal entre 10, 100, 1.000... se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga el divisor: 1, 2, 3...

834,7 : 100 = 8,347

18,3 : 1.000 = 0,0183

826464 _ 0277-0288.qxd 12/2/07 09:45 Página 288

4

13 **Realiza estas operaciones.**

a) 534,235 : 100 =

b) 98,381 : 1.000 =

c) 4,78 : 10 =

d) 30,56 : 10 =

e) 5,7 : 100 =

f) 7.108,40 : 1.000 =

14 **Una carretera tiene una longitud de 3.500 km. Se van a poner teléfonos de emergencia cada 10 km. ¿Cuántos teléfonos podrán instalarse? Y si se van a poner gasolineras cada 25 km, ¿cuántas se instalarán?**

15 **Antonio, Tomás, Juana y Manuela han reunido 156,34 € para adquirir material deportivo. Si todos han puesto la misma cantidad, ¿cuál ha sido la aportación de cada uno?**

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 289

5 Números enteros

INTRODUCCIÓN

El concepto de número entero negativo implica la inclusión en el sistema numérico de unos números que superan el concepto de cantidad que mostraban los números naturales. Por medio de ejemplos sencillos y cotidianos se mostrará a los alumnos la necesidad de su utilización.

Es preciso afianzar la representación numérica de los números enteros, la existencia de signos que les preceden, su orden y la posibilidad de realizar comparaciones.

Mediante conceptos como *añadir*, *tener*, *sobre*, *más que*, y otros como *reducir*, *menos que*, *deber*, las reglas de los signos y el uso de los paréntesis, realizaremos operaciones básicas con números enteros.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Los *números enteros* son los números naturales precedidos de los signos $+$ y $-$.
- El *mayor de dos números enteros* es el que está situado más a la derecha en la recta numérica.
- *Valor absoluto* de un número entero es el número natural que resulta de eliminar su signo.
- Para *sumar* dos números enteros del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo. Si tienen distinto signo, se restan sus valores absolutos y se pone el signo del número mayor.
- Para *restar* dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.
- Para *multiplicar* dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. Se añade el signo $+$ si los dos factores tienen igual signo, y signo $-$ si tienen signos distintos.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el significado de los números enteros: positivos y negativos.	• Números negativos y positivos. • Números enteros.	• Identificación de los números enteros en diversos contextos y situaciones de la vida real.
2. Representar, ordenar y comparar números enteros.	• Recta numérica. Representación y comparación de números enteros. • Valor absoluto. • Opuesto de un número.	• Representación y comparación de números enteros en la recta numérica. • Comparación de números enteros a partir de su valor absoluto.
3. Realizar sumas y restas con números enteros.	• Suma y resta de números enteros. • Operaciones combinadas.	• Realización de operaciones de suma y resta de números enteros. • Uso correcto de los signos y paréntesis.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones con números enteros.	• Multiplicación y división de números enteros. • Regla de los signos.	• Realización de operaciones de multiplicación y división de números enteros. • Uso de la regla de los signos para agilizar las operaciones.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 290

5 OBJETIVO 1
SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

NÚMEROS NEGATIVOS

En nuestra vida diaria observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

a) Hemos dejado el coche aparcado en el segundo sótano.
b) El submarino está a ciento veinte metros bajo el nivel del mar.
c) Hace una temperatura de cuatro grados bajo cero.
d) Tu cuenta está en números rojos, debes 160 euros.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

a) El coche está en la planta -2. Se lee «menos dos».
b) El submarino está a -120. Se lee «menos 120».
c) Hace una temperatura de -4 °C. Se lee «menos cuatro».

-2, -120, -4, -160 son **números negativos**.

Expresan cantidades, situaciones, medidas, cuyo valor es **menor que cero**.

Les precede el signo **menos (−)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *menos que*, *deber*, *bajo*, *disminuir* o *restar*.

1 **Expresa con números negativos.**

a) La cueva está a cincuenta y cinco metros de profundidad.
b) La sección de juguetes está en el tercer sótano.
c) La temperatura es de un grado bajo cero.

2 **Escribe situaciones que representen estos números negativos.**

a) -2: .....
b) -5: .....
c) -10: .....

NÚMEROS POSITIVOS

Por otro lado, también observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

a) La ropa vaquera está en la tercera planta.
b) La gaviota está volando a cincuenta metros sobre el nivel del mar.
c) ¡Qué calor! Estamos a treinta grados sobre cero.
d) Tengo en el banco 160 €.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

a) La ropa vaquera está en la planta $+3$. Se lee «más tres».
b) La gaviota vuela a $+50$ m. Se lee «más cincuenta».
c) ¡Qué calor! Estamos a $+30$ °C. Se lee «más treinta».

$+3$, $+50$, $+30$, $+160$ son **números positivos**.

Expresan cantidades, situaciones o medidas, cuyo valor es **mayor que cero**.

Les precede el signo **más (+)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *más que*, *tengo*, *sobre*, *aumentar* o *añadir*.

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 291

3 **Expresa con números positivos las siguientes expresiones.**

a) Estamos a treinta y dos grados sobre cero.
b) El avión vuela a mil quinientos metros sobre el nivel del mar.
c) El monte tiene una altura de ochocientos metros.
d) La cometa puede volar a ochenta metros.

4 **Escribe situaciones que representen estos números positivos.**

a) +3: .....
b) +10: .....
c) +45: .....

Los números positivos, negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.

Positivos: +1, +2, +3, +4, +5, +6, … (naturales con signo +)
Negativos: −1, −2, −3, −4, −5, −6, …
Cero: 0

5 **Expresa con un número entero estas situaciones.**

a) El helicóptero vuela a 150 m.
b) Estoy flotando en el mar.
c) El termómetro marca 4 grados bajo cero.
d) El Everest mide 8.844 m.
e) Ana tiene una deuda de 46 €.
f) Te espero en la planta baja.

6 **Representa con un dibujo los botones del ascensor de un edificio que tiene 7 plantas, una planta baja y 4 plantas para aparcar.**

7 **Un termómetro ha marcado las siguientes temperaturas (en ºC) durante una semana. Exprésalo con números enteros.**

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
Dos sobre cero	Cinco sobre cero	Cero grados	Tres bajo cero	Dos sobre cero	Uno bajo cero	Cinco sobre cero

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 292

5 OBJETIVO 2
REPRESENTAR, ORDENAR Y COMPARAR NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS. ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA

Ya conocemos la recta en la que se representan los números naturales, incluyendo el cero.
Ahora vamos a representar los números enteros.

1.º Dibujamos una recta.
2.º Señalamos el origen *O*, que es el valor cero 0.
3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa que los números están ordenados:

Números enteros **negativos** Números enteros **positivos**

1 **Representa en una recta los siguientes números enteros: +8, −9, +5, 0, −1, +6, −7, +11, −6.**

2 **Representa en una recta numérica los números −5 y +5.**

a) Señala de rojo los números enteros entre −5 y 0.
b) Señala de azul los números enteros entre +5 y 0.
c) ¿Qué observas?

3 **Considera los siguientes números: −7, +8, +3, −10, +6, +4, −2.**

a) Represéntalos en la recta numérica.
b) ¿Cuál está más alejado del origen?
c) ¿Y cuál está más cercano?
d) Escribe, para cada uno de ellos, otro número situado a igual distancia del origen que él.

4 **En una ciudad el termómetro osciló entre las siguientes temperaturas.**

Máxima: +3 °C. **Mínima: −4 °C.**

a) Representa ambos valores en una recta numérica.
b) Indica si pudieron marcarse estas temperaturas: −2 °C, +4 °C, −5 °C, +1 °C, 0 °C, +2 °C.
c) Representa las temperaturas en la recta numérica.

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 293

COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Hemos estudiado que en la recta se representan los números enteros ordenados.

1.º Este orden supone una determinada colocación en la recta numérica.

2.º Un número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.

3.º Entre varios números enteros, siempre es **mayor** el que está situado **más a la derecha** de la recta.

4.º Utilizamos los símbolos mayor que ($>$) y menor que ($<$).

Números enteros **negativos** Números enteros **positivos**

$+5 > -3$ $\quad -6 < -3$ $\quad +7 < +11$ $\quad -4 > -8$

…, $-7 < -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 <$ **0** $< +1 < +2 < +3 < +4 < +5 < +6 < +7$, …

…, $+7 > +6 > +5 > +4 > +3 > +2 > +1 >$ **0** $> -1 > -2 > -3 > -4 > -5 > -6 > -7$, …

5 **Ordena, de menor a mayor, los siguientes números.**

+11, −2, +8, 0, −1, +5, −6, +3, −3, +7, −4, −9, +17

6 **Ordena, de mayor a menor, estos números.**

−8, −16, +5, −2, +13, +3, −4, −9, +9, 0, +18, −10

7 **Representa y ordena, de menor a mayor, los números −5, +3, −8, +4, −2, +7, −1.**

8 **Escribe el signo que corresponda (> o <) entre cada par de números enteros.**

a) $+5 \bigcirc -2$ c) $-1 \bigcirc 0$ e) $+11 \bigcirc +15$ g) $-7 \bigcirc -4$

b) $0 \bigcirc +8$ d) $-4 \bigcirc +1$ f) $+10 \bigcirc -9$ h) $+5 \bigcirc -11$

9 **Escribe todos los números enteros que sean:**

a) Mayores que −4 y menores que +2.

b) Menores que +3 y mayores que −5.

c) Menores que +1 y mayores que −2.

d) Mayores que 0 y menores que +3.

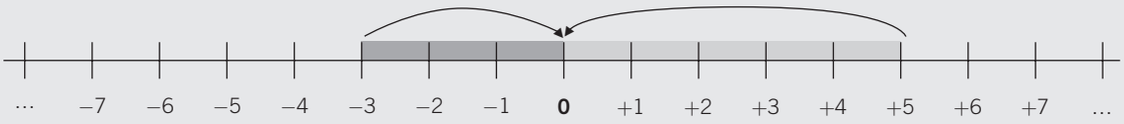
e) Menores que −3 y mayores que −6.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

5

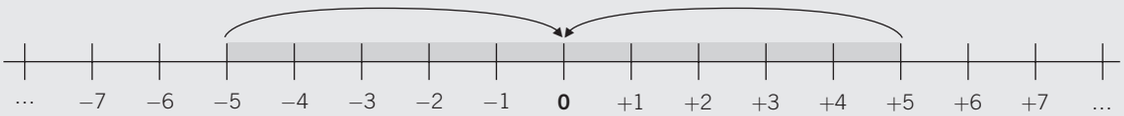
VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

- El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que le separa del cero en la recta numérica.
- En la práctica se escribe entre dos barras | | y resulta el mismo número sin su signo.
  Valor absoluto de -3 se escribe $|-3|$ y es 3.
  Valor absoluto de $+5$ se escribe $|+5|$ y es 5.



Observa que:

$$|+5| = 5 \quad \text{y} \quad |-5| = 5$$



- Los números $+5$ y -5 están a la misma distancia del origen: 5 unidades.
- Se dice que son números opuestos y se escriben así:

  op $(+5) = -5$ op $(-5) = +5$
- Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto.

10 **Completa la siguiente tabla.**

VALOR ABSOLUTO	RESULTADO	SE LEE
$\|+10\|$	10	El valor absoluto de -10 es 10.
$\|-8\|$		
	7	
	7	
$\|-9\|$		
		El valor absoluto de -15 es 15.

11 **Representa en la recta numérica los siguientes números enteros.**

a) $+7$ y -7 b) $+4$ y -4 c) -6 y $+6$ d) $+10$ y -10

¿Qué observas? ¿Cómo son estos números?

12 **Para cada número entero, halla su número opuesto y represéntalo en una recta numérica.**

a) -3 b) -12 c) $+9$ d) $+8$

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 295

COMPARACIÓN DE DOS O MÁS NÚMEROS ENTEROS A PARTIR DEL VALOR ABSOLUTO

- Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.
- Entre dos o más números enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto (se encuentra a menos distancia del origen O, valor cero).

EJEMPLO

$+7 > +3$	porque:	$\lvert+7\rvert = 7$ y $\lvert+3\rvert = 3$	$7 > 3$
$-4 > -6$	porque:	$\lvert-4\rvert = 4$ y $\lvert-6\rvert = 6$	4 unidades están más cerca del cero que 6 unidades.

13 **Escribe el signo que corresponda, < o >, para los siguientes números.**

a) $+7 \bigcirc +10$ c) $-5 \bigcirc 0$ e) $-10 \bigcirc -8$ g) $+11 \bigcirc 0$

b) $+9 \bigcirc +5$ d) $-16 \bigcirc +20$ f) $+13 \bigcirc -11$ h) $+3 \bigcirc -3$

14 **Ordena los números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.**

$-5, -3, -9, -11, -10, -8, -6, -4$

15 **Ordena estos números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.**

$+5, +3, +9, +11, +10, +8, +6, +4$

16 **Compara los siguientes pares de números enteros y represéntalos en la recta numérica.**

a) $+13$ y -2 b) -5 y -7 c) $+4$ y $+1$ d) -5 y 0

ADAPTACIÓN CURRICULAR

17 **¿Es necesario hallar el valor absoluto para comparar dos números si uno es positivo y el otro negativo? ¿Por qué? Pon un ejemplo.**

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 296

5 OBJETIVO 3
REALIZAR SUMAS Y RESTAS CON NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Para **sumar** dos números enteros del **mismo signo** se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

EJEMPLO

(+3) + (+2) $\left.\begin{array}{l} |+3| = 3 \\ 3 + 2 = 5 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} |+2| = 2 \end{array}\right\}$ $(+3) + (+2) = +5$

(−4) + (−1) $\left.\begin{array}{l} |-4| = 4 \\ 4 + 1 = 5 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} |-1| = 1 \end{array}\right\}$ $(-4) + (-1) = -5$

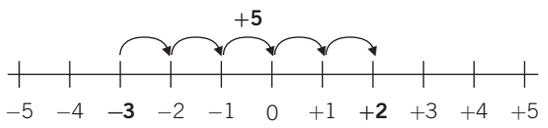
Para **sumar** dos números enteros de **distinto signo** se restan sus valores absolutos y se pone el signo del mayor sumando.

EJEMPLO

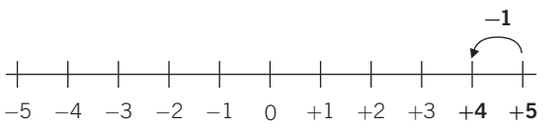
(+5) + (−1) $\left.\begin{array}{l} |+5| = 5 \\ 5 - 1 = 4 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} |-1| = 1 \end{array}\right\}$ $(+5) + (-1) = +4$

(−3) + (+5) $\left.\begin{array}{l} |-3| = 3 \\ 5 - 3 = 2 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} |+5| = 5 \end{array}\right\}$ $(-3) + (+5) = +2$

$(-3) + (+5) = +2$



$(+5) + (-1) = +4$



1 **Realiza las siguientes sumas.**

a) $(+5) + (+10) =$ c) $(-5) + (-10) =$ e) $(+7) + (-2) =$

b) $(-4) + (+4) =$ d) $(-7) + (+11) =$ f) $(-8) + (+6) =$

2 **Representa en la recta numérica estas sumas.**

a) $(-3) + (-1)$ b) $(+4) + (+4)$ c) $(+5) + (-2)$ d) $(-2) + (-5)$ e) $(+4) + (-4)$

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 297

Para **restar** dos números enteros hay que sumar al primer sumando el opuesto del segundo.
Se aplica a continuación la regla de la suma de números enteros.

EJEMPLO

(+5) − (+2) = (+5) + **(−2)** = +3 **op (+2) = −2** $\left.\begin{matrix}|+5| = 5\\|-2| = 2\end{matrix}\right\}$ 5 − 2 = 3

(−6) − (−1) = (−6) + **(+1)** = −5 **op (−1) = +1** $\left.\begin{matrix}|-6| = 6\\|+1| = 1\end{matrix}\right\}$ 6 − 1 = 5

3 **Realiza las siguientes restas.**

a) (+10) − (+5) = (+10) + (−5) =
b) (+8) − (−12) =
c) (−18) − (+10) =
d) (−15) − (+7) =
e) (−1) − (−1) =
f) (−15) − (−10) =

4 **Un submarino se encuentra a 100 metros de profundidad. Si asciende 55 metros, ¿cuál es su posición ahora? Expresa el problema numéricamente.**

OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS

Para agilizar las operaciones, hay que tener en cuenta una serie de reglas:

- En las sumas se prescinde del signo + de la propia suma.
- Cuando el primer sumando es positivo se escribe sin su signo.
- Un paréntesis con números en su interior:
  - Siempre se efectúa en primer lugar.
  - Engloba a todos los números que hay dentro de él.
  - El signo que le precede afecta a todos los números de su interior.
  - **Signo +** ⟶ Mantiene los signos de los números de su interior.
  - **Signo −** ⟶ Cambia los signos de los números (los transforma en sus opuestos).
- Podemos operar de dos formas:
  - Sumar por separado los enteros positivos, los enteros negativos y hallar la resta de ambos.
  - Realizar las operaciones en el orden en que aparecen.

EJEMPLO

(+7) + (+2) = 7 + 2 = 9
(−4) + (−1) = −4 − 1 = −5
+ (−5 + 3 − 2 + 7) = −5 + 3 − 2 + 7 = −7 + 10 = +3
+ (−5 + 3 − 2 + 7) = −5 + 3 − 2 + 7 = −2 − 2 + 7 = −4 + 7 = +3
− (−5 + 3 − 2 + 7) = +5 − 3 + 2 − 7 = 7 − 10 = −3
− (−5 + 3 − 2 + 7) = +5 − 3 + 2 − 7 = +2 + 2 − 7 = 4 − 7 = −3

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 298

5

5 **Realiza las siguientes operaciones utilizando las reglas anteriores.**

a) $(+11) + (-2) = 11 - 2 = 9$

b) $(+7) + (+1) =$

c) $(-15) + (-4) =$

d) $(+10) - (+2) =$

e) $(-11) - (-10) =$

f) $(-7) + (+1) =$

6 **Calcula.**

a) $7 - 5 =$

b) $11 - 4 + 5 =$

c) $-9 - 7 =$

d) $-3 + 8 =$

e) $-1 + 8 + 9 =$

f) $-10 + 3 + 7 =$

7 **Haz las operaciones.**

a) $5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =$

b) $-(8 + 9 - 11) =$

c) $9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =$

d) $-(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =$

8 **Opera de las dos formas explicadas.**

a) $8 - (4 - 7) =$

b) $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d) $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f) $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 299

REALIZAR MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES CON NÚMEROS ENTEROS 5

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar dos números enteros se siguen estos pasos.

1.º Se multiplican sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí).

2.º Al resultado le colocamos el signo + si ambos números son **de igual signo**, y el signo − si son **de signos diferentes**.

EJEMPLO

$(+5) \cdot (-3) = -15$ } $5 \cdot 3 = 15$. El resultado es -15 ya que son de distinto signo (positivo y negativo).

$(-5) \cdot (-3) = +15$ } $5 \cdot 3 = 15$. El resultado es $+15$ ya que son de igual signo (negativo).

$(+5) \cdot (+3) = +15$ } $5 \cdot 3 = 15$. El resultado es $+15$ ya que son de igual signo (positivo).

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para dividir dos números enteros se siguen estos pasos.

1.º Se dividen sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí y siempre que la división sea exacta).

2.º Al resultado le colocamos el signo + si ambos números son **de igual signo**, y el signo − si son **de signos diferentes**.

EJEMPLO

$(+20) : (-4) = -5$ } $20 : 4 = 5$. El resultado es -5 ya que son de distinto signo (positivo y negativo).

$(-20) : (-4) = +5$ } $20 : 4 = 5$. El resultado es $+5$ ya que son de igual signo (negativo).

$(+20) : (+4) = +5$ } $20 : 4 = 5$. El resultado es $+5$ ya que son de igual signo (positivo).

Para agilizar las operaciones de multiplicación y división de números enteros se utiliza la **regla de los signos**:

Multiplicación	División
$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$
$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$	$(-) : (+) = -$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0289-0300.qxd 12/2/07 09:47 Página 300

5

1 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $(+7) \cdot (+2) =$

b) $(+12) \cdot (-3) =$

c) $(-10) \cdot (+10) =$

d) $(-5) \cdot (+8) =$

e) $(-1) \cdot (-1) =$

f) $(+5) \cdot (+20) =$

2 **Efectúa.**

a) $(+16) : (+2) =$

b) $(-8) : (-1) =$

c) $(-25) : (+5) =$

d) $(-100) : (+10) =$

e) $(+12) : (-3) =$

f) $(+45) : (+9) =$

3 **Calcula las operaciones aplicando la regla de los signos.**

a) $(+12) \cdot (-3) =$

b) $(-20) : (-10) =$

c) $(+6) \cdot (-6) =$

d) $(+80) : (-8) =$

e) $(-9) : (-3) =$

f) $(-100) : (+25) =$

g) $(-1) \cdot (-18) =$

h) $(-77) : (-11) =$

i) $(+10) \cdot (+4) =$

j) $(-9) \cdot (+8) =$

k) $(+35) : (+5) =$

l) $(-12) \cdot (+5) =$

4 **Completa con los números enteros correspondientes.**

a) $(+9) \cdot \ldots\ldots = -36$

b) $(-7) \cdot \ldots\ldots = +21$

c) $\ldots\ldots \cdot (-8) = -40$

d) $\ldots\ldots \cdot (+10) = -100$

e) $(-30) \cdot \ldots\ldots = +30$

f) $(+6) \cdot \ldots\ldots = 0$

5 **Completa con los números enteros correspondientes.**

a) $(+42) : \ldots\ldots = -7$

b) $(-8) : \ldots\ldots = +1$

c) $\ldots\ldots : (-9) = +6$

d) $(-20) : \ldots\ldots = -20$

e) $\ldots\ldots : (-6) = +5$

f) $(+9) : \ldots\ldots = -9$

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 301

6 Introducción al Álgebra

INTRODUCCIÓN

Aunque los alumnos ya han estudiado el lenguaje numérico y algebraico, se presentan por primera vez en esta unidad situaciones en las que se aplican de forma directa este tipo de expresiones. Este hecho va a suponer un esfuerzo significativo en el razonamiento abstracto de los alumnos, por lo que hay que introducir gradualmente el uso de letras por números, aproximándose a estos conceptos con ejemplos sencillos y de la vida cotidiana hasta que se generalice el procedimiento.

Realizar con agilidad las operaciones aritméticas con números naturales y enteros servirá de apoyo para sumar, restar, multiplicar y dividir monomios. Métodos tales como los de ensayo-error y el cálculo mental reforzarán las operaciones con monomios.

La resolución de ecuaciones de primer grado es uno de los objetivos de la unidad. Primero se resolverán ecuaciones sencillas por tanteo y, posteriormente, se utilizarán las reglas básicas para resolver ecuaciones más complejas.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- El *lenguaje numérico* expresa la información matemática solo con números.
- El *lenguaje algebraico* expresa la información matemática mediante números y letras.
- Una *expresión algebraica* es un conjunto de números y letras unidos por los signos de las operaciones aritméticas.
- El *valor numérico de una expresión algebraica* es el número que se obtiene al sustituir las letras por números y operar.
- Los *monomios* son expresiones algebraicas formadas por productos de letras y números. El *grado de un monomio* es la suma de los exponentes de las letras que lo forman.
- Un *polinomio* es la suma algebraica de monomios.
- Una *ecuación* es una igualdad algebraica que solo se verifica para algún valor de las letras.
- Una *ecuación de primer grado con una incógnita* es una ecuación que tiene una sola incógnita y su grado es 1.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Diferenciar entre lenguaje numérico y algebraico.	• Lenguaje numérico y algebraico. Sustitución de letras por números.	• Expresión de situaciones de la vida cotidiana mediante el lenguaje algebraico.
2. Utilizar y comprender las expresiones algebraicas. Obtener el valor numérico de una expresión algebraica.	• Expresiones algebraicas. • Valor numérico de una expresión algebraica.	• Lectura y comprensión de expresiones algebraicas. • Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas.
3. Identificar monomios. Distinguir entre monomios y polinomios. Realizar operaciones con monomios.	• Monomios. Nomenclatura. Monomios semejantes. • Polinomios. • Operaciones con monomios: suma, resta, multiplicación y división.	• Identificación y reconocimiento de monomios y polinomios. • Realización de operaciones aritméticas con monomios.
4. Comprender el significado de igualdad, identidad y ecuación.	• Concepto de igualdad, identidad y ecuación. • Términos y nomenclatura.	• Identificación y diferenciación de igualdades, identidades y ecuaciones.
5. Resolver ecuaciones sencillas de primer grado.	• Las ecuaciones y su estructura. Nomenclatura. • Resolución de ecuaciones por tanteo y reglas prácticas.	• Determinación de los miembros, incógnita y solución de una ecuación. • Uso de reglas prácticas para resolver ecuaciones.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 302

6 OBJETIVO 1
DIFERENCIAR ENTRE LENGUAJE NUMÉRICO Y ALGEBRAICO

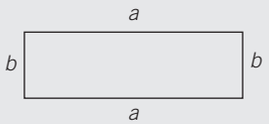
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- **Potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

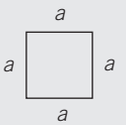
$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n veces) $\qquad 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

- **Perímetro** de un polígono es la medida de su contorno, es decir, la suma de sus lados.

Rectángulo: $P = a + b + a + b$

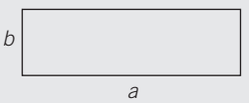


Cuadrado: $P = a + a + a + a$



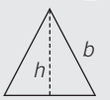
- **Área** de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo: $A = b \cdot a$



Cuadrado: $A = a \cdot a = a^2$

Triángulo: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$



El lenguaje que utilizamos habitualmente se llama lenguaje **usual**, y es con el que escribimos y/o hablamos. También usamos el lenguaje **numérico**, en el que empleamos números y signos aritméticos.

EJEMPLO

Lenguaje usual	Lenguaje numérico
La suma de dos más cuatro es seis.	$2 + 4 = 6$
Diez menos tres es siete.	$10 - 3 = 7$
Ocho dividido entre dos es cuatro.	$8 : 2 = 4$
El cuadrado de tres es nueve.	$3^2 = 9$
La mitad de doce es seis.	$\dfrac{12}{2} = 6$

1 **Expresa las siguientes frases con lenguaje numérico.**

a) El triple de dos es seis.
b) Veinte dividido entre cinco es cuatro.
c) Quince menos ocho es siete.
d) El cubo de dos es ocho.
e) La cuarta parte de doce es tres.
f) La suma de once más nueve es veinte.
g) Catorce entre dos es siete.

- Además del lenguaje escrito y el lenguaje numérico, se utilizan **letras**, normalmente minúsculas, para designar a un número cualquiera y para sustituir números.
- El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos se llama **lenguaje algebraico**. La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se denomina Álgebra.
- Las letras más usuales son: *x*, *y*, *z*, *a*, *b*, *c*, *m*, *n*, *t*, *r*, *s*, y representan a cualquier número.

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 303

EJEMPLO

Lenguaje usual	Lenguaje numérico
La suma de dos números.	$a + b$
Un número aumentado en cuatro unidades.	$x + 4$
El triple de un número.	$3 \cdot m$

2 **Completa la siguiente tabla.**

LENGUAJE USUAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
El doble de un número	
Un número disminuido en 3 unidades	
La mitad de un número	
El cuadrado de un número	
El triple de un número	
Un número aumentado en 5 unidades	

3 **Escribe con lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.**

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La suma de 15 y 20	Sí	No	$15 + 20$
La diferencia entre *a* y *b*			
El cuadrado de *c*			
La diferencia entre 15 y 9			
El doble de 6			
El triple de *y*			
El doble de *x* más dos unidades			

4 **Escribe las frases en lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.**

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La diferencia entre *a* y *b* es igual a 10	No	Sí	$a - b = 10$
Tres elevado al cuadrado es igual a 9			
La cuarta parte de *x* es 6			
La suma de diez y nueve es diecinueve			
El triple de diez veces *y* es igual a doce			
El doble de nueve es 18			
Tu edad hace cuatro años			
Tu edad dentro de cuatro años			

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 304

6 OBJETIVO 2
OBTENER EL VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Una **expresión algebraica** es el conjunto de números y letras combinados con los signos de las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, división y potenciación.

EJEMPLO

- El **área** de un cuadrado se obtiene multiplicando la medida de sus lados:

$$A = l \cdot l = l^2$$

- El **perímetro** de un campo de fútbol es la suma de sus lados (bandas):

$$P = x + y + x + y$$

EJEMPLO

$a + b$	$2 \cdot a$
$\frac{x}{3} + 1$	$x^2 + 1$
$3 \cdot (a + b)$	$x + y - 5$

1 **Utiliza expresiones algebraicas para expresar las siguientes informaciones.**

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El doble de la suma de dos números	$2 \cdot (x + y)$
El área de un cuadrado de lado 2	
El cuadrado de un número más 4 unidades	
El perímetro de un campo de baloncesto (largo b y ancho a)	
El producto de tres números cualesquiera	
La mitad de un número	
El doble de un número más 3 unidades	

2 **Inventa frases para estas expresiones algebraicas.**

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
	$a + b$
	$\frac{x}{4}$
	$m + 2$
	$3 \cdot (a \cdot b)$
	$\frac{x}{3} + 2$
	$2 \cdot (x - y)$

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 305

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta de **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones que se indican.

EJEMPLO

Halla el valor numérico de la expresión $2 \cdot x + 1$, para $x = 1$.

Primero habrá que sustituir la x de la expresión por el valor que se indica: 1.

$$2 \cdot 1 + 1$$

Realizamos la operación y obtenemos el resultado, el valor numérico:

$$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

3 **Halla el valor numérico de la expresión $3 \cdot x - 5$ cuando x toma los valores.**

a) $x = 0$
$3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$

c) $x = 1$

e) $x = -1$

b) $x = 2$

d) $x = -2$

f) $x = -3$

4 **Calcula el valor de las expresiones para estos valores.**

Valor de x	$3 \cdot x - 2$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 \cdot 1 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	$1^2 + 1 =$ $= 1 + 1 = 2$
$x = 2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = -2$		

Valor de a y b	$5 \cdot a - 2 \cdot b$	$(a + b)^2$
$a = 0$ $b = 1$	$5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	$(0 + 1)^2 =$ $= 1^2 = 1$
$a = 1$ $b = 2$		
$a = -1$ $b = -2$		
$a = 2$ $b = 3$		
$a = -2$ $b = -3$		

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0301-0314.qxd 9/3/07 12:39 Página 306

6 OBJETIVO 3
IDENTIFICAR MONOMIOS. REALIZAR OPERACIONES CON MONOMIOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

MONOMIOS

Un **monomio** es la expresión algebraica más simple y está formada por productos de letras y números.

- Los números se denominan **coeficientes**.
- Las letras se denominan **parte literal**.

Ejemplos de monomios: $2 \cdot x$; $5 \cdot x^2$; $-x$; x; $-3 \cdot y^2$; $3 \cdot a \cdot b$

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$2 \cdot x$	2	x

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$-3 \cdot a \cdot b$	-3	$a \cdot b$

REGLAS PARA ESCRIBIR MONOMIOS

1.ª El factor 1 no se pone:
$1 \cdot x \cdot y$ es igual que $x \cdot y$.

2.ª El exponente 1 no se indica:
$-3 \cdot x^1 \cdot y^2$ es igual que $-3 \cdot x \cdot y^2$.

3.ª El signo de multiplicación no se pone ni entre los números ni entre las letras:
$2 \cdot a \cdot b^2$ es igual que $2ab^2$.

1 **Completa las siguientes tablas.**

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$-5ab$	-5	
x^3		

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$4xyz$	4	
$-3ab^2c$		

GRADO DE UN MONOMIO

Los monomios se clasifican por grados. El **grado** de un monomio es el número que resulta de sumar todos los exponentes de la parte literal del monomio.

EJEMPLO

MONOMIO	GRADO	EXPLICACIÓN
$2x$	1	El exponente de x es 1.
$-4x^2y$	3	La suma de los exponentes de x^2y^1 es 3.
$-5ab$	2	La suma de los exponentes de a^1b^1 es 2.

2 **Completa la siguiente tabla.**

VALOR DE x	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO	EXPLICACIÓN DEL GRADO
$2x$	2	x	1	
$-4a^2bc^3$				
$3x^3$				

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 307

MONOMIOS SEMEJANTES

Dos o más monomios son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal.

EJEMPLO

MONOMIOS		PARTE LITERAL		¿SON SEMEJANTES?
$2x$	$3x$	x	x	Sí
$4x^2y$	$2xy^2$	x^2y	xy^2	No

3 **Para cada monomio escribe dos que sean semejantes y sus partes literales.**

MONOMIO	SEMEJANTE	SEMEJANTE	PARTE LITERAL
$3x$			
$-2a^2b$			
$-5x^3$			
$-y^2z^3$			

POLINOMIOS

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por sumas y/o restas de dos o más monomios **no semejantes**.

- Cada uno de los sumandos se denomina término.
- Un término puede tener coeficiente y parte literal, o solo coeficiente y/o parte literal.
- Existen términos que solo tienen números, son los términos independientes.
- Los polinomios también se pueden clasificar por grados.

El término de mayor grado determina el grado del polinomio sumando los exponentes de su parte literal.

EJEMPLO

POLINOMIO	TÉRMINOS	T. INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$3x^3 + 5x - 4$	$3x^3$ $5x$ -4	-4	El grado de x^3 es 3
$-2ab + 4b$	$-2ab$ $4b$	No tiene	El grado de a^1b^1 es 2

4 **Completa la siguiente tabla.**

POLINOMIO	TÉRMINOS	T. INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$-2x^2 + 3x - 1$			
$4ab - 2a^2b$			
$6x^3 - 5x^2 + 2x - 4$			
$7xy + 2y$			

ADAPTACIÓN CURRICULAR

6

5 **Escribe un polinomio de grado 3 que tenga dos términos y otro con tres términos.**

6 **Indica el grado de los siguientes monomios y polinomios.**

a) $4x + 3x^2 + 1$

b) $4x^2y$

c) $x^3 - 1$

d) $3x + 4x^2 - 2x^3 - 8$

SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

- La **suma** o **resta** de monomios se puede realizar si son semejantes, es decir, si tienen la misma parte literal.
- El resultado es otro monomio que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes y la misma parte literal.

□□□ + □□ = □□□□□ — Son monomios semejantes. La parte literal es *p*.
3*p* + 2*p* = 5*p*

□□□□□ − □□ = □□□ — Son monomios semejantes. La parte literal es *p*.
5*p* − 2*p* = 3*p*

□□□ + □□ = □□□□□ — Son monomios no semejantes. La suma se deja indicada.
3*p* + 2*g* = 3*p* + 2*g*

7 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $x + x + x + x + x + x =$

b) $x^2 + x^2 =$

c) $5ab + 3ab - 2ab =$

d) $5a - 2a - 4a =$

e) $2x^3 - x^3 =$

f) $6p + 2p + 5p =$

8 **Escribe dos monomios semejantes y súmalos.**

a) $x +$ ..... $+$ ..... $=$

b) ..... $+$ ..... $+ 3a =$

c) ..... $+ 2x^3 +$ ..... $=$

d) ..... $+$ ..... $+ 3xy =$

9 **Escribe otro monomio semejante y réstalos.**

a) $6x -$ ..... $=$

b) ..... $- 5x^2 =$

c) $8ab -$ ..... $=$

d) ..... $- 3xy =$

10 **Reduce las siguientes expresiones.**

a) $x^2 + 4x + 5x^2 + x = 6x^2 + 5x$

b) $6x^2 - 7x + 2x^2 - x =$

c) $3x^3 - 2x + 5x^2 - x^3 + 4x^2 =$

d) $7ab + 5ab - ab + 6ab - 2ab =$

e) $3xy - xy + 2xy + 5x - 2y + y + x =$

f) $2a - 5a + 4a - a + 10a - 6a =$

826464 _ 0301-0314.qxd 16/2/07 10:28 Página 309

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

- La multiplicación entre monomios es otro monomio que tiene:
  - Por coeficiente, el producto de los coeficientes (*números*).
  - Por parte literal, el producto de las partes literales (*letras*).
- Recuerda el producto de potencias de la misma base, la multiplicación de números enteros y la regla de los signos.

$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$

$+ \cdot + = +$
$- \cdot - = +$

$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$

EJEMPLO

$2x \cdot 3x^2$

$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot 3 = 6 \\ x \cdot x^2 = x^3 \end{array}\right\} 2x \cdot 3x^2 = 6x^3$

$-4x^2 \cdot 5x^3$

$\left.\begin{array}{l} -4 \cdot 5 = -20 \\ x^2 \cdot x^3 = x^5 \end{array}\right\} -4x^2 \cdot 5x^3 = -20x^5$

11 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $3a \cdot 2a =$

b) $5a \cdot (-5a^2) =$

c) $2x \cdot 3x \cdot 4x =$

d) $(-3a) \cdot (-4a^2) =$

e) $x \cdot x \cdot x =$

f) $(-4x) \cdot (3x^2) =$

12 **Opera y reduce, eliminando los paréntesis. Fíjate en el ejemplo.**

Ejemplo: $2 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot 2x - 2 \cdot 3 = 4x - 6$

a) $2 \cdot (x + 1) =$

b) $3 \cdot (x^2 + x) + 5x =$

c) $2 \cdot (x - 2) =$

d) $-4 \cdot (x^2 - x) - 2x =$

DIVISIÓN DE MONOMIOS

- La **división** de dos monomios es otro monomio que tiene:
  - Por coeficiente, el cociente de los coeficientes.
  - Por parte literal, el cociente de las partes literales.
- Recuerda la división de potencias de la misma base, la división de números enteros y la regla de los signos.

$x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$

$+ : + = +$
$- : - = +$

$+ : - = -$
$- : + = -$

EJEMPLO

$\dfrac{\mathbf{8x^2}}{\mathbf{2x}} = \dfrac{8}{2} \cdot \dfrac{x^2}{x} = 4x$

$8 : 2 = 4;\ x^2 : x = x^{2-1} = x$

$-\dfrac{\mathbf{12x^5}}{\mathbf{3x^5}} = -\dfrac{12}{3} \cdot \dfrac{x^5}{x^5} = -4 \cdot 1 = -4$

$-12 : 3 = -4;\ x^5 : x^5 = x^{5-5} = x^0 = 1$

13 **Opera.**

a) $\dfrac{x^3}{x} =$

b) $\dfrac{-3x^4}{5x^2} =$

c) $\dfrac{6a^4}{2a^3} =$

d) $\dfrac{15x^2}{3y^2} =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 310

6 OBJETIVO 4
COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE IGUALDAD, IDENTIDAD Y ECUACIÓN

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

IGUALDAD

Una **igualdad** es una expresión **matemática** separada por un signo igual (=).

Las igualdades pueden ser:

- **Numéricas**, si solo aparecen números:
  $5 + 2 = 7$ o verdadera
  $5 + 2 = 8$ o falsa
- **Algebraicas**, si aparecen números y letras:
  $10 + x = 13$

1 **Escribe tres igualdades numéricas y otras tres algebraicas.**

Numéricas

Algebraicas

2 **Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Razona tus respuestas.**

a) $(3 \cdot 7) + 21 = 15 + 10$

b) $22 - 10 = 8 \cdot 2$

c) $(6 \cdot 4) - 5 = (7 \cdot 2) + 7$

d) $25 : 5 = (10 \cdot 5) - (9 \cdot 5)$

IDENTIDAD

Una **identidad** es una igualdad algebraica (números y letras) que se cumple para cualquier valor de las letras.

EJEMPLO

$\boldsymbol{x + x = 2x}$

Si $x = 1$: $1 + 1 = 2 \cdot 1$; $2 = 2$

$\boldsymbol{a + b = b + a}$

Si $a = 1$, $b = 2$: $1 + 2 = 2 + 1$; $3 = 3$

3 **Comprueba que las identidades se cumplen; da valores y verifica la igualdad.**

a) $2x + x = 3x$

b) $a \cdot b = b \cdot a$

4 **Di si son verdaderas o falsas las siguientes identidades.**

a) $a + b = b + a$

b) $x + x = 2x$

c) $a - b = b - a$

d) $x \cdot x = x^2$

e) $x + x = x^2$

f) $x \cdot x = 2x$

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 311

ECUACIÓN

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que solo se cumple para determinados valores de las letras.

EJEMPLO

$x + 2 = 8$ ⟶ Solo se cumple cuando x toma el valor 6: $6 + 2 = 8$.

5 **Indica cuáles de las expresiones son igualdades, identidades o ecuaciones.**

EXPRESIÓN	TIPO
$6 + 5 = 11$	
$3 + x = 15$	
$a + b = b + a$	
$7 + 3 = 10$	
$20 - x = 4$	
$x + x + x = 3x$	

6 **Halla mentalmente el valor *x* en las siguientes ecuaciones.**

EXPRESIÓN	VALOR DE *x*	RAZONAMIENTO
$5 + x = 7$	$x = 2$	$5 + 2 = 7$
$11 - x = 6$		
$9 - x = 1$		
$10 - x = 3$		
$x + 1 = 1$		
$10 - 2x = 4$		

7 **Completa los huecos para verificar las ecuaciones.**

a) ..... $+ 5 = 15$

b) $3 -$ ..... $= 3$

c) ..... $- 6 = 11$

d) $17 +$ ..... $= 20$

e) ..... $+ 8 = 12$

f) $22 -$ ..... $= 12$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 312

6 OBJETIVO 5
RESOLVER ECUACIONES SENCILLAS DE PRIMER GRADO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

LAS ECUACIONES Y SU ESTRUCTURA

Miembros

Una ecuación es una igualdad algebraica que está separada por un signo igual (=).

Este signo diferencia dos partes en la ecuación, llamadas **miembros**, que contienen términos formados por números y/o letras.

Primer miembro	=	Segundo miembro
$5 + x$	=	12
Términos: 5, x		Término: 12

Incógnitas

La incógnita es el valor que desconocemos y queremos hallar. Es un valor numérico y se representa habitualmente por las letras x, y, z, a, b.

- En la ecuación $5 + x = 12$, x es la incógnita, el valor que desconocemos.
- El término x tiene grado 1, $x = x^1$, por lo que estas ecuaciones se denominan **ecuaciones de primer grado con una incógnita**.

Solución

La solución es el valor numérico que debemos hallar para que se verifique una ecuación.

- En la ecuación $5 + x = 12$, $x = 7$ es la solución de la ecuación.
- Si sustituimos la incógnita por su valor se verifica la ecuación: $5 + 7 = 12$.

1 **Completa la siguiente tabla.**

ECUACIÓN	PRIMER MIEMBRO	SEGUNDO MIEMBRO	TÉRMINOS	INCÓGNITA	GRADO
$7 + x = 20$					
$18 = 2x$					
$5x = 12 + x$					
$14 - 3x = 8 + x$					

2 **Indica la solución de las ecuaciones.**

a) $7 + x = 20$

b) $15 - x = 12$

c) $3x = 6$

d) $18 = 2x$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Resolución por tanteo

Este método utiliza el razonamiento y la intuición para probar valores numéricos en enunciados sencillos y obtener su solución.

- En la ecuación: $x + 5 = 12$, la pregunta sería: ¿Qué número sumado a 5 da 12?
- Solución: $x = 7$, ya que $7 + 5 = 12$.

826464 _ 0301-0314.qxd 12/2/07 09:53 Página 313

3 **Completa la tabla.**

ECUACIÓN	PREGUNTA	SOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
$x + 8 = 11$	¿Qué número sumado a 8 da 11?	$x = 3$	$3 + 8 = 11$
$x - 6 = 9$			
$18 = 2x$			
$x^2 = 4$			

4 **Calcula la solución por tanteo.**

ECUACIÓN	SOLUCIÓN
$x + 1 = 7$	
$14 = 2x$	
$\frac{x}{6} = 3$	
$x^2 = 9$	

REGLAS PRÁCTICAS PARA RESOLVER ECUACIONES

El objetivo de resolver ecuaciones es encontrar y hallar la incógnita. Para ello, debemos conseguir «dejarla sola», despejarla y encontrar el valor numérico que verifica la igualdad.

1.º Observamos la ecuación. Detectamos en qué miembro/s está/n la/s incógnitas/s.

2.º Si los hubiera, reducimos términos que sean semejantes (números y/o letras).

3.º Para despejar la incógnita debemos transponer los términos que acompañan a las incógnitas mediante operaciones aritméticas.

Si en los dos términos de una ecuación se efectúa la misma operación: suma, resta, multiplicación o división, la igualdad no varía, y se obtiene otra equivalente.

4.º Reducimos términos semejantes (números y/o letras).

5.º Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

EJEMPLO

Resuelve la ecuación $5 + x = 12$.

1.º $5 + x = 12$. Observamos que la incógnita está en el primer miembro.

2.º No hay términos semejantes para reducir.

3.º $5 + (-5) + x = 12 + (-5)$. Despejamos x. Transponemos 5, sumando su opuesto (-5) en ambos miembros.

4.º $0 + x = 12 - 5$. Reducimos términos semejantes.

5.º $x = 7$. Despejamos y hallamos el valor numérico de la incógnita.

5 **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $x + 10 = 16$

$x + 10 = 16$

$x + 10 + (-10) = 16 + (-10)$

$x + 0 = 16 - 10$

$x = 4$

b) $12 = 6 + x$

c) $x - 7 = 3$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

6

6 **Halla la solución de las ecuaciones.**

a) $4x - 7 = 3 - x$

$4x - 7 = 3 - x$	Las incógnitas están en el primer y segundo miembro. No hay términos semejantes para reducir.
$4x - 7 + (+7) + x = 3 - x + (+7)$	Agrupamos las incógnitas y los números por separado.
$4x - 7 + 7 = 3 - x + 7$	Transponemos -7 sumando su opuesto $(+7)$ en ambos miembros.
$4x = 10x$	Reducimos términos semejantes.
$4x + (+x) = 10 - x + (+x)$	Transponemos $-x$ sumando su opuesto $(+x)$ en ambos miembros.
$4x + x = 10$	Reducimos términos semejantes.
$5x = 10$	Transponemos 5 dividiendo entre 5 en ambos miembros.
$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$	Reducimos términos.
$x = 2$	Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

b) $6x - 2x = 8$

c) $8x - 5x = 12$

7 **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $3x + 2 + x = 8 + 2x$

b) $x + 8 = 3x - 6$

c) $5x - 3x = 20 + x$

8 **Completa la resolución de las ecuaciones, dando prioridad a las operaciones entre paréntesis.**

a) $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$
$3x - 9 = 5x - 5 - 6x$

b) $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$
$-2x + 3 = 2x + 12 - 7x$

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 315

7 Sistema Métrico Decimal

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del sistema de numeración decimal, la potenciación y las operaciones de multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, nos introducirán en el estudio de las magnitudes y unidades de medida.

En esta unidad será necesario que los alumnos realicen mediciones y cálculos en el aula, en el laboratorio o en el exterior. El uso de los principales instrumentos de medida ha de ser reforzado por operaciones y comprobaciones aritméticas en el aula. Dibujar un metro cuadrado en el suelo, construir un metro cúbico, realizar con recortables el decímetro cúbico y utilizar medidas de capacidad y volumen son acciones que ayudan a comprender el concepto de medida.

Gradualmente, se puede conseguir la comprensión en las equivalencias de las unidades y su práctica real, sobre todo en el caso de litro/decímetro cúbico/kilogramo. La resolución de problemas sencillos contribuirá a la consecución de los objetivos de la unidad.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- El *Sistema Métrico Decimal* es el sistema de medida universalmente aceptado, cuyas unidades están relacionadas mediante potencias de 10.
- El *metro (m)* es la unidad principal de longitud en el Sistema Métrico Decimal.
- El *kilogramo (kg)* es la unidad principal de masa en el Sistema Métrico Decimal.
- El *litro (ℓ)* es la unidad principal de capacidad en el Sistema Métrico Decimal.
- Para *pasar de una unidad a otra* inmediatamente inferior o superior se multiplica o se divide por 10, respectivamente.
- Una medida en *forma compleja* se expresa en una sola unidad, y en *forma incompleja*, en más de una unidad.
- Para *sumar o restar medidas*, estas han de estar expresadas en la misma unidad.
- El *metro cuadrado (m^2)* es la unidad principal de superficie, y es la superficie que tiene un cuadrado de 1 metro de lado.
- El *metro cúbico (m^3)* es la unidad principal de volumen, y es el volumen que tiene un cubo de 1 metro de arista.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Conocer las unidades de longitud, masa y capacidad. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de longitud, masa y capacidad. • Múltiplos y submúltiplos. • Instrumentos de medida.	• Identificación de magnitudes. • Diferenciación de los múltiplos y submúltiplos de las unidades de longitud, masa y capacidad. Equivalencias. • Resolución de problemas. • Identificación y utilización de los instrumentos de medida.
2. Conocer las unidades de superficie y volumen. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de superficie. Conocimiento de las unidades agrarias. • Unidades de volumen. Múltiplos y submúltiplos. • Áreas del cuadrado y el rectángulo. Volumen del cubo.	• Identificación de magnitudes. • Diferenciación de múltiplos y submúltiplos de las unidades de superficie y volumen. • Resolución de problemas. • Identificación y utilización de los instrumentos de medida.
3. Comprender la relación entre las unidades de volumen, capacidad y masa.	• Equivalencias principales entre las unidades de volumen, capacidad y masa.	• Conversión de unidades aplicando las equivalencias. • Resolución de problemas.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 316

7 OBJETIVO 1
CONOCER LAS UNIDADES. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Una magnitud es una cualidad, característica… de un objeto que podemos medir.
  Ejemplo: longitud, masa, capacidad, superficie, volumen, velocidad...
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida:
  Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, centilitros, metros cuadrados, metros cúbicos, kilómetros por hora…
- El Sistema Métrico Decimal es un sistema de medida **decimal** porque las unidades se relacionan entre sí mediante **potencias de 10**.

- Para **multiplicar** un número por **10**, **100**, **1.000**… se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3…
  $3{,}47 \cdot 100 = 347$ $589 \cdot 1.000 = 589.000$
- Para **dividir** un número entre **10**, **100**, **1.000**… se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3…
  $25{,}87 : 100 = 0{,}2587$ $29 : 10 = 2{,}9$

1 **Une cada magnitud con su unidad correspondiente.**

El agua de un embalse	36 kilómetros por hora
La capacidad de una lata de refresco	7.450 metros cuadrados
La capacidad de una piscina	45 kilogramos
La velocidad de un ciclista	12.000 litros
El peso de un saco de patatas	4.500 kilogramos
La longitud de un bolígrafo	350 metros
El área de un campo de girasoles	33 centilitros
La distancia entre dos pueblos	15 centímetros
El peso de un camión	145 hectómetros cúbicos
La altura de un rascacielos	25 kilómetros

2 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $34{,}56 \cdot 100 =$
b) $0{,}198 \cdot 100 =$
c) $18{,}2 \cdot 1.000 =$
d) $0{,}71 \cdot 1.000 =$
e) $3.528 \cdot 10 =$
f) $0{,}1 \cdot 10 =$
g) $139 \cdot 10 =$
h) $7 \cdot 10.000 =$
i) $84.002 \cdot 100 =$

3 **Calcula.**

a) $987 : 1.000 =$
b) $15{,}37 : 100 =$
c) $46 : 10 =$
d) $0{,}37 : 10 =$
e) $0{,}9 : 10 =$
f) $61.302 : 10.000 =$
g) $23.600 : 100 =$
h) $253{,}6 : 1.000 =$
i) $47{,}05 : 100 =$

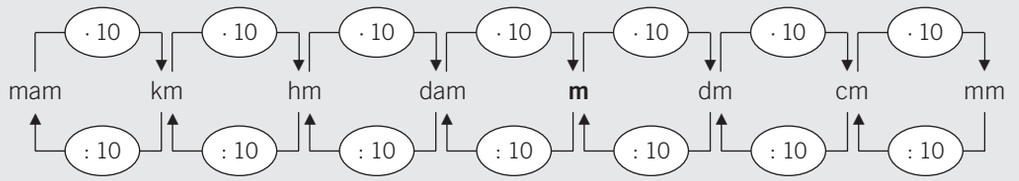
826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 317

UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del metro son:

MÚLTIPLOS DEL METRO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO		
10.000 m miriámetro mam	1.000 m kilómetro km	100 m hectómetro hm	10 m decámetro dam	**metro** **m**	0,1 m decímetro dm	0,01 m centímetro cm	0,001 m milímetro mm

- Cada unidad, en la vida real, se emplea para medir:
  - Grandes distancias como carreteras, vías férreas: mam, km, hm.
  - Distancias intermedias como calles, alturas: dam, m.
  - Pequeñas medidas como fotografías, mobiliario: dm, cm.
  - Medidas reducidas como alfileres, insectos: mm.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.



4 **Asocia una unidad de longitud con cada ejemplo.**

a) La altura de una casa.
b) La longitud de una hormiga.
c) Tu altura.
d) La distancia entre dos ciudades.
e) El tablero de tu pupitre.
f) La anchura de una calle.
g) Una ventana.
h) Un imperdible.
i) Tu habitación.

5 **Ordena, de menor a mayor (<), las medidas. Toma como referencia el metro, pasando todas las medidas a esta unidad.**

1.500 cm - 3,5 m - 94,7 dm - 0,15 km - 0,03 dam - 6.341 mm - 1,3 m - 2,04 km - 1.000 m

6 **Completa la siguiente tabla.**

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,1						
				13.472		
			34			
	0,33					
		9,35				
					7.749	
						54

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 318

7

7 **Expresa las siguientes alturas en hectómetros y kilómetros.**

NOMBRE	ALTURA (en m)	ALTURA (en hm)	ALTURA (en km)
Everest	8.844		
Mont Blanc	4.810		
Mulhacén	3.482		
Teide	3.718		
Almanzor	2.592		
Aneto	3.404		

8 **Expresa la longitud de estos ríos en hectómetros y metros.**

NOMBRE	LONGITUD (en km)	LONGITUD (en hm)	LONGITUD (en m)
Tajo	1.120		
Ebro	927		
Duero	913		
Guadiana	743		
Guadalquivir	680		
Júcar	535		
Segura	341		
Miño	340		

9 **Completa.**

a) 5,5 km = ... m

b) 34,5 mm = ... m

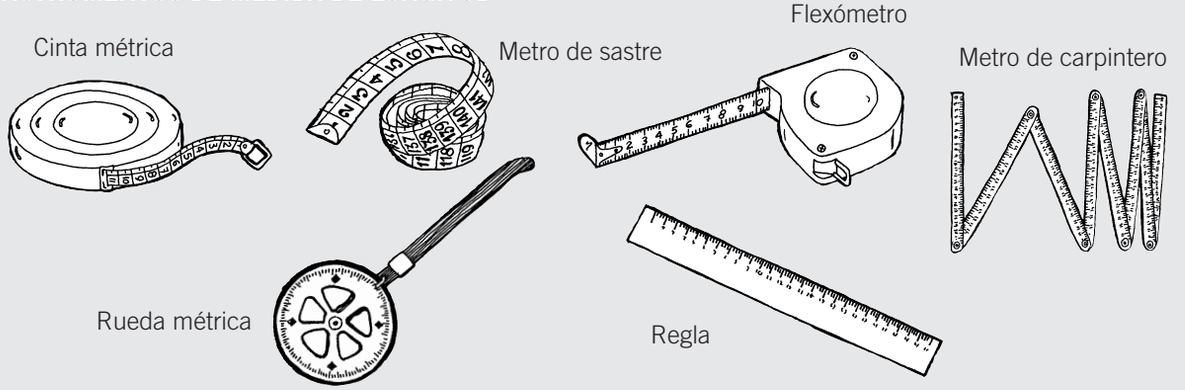
c) 6,7 dam = ... m

d) 12 km = ... m

e) 785 cm = ... m

f) 1,60 dm = ... m

INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE LONGITUD



826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 319

UNIDADES DE MASA

- El **kilogramo** y el **gramo** son las unidades principales de masa. Abreviadamente se escriben **kg** y **g**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del gramo son:

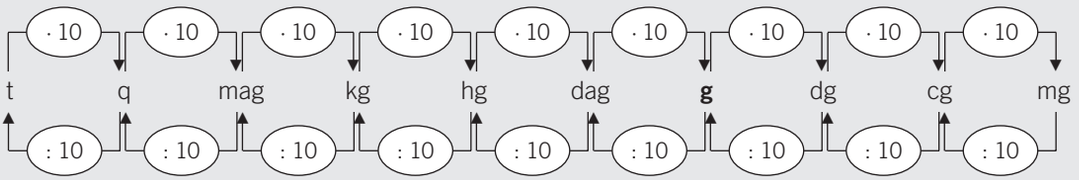
MÚLTIPLOS DEL GRAMO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL GRAMO		
10.000 g miriagramo mag	1.000 g kilogramo kg	100 g hectogramo hg	10 g decagramo dag	**gramo** **g**	0,1 g decigramo dg	0,01 g centigramo cg	0,001 g miligramo mg

- Para medir grandes masas se utilizan:

Unidades	Símbolo	Equivalencias (en kg)	Equivalencia (en g)
Tonelada métrica	t	1.000 kg	1.000.000 g
Quintal métrico	q	100 kg	100.000 g

Ejemplos: carga de un avión, envíos de alimentos, masa de un camión, etc.

- Para transformar una unidad de masa en otra se multiplica o se divide por 10.



10 **Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el gramo o el kilogramo y pasa todas las medidas a la unidad que elijas.**

27 dag - 27 dg - 56 g - 0,23 hg - 1,02 kg - 8,34 cg - 345 mg - 0,5 t - 1,1 q

11 **Completa la siguiente tabla.**

t	q	kg	g	dg	cg	mg
0,5						
				31.872		
			65			
	0,31					
		9				
					1.749	
						59

12 **Completa.**

a) 2,5 kg = ... g

b) 5.345 mg = ... kg

c) 0,7 dag = ... g

d) 1.258 g = ... kg

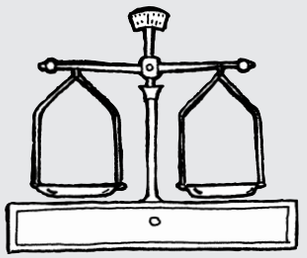
e) 587 cg = ... g

f) 6,6 dg = ... kg

ADAPTACIÓN CURRICULAR

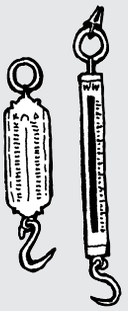
7

INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE MASA

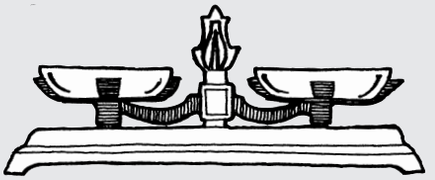


Balanza granatario

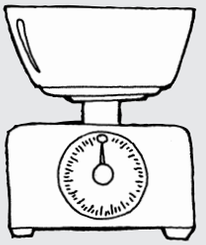
Báscula



Dinamómetros



Balanza Roberval



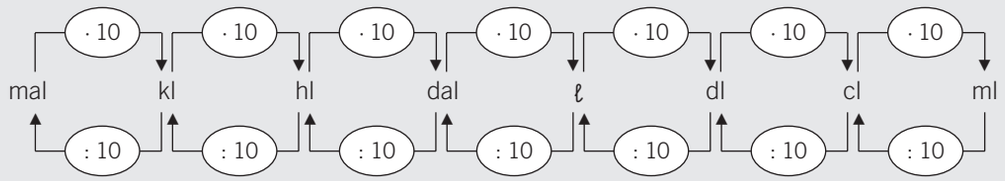
Peso de cocina

UNIDADES DE CAPACIDAD

- El **litro** es la unidad principal de capacidad. Abreviadamente se escribe ℓ.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del litro son:

MÚLTIPLOS DEL LITRO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO		
10.000 ℓ mirialitro mal	1.000 ℓ kilolitro kl	100 ℓ hectolitro hl	10 ℓ decalitro dal	**litro** ℓ	0,1 ℓ decilitro dl	0,01 ℓ centilitro cl	0,001 ℓ mililitro ml

- Para transformar una unidad de capacidad en otra se multiplica o se divide por 10.



13 **Ordena, de menor a mayor (<), las siguientes medidas. Toma como referencia el litro y pasa todas las medidas a esta unidad.**

250 cl - 1.500 ml - 2,5 ℓ - 0,005 kl - 0,7 dal - 19 dl - 7 hl - 30 ℓ - 450 cl

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 321

14 **Completa la siguiente tabla.**

kl	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
1,5						
				50		
					400	
	3,5					
			6			
						5.600
		14				

15 **Completa.**

a) 8,5 kl = ... ℓ
b) 3.295 ml = ... ℓ
c) 0,7 dal = ... ℓ
d) 36,5 hl = ... ℓ
e) 785 cl = ... ℓ
f) 9,6 dl = ... ℓ

16 **Calcula las siguientes cantidades, expresando el resultado en litros.**

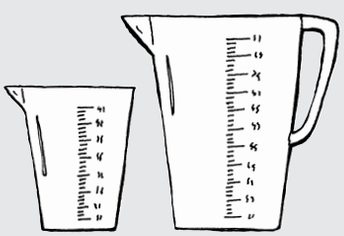
a) 1/4 de 500 hl =
b) 2/5 de 2.500 cl =
c) 3/4 de 1.000 kl =
d) 1/8 de 450 ml =

17 **La capacidad de una piscina es de 75 kl. Actualmente contiene 300 hl. ¿Cuántos litros faltan para que se llene?**

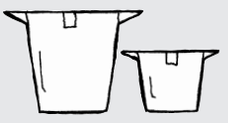
18 **Queremos llenar de vino un tonel, que tiene 5 dal de capacidad, con recipientes de 10 ℓ. ¿Cuántos recipientes de 10 ℓ necesitaremos?**

INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE CAPACIDAD

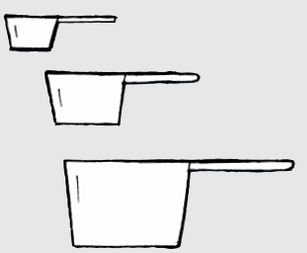
Jarras y vasos graduados



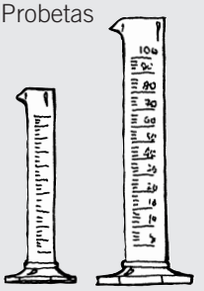
Medidas



Cazos



Probetas



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 322

7 OBJETIVO 2
UNIDADES DE SUPERFICIE Y VOLUMEN. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

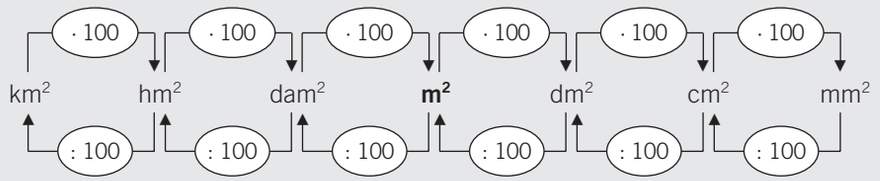
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

UNIDADES DE SUPERFICIE

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m^2**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado que tiene 1 metro de lado.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del m^2 son:

MÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO		
1.000.000 m^2 kilómetro cuadrado km^2	10.000 m^2 hectómetro cuadrado hm^2	100 m^2 decámetro cuadrado dam^2	**metro cuadrado** **m^2**	0,01 m^2 decímetro cuadrado dm^2	0,0001 m^2 centímetro cuadrado cm^2	0,00001 m^2 milímetro cuadrado mm^2

- Para medir superficies de grandes objetos se utilizan:



- Para medir grandes superficies, como extensiones agrarias o terrestres, se emplean otras unidades:

Unidades	Símbolo	Equivalencia	Equivalencia (en m^2)
Hectárea	ha	1 hm^2	10.000 m^2
Área	a	1 dam^2	100 m^2
Centiárea	ca	1 m^2	1 m^2

1 **Si 1 m^2 es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado, expresa.**

a) 1 dm^2 b) 1 cm^2 c) 1 mm^2 d) 1 dam^2 e) 1 hm^2 f) 1 km^2

2 **Indica qué unidad de medida utilizarías para expresar las siguientes superficies.**

a) Una calculadora de bolsillo.
b) La terraza de una casa.
c) Un campo de girasoles.
d) Un campo de fútbol.
e) Un botón.
f) El suelo del aula.

3 **Ordena, de menor a mayor (<), las siguientes medidas. Toma como referencia el metro cuadrado y pasa todas las medidas a esta unidad.**

25,4 km^2 - 610 m^2 - 34.000 dm^2 - 157.530 cm^2 - 2,4 hm^2 - 2 dam^2 - 234.971 mm^2

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 323

4 **Completa la siguiente tabla.**

km²	ha	hm²	a	dam²	m²
	0,5				
			43		
0,25					
		30			
				625	
					2.500

5 **Completa.**

a) 850 dm^2 = ... m^2

b) 3.295 mm^2 = ... m^2

c) 7 m^2 = ... dm^2

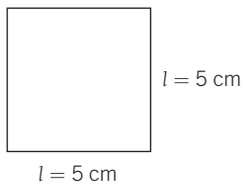
d) 36,5 cm^2 = ... mm^2

e) 785 cm^2 = ... dm^2

f) 6,9 dm^2 = ... mm^2

6 **El área de un cuadrado es el producto de lados, $A = l \cdot l$. Calcula el área de estos cuadrados en cm^2 y dm^2. Fíjate en el ejemplo y dibuja las figuras.**

a) $l = 5$ cm



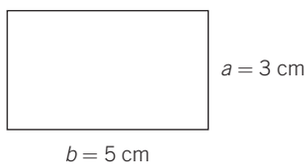
$A = l \cdot l = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2 : 100 = 0{,}25 \text{ dm}^2$

b) $l = 3$ cm

c) $l = 4$ cm

7 **El área de un rectángulo es el producto de base por altura, $A = b \cdot a$. Calcula el área de estos rectángulos en cm^2 y dm^2. Fíjate en el ejemplo y dibuja las figuras.**

a) $b = 5$ cm $\quad a = 3$ cm



$A = b \cdot a = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2 : 100 = 0{,}15 \text{ dm}^2$

b) $b = 4$ cm $\quad a = 2$ cm

c) $b = 6$ cm $\quad a = 4$ cm

8 **El suelo de una pista de gimnasia es un cuadrado cuyo lado mide 20 m. Determina su área.**

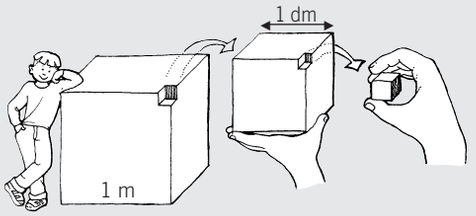
9 **Un campo de fútbol tiene las siguientes medidas: de banda 100 m y de fondo 70 m. Halla el área total y expresa el resultado en m^2 y a.**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

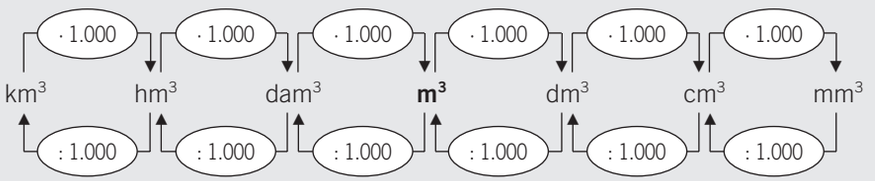
7

UNIDADES DE VOLUMEN

- El **metro cúbico** es la unidad principal de volumen. Se escribe **m^3**.
- Un metro cúbico es el volumen de un cubo que tiene 1 metro de arista.
- Los múltiplos del m^3 son cubos que tienen de arista múltiplos del metro:
  - 1 decámetro cúbico, dam^3, es un cubo que tiene de arista 1 dam.
  - 1 hectómetro cúbico, hm^3, es un cubo que tiene de arista 1 hm.
  - 1 kilómetro cúbico, km^3, es un cubo que tiene de arista 1 km.
- Los submúltiplos del m^3 son cubos que tienen de arista submúltiplos del metro:
  - 1 decímetro cúbico, dm^3, es un cubo que tiene de arista 1 dm.
  - 1 centímetro cúbico, cm^3, es un cubo que tiene de arista 1 cm.
  - 1 milímetro cúbico, mm^3, es un cubo que tiene de arista 1 mm.



- Para transformar una unidad de volumen en otra se multiplica o se divide por 1.000.



- Principales equivalencias: $1\ hm^3 = 1.000\ dam^3 = 1.000.000\ m^3$
  $1\ m^3 = 1.000\ dm^3 = 1.000.000\ cm^3$
  $1\ dm^3 = 1.000\ cm^3 = 1.000.000\ mm^3$

10 **Indica qué unidad de medida utilizarías para expresar los siguientes volúmenes.**

a) Una piscina.
b) Un dado de parchís.
c) Un cartón de leche.
d) Un embalse.
e) Tu aula.
f) El maletero de una furgoneta.

11 **Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el metro cúbico y pasa todas las medidas a esta unidad.**

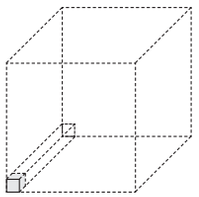
0,4 km^3 - 61 dam^3 - 54.000 m^3 - 3.157.530 cm^3 - 3,4 hm^3 - 2,01 hm^3 - 23.234.971 mm^3

12 **Completa.**

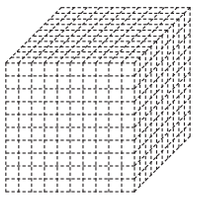
a) 950 dm^3 = ... m^3
b) 3.295 mm^3 = ... cm^3
c) 5 m^3 = ... dm^3
d) 9,65 cm^3 = ... mm^3
e) 385 cm^3 = ... dm^3
f) 0,369 dm^3 = ... mm^3

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 325

13 **El volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.**
Sabemos que 1 dm³ = 1.000 cm³, es decir, que en un cubo de 1 dm (10 cm) de arista caben 1.000 cubos de 1 cm de arista.



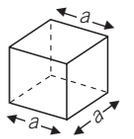
1 cm³



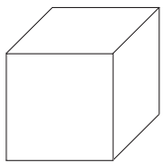
1 dm³ = 10 · 10 · 10 = 1.000 cm³

El volumen de un cubo es igual a:
largo · ancho · alto = $a \cdot a \cdot a = a^3$

$V_c = a^3$

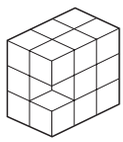


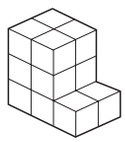
Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide 3 cm.

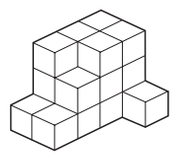


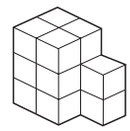
$a = 3$ cm

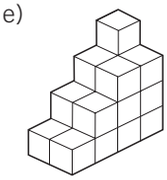
14 **Si cada cubo** **mide 1 cm³, calcula el volumen de las figuras.**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

15 **Existen figuras geométricas que tienen una forma parecida a la del cubo.**

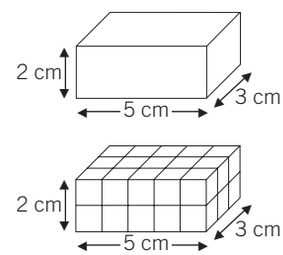
Por ejemplo, una piscina, tu aula, una caja de cerillas o un rascacielos.
Calcular su volumen es muy sencillo: sus aristas no son iguales (*a*, *b* y *c*) y la fórmula es:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

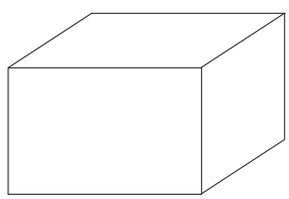
Estas figuras se llaman **ortoedros**, y son prismas geométricos cuyas caras son todas rectángulos.

Una caja de cerillas tiene las siguientes dimensiones: 5 cm, 4 cm y 2 cm. Halla su volumen.

$$V = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 \text{ cm}^3$$



Calcula el volumen de una piscina de dimensiones: 10 m de largo, 8 m de ancho y 2 m de alto.



ADAPTACIÓN CURRICULAR

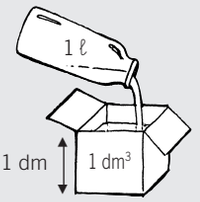
826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 326

7 OBJETIVO 3
RELACIÓN ENTRE LAS UNIDADES DE VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Si tomamos un recipiente de agua de 1 ℓ de capacidad y lo vertemos en 1 dm^3 *abierto*, observamos que cabe exactamente.

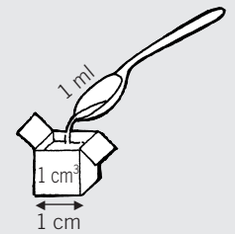
  1 litro es el volumen de un cubo que tiene 1 dm de arista, es decir, la capacidad de 1 dm^3.



Por tanto, **1 ℓ = 1 dm^3**.

- Si tomamos un recipiente de agua de 1 ml de capacidad y lo vertemos en 1 cm^3 *abierto*, observamos que cabe exactamente.

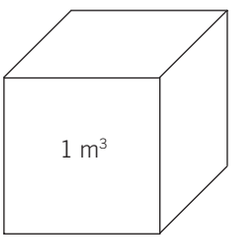
  1 mililitro es el volumen de un cubo que tiene 1 cm de arista, es decir, la capacidad de 1 cm^3.



Por tanto, **1 ml = 1 cm^3**.

1 **Recuerda las unidades de capacidad y volumen, y establece la equivalencia entre m^3, dm^3, ℓ y kl.**

1 m^3 = ... dm^3 = ... ℓ = ... kl



2 **Expresa en ℓ.**

a) 4 m^3 = ... ℓ

b) 2.000 mm^3 = ... ℓ

c) 50 dm^3 = ... ℓ

d) 3,5 kl = ... ℓ

e) 3.000 cm^3 = ... ℓ

f) 0,5 m^3 = ... ℓ

3 **Expresa en dm^3.**

a) 55 ℓ = ... dm^3

b) 35 dl = ... dm^3

c) 10 dal = ... dm^3

d) 0,35 m^3 = ... dm^3

e) 0,25 kl = ... dm^3

f) 5.000 ml = ... dm^3

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 327

- Si tomamos un recipiente con agua destilada de 1 ℓ de capacidad (que ocupa 1 dm^3) y lo pesamos en una balanza, esta se equilibraría exactamente con una pesa de 1 kg.

  1 kg es la masa que tiene 1 dm^3 de agua destilada.

Por tanto, **1 kg = 1 ℓ**.

- Y si tomamos un recipiente con agua destilada de 1 ml de capacidad (que ocupa 1 cm^3) y lo pesamos en una balanza, esta se equilibraría exactamente con una pesa de 1 g.

  1 g es la masa que tiene 1 cm^3 de agua destilada.

Por tanto, **1 g = 1 cm^3**.

TABLA DE EQUIVALENCIAS

UNIDADES DE VOLUMEN	m^3			dm^3			cm^3
UNIDADES DE CAPACIDAD	kl	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
UNIDADES DE MASA	t	q	mag	kg	hg	dag	g

1 ℓ = 1 dm^3 = 1 kg

4 **Expresa en kilogramos los siguientes volúmenes y capacidades de agua destilada.**

a) 45 ℓ = ... kg
b) 20 dm^3 = ... kg
c) 0,5 kl = ... kg
d) 3,5 kl = ... kg
e) 3.000 cm^3 = ... kg
f) 0,5 m^3 = ... kg

5 **Expresa en gramos estos volúmenes y capacidades de agua destilada.**

a) 55 ℓ = ... g
b) 35 dl = ... g
c) 1 dal = ... g
d) 0,357 m^3 = ... g
e) 0,25 cl = ... g
f) 5.000 ml = ... g

6 **Un embalse contiene 95 hm^3 de agua. Calcula.**

a) Su capacidad en m^3.
b) Su capacidad en litros.
c) Si fuera agua destilada, ¿cuál sería su masa en toneladas y en kilogramos?

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0315-0328.qxd 12/2/07 09:56 Página 328

7

7 **Considera que el aula de tu clase tiene las siguientes dimensiones: largo 0,9 dam, ancho 6 m y altura 300 cm. Calcula.**

a) El volumen de la clase expresado en m^3.
b) La capacidad en litros si se llenara totalmente de agua.
c) El peso en kg y t del agua.

8 **Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.**

37,4 hm - 134 cm - 1,25 m - 0,45 km

9 **Completa con las unidades adecuadas.**

a) 25 hm = 250 ..... = 25.000 .....
b) 3,7 km = 0,37 ..... = 370 .....
c) 5,28 m = 52,8 ..... = 0,0528 .....
d) 34,57 dam = 3.457 ..... = 0,3457 .....

10 **Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.**

1,34 m^2 - 435 dm^2 - 1.784 mm^2 - 3.284 cm^2

11 **Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.**

0,003 m^3 - 3.200 dm^3 - 0,000002 m^3

12 **Las medidas de una pista de tenis son 24 m de largo y 8 m de ancho. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la pista? ¿Y hectáreas?**

13 **Una piscina tiene de medidas 50 m de largo, 20 m de ancho y 3 m de profundidad.**

a) Si un nadador hace 10 largos de piscina, ¿recorre más o menos de 1 km?
b) ¿Cuál es el volumen de la piscina en dm^3?
c) ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenar la piscina?
d) ¿Cuál es la masa en kilogramos del agua de la piscina?

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 329

8 Proporcionalidad numérica

INTRODUCCIÓN

La proporcionalidad numérica es un concepto que resulta a los alumnos complejo y difícil de comprender si no se ha adquirido soltura en aspectos como las operaciones de multiplicación y división de números enteros y por la unidad seguida de ceros, la equivalencia de fracciones, la fracción como expresión decimal y de una cantidad y el porcentaje.

A través de la comprensión de los conceptos de magnitud, proporción, razón y constante de proporcionalidad se aplican las proporciones y sus métodos de resolución de problemas a situaciones de la vida cotidiana.

Las relaciones entre magnitudes inversamente proporcionales plantean un mayor grado de dificultad, y se estudiarán mediante relaciones entre proporciones.

Asimismo, se introducen los conceptos de porcentajes, que posibilitan expresar numéricamente situaciones de la vida real.

También presentamos en esta unidad la resolución de problemas con porcentajes, aumentos y disminuciones porcentuales.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- *Razón* es el cociente entre dos números o cantidades $\frac{a}{b}$. El número *a* se llama *antecedente* y *b* es el *consecuente*.
- *Proporción* es la igualdad entre dos razones.
- En una proporción, el producto de medios es igual al producto de extremos.
- Dos *magnitudes* son *directamente proporcionales* si la razón entre dos cantidades correspondientes de ambas es siempre la misma.
- Dos *magnitudes* son *inversamente proporcionales* cuando al aumentar o disminuir una de ellas, disminuye o aumenta la otra en la misma cantidad.
- Los *porcentajes* son cantidades de una magnitud correspondientes a 100 unidades de la otra magnitud.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Identificar la relación de proporcionalidad entre dos magnitudes.	• Concepto de magnitud. • Proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. • Series de razones iguales. Propiedades.	• Identificación de relaciones de proporcionalidad. • Realización de tablas de valores proporcionales.
2. Reconocer magnitudes directamente proporcionales.	• Magnitudes directamente proporcionales.	• Identificación de magnitudes directamente proporcionales.
3. Reconocer magnitudes inversamente proporcionales.	• Magnitudes inversamente proporcionales.	• Identificación de magnitudes inversamente proporcionales.
4. Comprender el concepto de porcentajes, realizar operaciones y resolver problemas de porcentajes.	• Concepto de porcentaje.	• Resolución de problemas mediante el uso del tanto por ciento.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 330

8 OBJETIVO 1
IDENTIFICAR LA RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Para **multiplicar** un número por **10**, **100**, **1.000**... se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

  $3{,}47 \cdot 100 = 347$ $589 \cdot 1.000 = 589.000$

- Para **dividir** un número entre **10**, **100**, **1.000**... se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

  $25{,}87 : 100 = 0{,}2587$ $29 : 10 = 2{,}9$

- Al **dividir** el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número decimal. Es el valor numérico de la fracción.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5$$

- Dos fracciones son **equivalentes** si sus productos cruzados son iguales.

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ $\frac{2}{5} \times \frac{6}{15}$ $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6;\ 30 = 30$

CONCEPTO DE MAGNITUD

- Una **magnitud** es una cualidad o una característica de un objeto que podemos medir.
  Ejemplo: longitud, masa, número de alumnos, capacidad, velocidad, etc.
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida.
  Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, número de personas, litros, centilitros, kilómetros por hora, metros por segundo, etc.
- Para cada una de esas medidas existen diferentes cantidades de esa magnitud.
  Ejemplo: una regla de 1 metro, una caja de 2 kilogramos, un tonel de 5 litros, 95 km/h, etc.

1 **Indica si son magnitudes o no.**

a) El peso de un saco de patatas.
b) El cariño.
c) Las dimensiones de tu pupitre.
d) La belleza.
e) Los litros de agua de una piscina.
f) La risa.

2 **Indica dos unidades de medida para cada magnitud.**

a) El precio de una bicicleta.
b) La distancia entre dos pueblos.
c) El peso de una bolsa de naranjas.
d) El contenido de una botella.
e) El agua de un embalse.
f) La longitud de la banda de un campo de fútbol.

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 331

PROPORCIONALIDAD

En un comedor escolar cada alumno se come 2 croquetas. Dos alumnos comen 4 croquetas; 3 alumnos, 6 croquetas; 4 alumnos, 8 croquetas... ¿Cuántas croquetas comen 9 alumnos? ¿Y 12 alumnos? ¿Y 15 alumnos?

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Las series de números de ambas magnitudes, número de alumnos y croquetas, son proporcionales entre sí, porque se puede pasar de una serie a otra multiplicando o dividiendo por el mismo número (2).
- Decimos que entre las magnitudes, número de alumnos y número de croquetas que se comen, existe proporcionalidad.
- La relación entre las magnitudes se expresa mediante una tabla llamada **tabla de proporcionalidad**.

3 **Averigua el número por el que hay que multiplicar y/o dividir para pasar de una serie a otra, y que sean proporcionales.**

a)

1	2	3	4	5		6
	10	15			30	

b)

1	2				6	7
3	6	9		15		

c)

3	4	5	6	7	8	9
						18

d)

1	10	100		10.000
10	100		10.000	

4 **En un mercado 1 kilogramo de manzanas cuesta 1,50 €. Elabora una tabla de proporcionalidad con las magnitudes: masa de manzanas (de 1 a 10 kg) y el precio correspondiente.**

PESO (kg)	1									
PRECIO (€/kg)	1,50									

RAZÓN ENTRE DOS NÚMEROS O CANTIDADES

- Una **razón** es el cociente entre dos números cualesquiera o cantidades que se pueden comparar.
- Si a y b son dos números, la razón entre ellos es $\frac{a}{b}$.
- No hay que confundir razón con fracción:
  - En una razón, los números a y b pueden ser números naturales y/o decimales.

    Por tanto, $\frac{2,5}{5}$, $\frac{4}{3,5}$, $\frac{10}{25}$ son razones.
  - En una fracción, los números a y b son números naturales, y $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{10}{25}$ son fracciones.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

8

5 **Indica si estos cocientes son fracciones o razones.**

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{0,5}{7}$ c) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{3,5}{9}$ e) $\frac{4}{8}$

Recordamos el ejemplo de los alumnos y las croquetas:

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Podemos expresar las razones de los valores de cada magnitud de la siguiente manera.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots, \frac{9}{18}, \dots, \frac{12}{24}, \dots, \frac{15}{30}$$

Son razones de las magnitudes número de alumnos y croquetas.

- Observamos que:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = 0,5 \quad \frac{4}{8} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{9}{18} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{12}{24} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{15}{30} = 0,5$$

Forman una serie de razones iguales. Su valor es el mismo: 0,5.

- La igualdad de dos razones forma una **proporción**:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5 \qquad \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = 0,5$$

- El cociente de las razones de una proporción se llama **constante de proporcionalidad** (0,5).

6 **Completa estas series de razones iguales.**

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

c) $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

d) $\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{27}{63} = \text{—} = \text{—} = \text{—}$

7 **Completa las tablas, forma razones iguales, escribe las proporciones e indica la constante de proporcionalidad.**

a)

2	3	6	15	100
4				

b)

1		3		5	6
10					

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 333

PROPIEDADES DE LAS RAZONES IGUALES

1.ª La suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a la razón de proporcionalidad.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f} \qquad \frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{1+2+3+4}{2+4+6+8}=\frac{10}{20}=0{,}5$$

2.ª En una proporción, el producto de extremos es igual al producto de medios. Recuerda el concepto de fracciones equivalentes y los productos cruzados.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad a\cdot d=b\cdot c \qquad \frac{1}{2}=\frac{2}{4} \quad 1\cdot 4=2\cdot 2 \qquad \frac{3}{6}=\frac{4}{8} \quad 3\cdot 8=6\cdot 4$$

8 **Comprueba las propiedades de las razones iguales del ejercicio 7.**

9 **Una entrada de cine cuesta 5 €. ¿Cuánto costarán 2, 4, 6, 8 y 10 entradas?**

a) Forma la tabla de valores.
b) Escribe las razones iguales.
c) Calcula la constante de proporcionalidad.
d) Comprueba las propiedades de razones iguales.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 334

8 OBJETIVO 2
RECONOCER MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

En un establo con 6 kg de pienso se alimentan 10 vacas; con 12 kg, 20 vacas; con 18 kg, 30 vacas; con 24 kg, 40 vacas; con 30 kg, 50 vacas…

Formamos la tabla de valores de ambas magnitudes:

PIENSO (kg)	6	12	18	24	30
NÚMERO DE VACAS	10	20	30	40	50

Observamos que:

1.º Al aumentar los kilos de pienso (doble, triple…), aumenta el número de vacas en la misma proporción (doble, triple…).

Al disminuir una magnitud (mitad, tercio…), la otra disminuye de la misma manera (mitad, tercio…).

2.º La razón entre dos valores cualesquiera de kilos de pienso y número de vacas forma una proporción: $\frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ $\frac{18}{30} = \frac{24}{40}$ $\frac{6}{10} = \frac{30}{50}$

3.º La constante de proporcionalidad de dos o más valores de kilos de pienso y número de vacas es la misma:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0{,}6$$

Por tanto, las magnitudes, pienso y número de vacas, son **directamente proporcionales**.

1 **Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.**

a) El peso de naranjas (en kilogramos) y su precio.
b) La velocidad de un coche y el tiempo que emplea en recorrer una distancia.
c) El número de operarios de una obra y el tiempo que tardan en terminarla.
d) El número de hojas de un libro y su peso.
e) El precio de una tela y los metros que se van a comprar.
f) La edad de un alumno y su altura.

2 **En un supermercado encontramos la siguiente información.**

«1 botella de refresco de cola cuesta 3,50 €; 2 botellas, 6 €; 4 botellas, 11 €; 6 botellas, 16 €».

Indica si las magnitudes, número de botellas de refresco y precio que se paga por ellas, son directamente proporcionales. Razona tu respuesta.

3 **Completa las tablas para que los valores sean directamente proporcionales. Compruébalo aplicando las propiedades anteriores.**

a)

3	6	12	24	48
4				

b)

4	8	12	16	4.820
1				

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 335

EJEMPLO

Si 3 rotuladores cuestan 6 €, ¿cuánto costarán 7 rotuladores?

- Intervienen dos magnitudes, número de rotuladores y precio, que son directamente proporcionales: cuantos más rotuladores compremos, más dinero costarán.
- Conocemos tres cantidades de estas magnitudes:
  2 cantidades de rotuladores: 3 y 7.
  1 cantidad de precio: 6 €, que corresponde a 3 rotuladores.
- Desconocemos una cuarta cantidad, lo que cuestan 7 rotuladores.

Se resuelve de la siguiente manera.

Si 3 rotuladores cuestan 6 }
7 rotuladores costarán x }

Son magnitudes directamente proporcionales:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x} \qquad 3 \cdot x = 7 \cdot 6 \qquad 3x = 42 \qquad \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \qquad x = 14$$

7 rotuladores costarán 14 €.

4 **Dos kilos de naranjas cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 5 kg? ¿Y 12 kg?**

5 **En una obra, dos obreros realizan una zanja de 5 m. Si mantienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos metros de zanja abrirán si se incorporan 3 obreros más?**

6 **El precio de 12 fotocopias es de 0,50 €. ¿Cuánto costará hacer 30 fotocopias?**

7 **Un ciclista recorre 75 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 336

8

8 **Un túnel de lavado limpia 12 coches en una hora (60 minutos). ¿Cuánto tiempo tardará en lavar 25 coches? ¿Y 50 coches?**

9 **Diez barras de pan cuestan 4,75 €. ¿Cuánto costarán 18 barras? ¿Y 24 barras?**

10 **El precio de 9 billetes de autobús es 10 €. ¿Cuál será el precio de 12 billetes? ¿Y de 15 billetes?**

11 **Si 5 botellas de leche cuestan 3,75 €, ¿cuánto costará una caja de 12 botellas? ¿Y una caja de 36 botellas?**

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 337

OBJETIVO 3

IDENTIFICAR MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES 8

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Magnitudes inversamente proporcionales

- Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando:
  - Al **aumentar** una magnitud el doble, el triple..., la otra **disminuye** el doble, el triple...
  - Al **disminuir** una magnitud la mitad, la tercera parte..., la otra **aumenta** la mitad, la tercera parte...
- Al multiplicar (o dividir) uno de los valores de una magnitud por un número, el valor correspondiente de la otra magnitud queda dividido (o multiplicado) por el mismo número.

EJEMPLO

Un grifo vierte 3 litros de agua cada minuto, tardando 15 minutos en llenar un tonel. Si aumentamos el caudal a 6 litros por minuto, tardará 7,5 minutos en llenarlo. Si lo aumentamos a 9 litros por minuto, lo llenará en 5 minutos. Si lo aumentamos a 12 litros por minuto, tardará 3,75 minutos, etc.

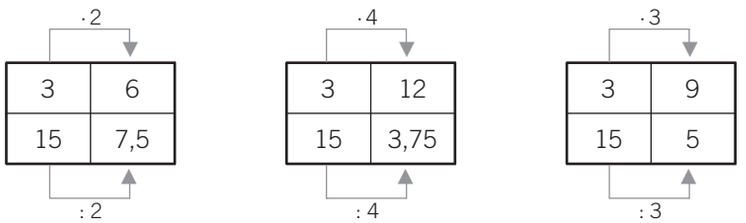
- Distinguimos dos magnitudes: caudal de agua (en litros por minuto) y tiempo (en minutos) en llenar el tonel.
  - Al aumentar el número de litros por minuto, disminuye el tiempo en que se llenaría el tonel.
  - Si disminuye el caudal, aumenta el tiempo.
  - Son magnitudes inversamente proporcionales:

CAUDAL (litros/minuto)	3	6	9	12
TIEMPO (minutos)	15	7,5	5	3,75

- Vemos que en las razones de las proporciones se invierte el orden.

$$\frac{3}{6} = \frac{7,5}{15} = 0,5 \qquad \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = 0,3 \qquad \frac{12}{6} = \frac{7,5}{3,75} = 2$$

- Al multiplicar (o dividir) uno de los valores, el valor correspondiente queda dividido (o multiplicado) por el mismo número.



1 **Indica si las siguientes magnitudes son o no inversamente proporcionales.**

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

b) El número de limpiadores de un edificio y el tiempo que tardan.

c) El número de ladrillos de una pared y su altura.

d) El peso de la fruta y el dinero que cuesta.

e) La velocidad de un corredor y la distancia que recorre.

f) El número de grifos de un depósito y el tiempo que tarda en llenarse.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

8

2 **Completa las siguientes tablas de valores.**

a)

5	10	20	4		
60	30			25	5

b)

1	2		4		
36		12		6	4

c)

8			3	1	6
3	12	4			

d)

6	3	21	7		1
7				1	

EJEMPLO

10 albañiles tardan 45 días en construir un muro. Si se quiere terminar la obra en 15 días, ¿cuántos albañiles harían falta?

- Las magnitudes son número de albañiles y días de trabajo.
- Son inversamente proporcionales: si queremos realizar la obra en menos tiempo, habría que aumentar el número de albañiles.

Lo resolvemos de la siguiente manera.

$$\frac{10}{x} = \frac{15}{45} \rightarrow 10 \cdot 45 = x \cdot 15 \rightarrow 450 = 15x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{450}{15} = \frac{15x}{15} \quad x = 30$$

Harían falta 30 albañiles para terminar el trabajo en 15 días.

3 **Averigua el número de albañiles que realizarían el trabajo anterior si se quiere terminar en 5 días.**

4 **Un depósito de agua se llena en 18 horas con un grifo del que salen 360 litros de agua cada minuto.**

a) ¿Cuánto tardaría en llenarse el depósito si salieran 270 litros por minuto?

b) ¿Y si fueran 630 litros por minuto?

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 339

CONCEPTO DE PORCENTAJE, REALIZAR OPERACIONES Y RESOLVER PROBLEMAS 8

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

SIGNIFICADO DEL PORCENTAJE, TANTO POR CIENTO (%)

- Fíjate en las siguientes frases.

  «El equipo ganó este año el 85 % de los partidos».

  «El 9 % de los alumnos de la clase superan los 13 años».
- En la vida diaria se utilizan los números mediante expresiones de porcentaje.
- Expresar un determinado **tanto por ciento** (85 %, 9 %) de una cantidad (partidos, alumnos) consiste en dividir esa cantidad en 100 partes y coger, tomar, indicar, señalar… el tanto indicado.

EJEMPLO

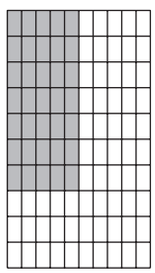
	%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
El equipo ganó el 85 % de los partidos	85	85 de cada 100	$\frac{85}{100}$	0,85	85 por ciento
El 9 % de los alumnos superan los 13 años	9	9 de cada 100	$\frac{9}{100}$	0,09	9 por ciento

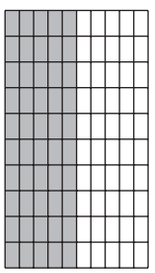
1 **Completa la siguiente tabla.**

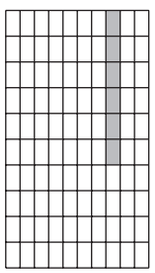
%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
7				
			0,15	
		$\frac{38}{100}$		
	4 de cada 100			

2 **Expresa la fracción y el tanto por ciento que representa la zona coloreada.**

FRACCIÓN			
%			

a) 

b) 

c) 

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0329-0340.qxd 12/2/07 10:01 Página 340

8

PORCENTAJE DE UNA CANTIDAD

Recordando el concepto de fracción de una cantidad, el **tanto por ciento de una cantidad** se puede calcular de dos maneras:

1.ª Multiplicando la cantidad por el tanto por ciento y dividiendo entre 100.

2.ª Dividiendo la cantidad entre 100 y multiplicando por el tanto por ciento.

EJEMPLO

Enrique ha comprado unas zapatillas en las rebajas. Las zapatillas marcaban un precio de 60 €, pero le han realizado un descuento del 15% ¿Cuántos euros le han rebajado del precio inicial?

$$15\,\%\text{ de }60 \begin{cases} \dfrac{(15 \cdot 60)}{100} = \dfrac{900}{100} = 9\ € \text{ le han descontado.} \\ \dfrac{60}{100} \cdot 15 = 0{,}6 \cdot 15 = 9 = 9\ € \text{ le han descontado.} \end{cases}$$

Un caso particular de los tantos por ciento de una cantidad son los **aumentos** y **disminuciones porcentuales**, que consiste en sumar o restar el tanto por ciento a la cantidad a la que se le aplica.

EJEMPLO

Después de realizar el descuento al precio de las zapatillas, ¿cuánto pagó Enrique por ellas?

Una vez realizado el descuento, se resta a la cantidad lo que valía el artículo.

$60 - 9 = 51\ €$ Por tanto, Enrique pagó 51 € por las zapatillas.

3 **Expresa los números en porcentajes.**

a) $0{,}16 =$ c) $0{,}03 =$ e) $0{,}625 =$

b) $\dfrac{4}{5} =$ d) $\dfrac{7}{8} =$ f) $0{,}25 =$

4 **Calcula el 37,5 % de 50.**

5 **El número de chicos del total de alumnos de 1.º ESO es el 80 % del número de chicas. Si hay 30 chicas, ¿cuántos chicos son?**

Fíjate en el razonamiento:

Los chicos son el 80 % de las chicas, es decir, el 80 % de 30.

$$80\,\%\text{ de }30 = \frac{80}{100}\text{ de }30 = \frac{80}{100} \cdot 30 =$$

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 341

9 Ángulos y rectas

INTRODUCCIÓN

A nuestro alrededor encontramos rectas y ángulos que influyen en nuestros movimientos: calles, avenidas, planos, etc.

El conocimiento de los instrumentos de trazado y medida lineal, la abertura y tipos de ángulos que existen, permiten a los alumnos trasladar dichos conceptos y sus aplicaciones al ámbito profesional y personal.

Es fundamental que los alumnos aprendan a manejar con soltura los diferentes instrumentos de medida y ejerciten su empleo hasta que dominen las construcciones gráficas.

El conocimiento y la aplicación de la medida del tiempo en situaciones cotidianas, y las equivalencias entre sus unidades, conlleva la valoración del tiempo en la vida diaria.

En la unidad los alumnos aprenderán a estimar los diferentes tiempos respecto a a su cantidad y duración, y aplicar la suma y resta de tiempos para resolver distintos problemas y situaciones cotidianas.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Una *recta* está definida por dos puntos.
- Una *semirrecta* es una recta limitada por un punto, llamado origen.
- Un *segmento* es la porción de recta limitada por dos puntos, denominados extremos.
- Dos rectas son *secantes* si tienen un punto en común. Dos rectas son *paralelas* si no tienen ningún punto en común.
- Un *ángulo* es la parte del plano limitada por dos semirrectas con el mismo origen. Para medir ángulos se utiliza el transportador de ángulos.
- La *escuadra*, el *cartabón* y el *compás* son instrumentos de medida que nos permiten hallar la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
- La *mediatriz* es la recta perpendicular que divide un segmento en dos partes iguales.
- La *bisectriz* de un ángulo es la recta que pasa por el vértice y lo divide en dos partes iguales.
- Para medir el tiempo y los ángulos se utiliza el *sistema sexagesimal*. Las *unidades de tiempo* son *hora, minuto y segundo*. Las *unidades angulares* son *grado, minuto y segundo*.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender los conceptos de recta, semirrecta y segmento. Diferenciar los tipos de rectas.	• Recta, semirrecta y segmento. • Rectas paralelas, perpendiculares y secantes.	• Trazado de rectas, semirrectas y segmentos. • Identificación de rectas paralelas, perpendiculares y secantes.
2. Comprender el concepto de ángulo. Distinguir los tipos de ángulos.	• Concepto de ángulo y características. • Transportador. • Tipos de ángulos según la abertura y la posición.	• Identificación y comparación de ángulos. • Uso del transportador.
3. Conocer y utilizar instrumentos de medida para dibujar y hallar gráficamente conceptos lineales.	• Uso y características de la regla, el compás, la escuadra y el cartabón. • Trazado de rectas paralelas y perpendiculares. • Mediatriz y bisectriz.	• Utilización de los instrumentos de medida. • Trazado y construcción de la mediatriz y la bisectriz.
4. Expresar la medida del tiempo mediante sus unidades.	• Unidades de medida del tiempo: horas, minutos y segundos. • Equivalencias. Suma y resta de medidas de tiempos.	• Identificación y aplicación de las equivalencias entre las unidades de tiempo. • Realización de sumas y restas con unidades de tiempo.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

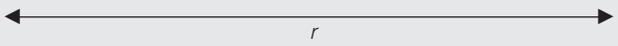
826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 342

9 OBJETIVO 1
SEMIRRECTA Y SEGMENTO. DIFERENCIAR LOS TIPOS DE RECTAS

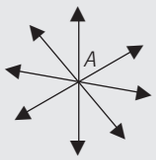
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

RECTA

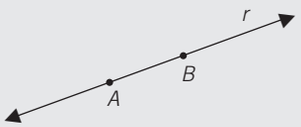
- Una **recta** es una línea continua formada por infinitos puntos que no tiene principio ni fin.
- Para denominar una recta se suelen utilizar letras minúsculas.



- Por un punto *A* pasan infinitas rectas.



- Dos puntos delimitan una recta.



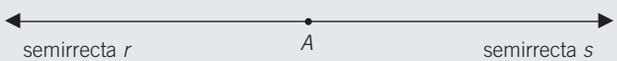
- Para representar rectas utilizamos una regla graduada en milímetros y centímetros.

1 **Dibuja un punto *P* y traza cuatro rectas que pasen por él.**

2 **Señala dos puntos cualesquiera, *M* y *N*, y traza una recta *t* que pase por ellos.**

SEMIRRECTA Y SEGMENTO

- Una **semirrecta** es una recta que tiene principio (origen) pero no fin.
- Un punto cualquiera de una recta delimita dos semirrectas.



El punto *A* es el origen de las semirrectas *r* y *s*.

- Un **segmento** es la porción o parte de una recta delimitada por dos puntos.

M y *N* delimitan el segmento *MN* de la recta *t*.

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 343

3 **Señala un punto cualquiera *P* y dibuja dos semirrectas, *a* y *b*, que pasen por *P*.**

4 **Dibuja los siguientes segmentos.**

a) $AB = 3$ cm b) $MN = 7$ cm c) $FG = 10$ cm

5 **Define estas figuras: recta, semirrecta o segmento.**

a)

c)

e)

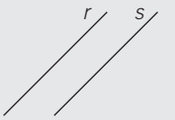
b)

d)

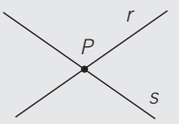
f)

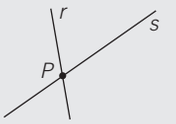
TIPOS DE RECTAS

- **Rectas paralelas**
  Son rectas que nunca se cortan, no tienen ningún punto en común.

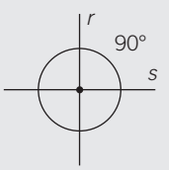


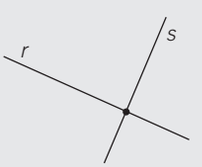
- **Rectas secantes**
  Son rectas que se cortan en un punto.





- **Rectas perpendiculares**
  Son rectas que se cortan en un punto, formando 4 ángulos rectos (90°).





ADAPTACIÓN CURRICULAR

9

6 **Dibuja dos rectas, *m* y *n*, que sean:**

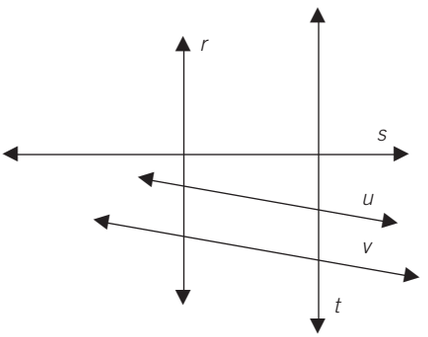
a) Paralelas horizontalmente.

c) Paralelas verticalmente.

b) Secantes.

d) Perpendiculares.

7 **Observa el siguiente grupo de rectas y responde.**



a) *r* y *t* son rectas .....

b) *r* y *s* son rectas .....

c) *t* y *s* son rectas .....

d) *r* y *u* son rectas .....

e) *r* y *v* son rectas .....

f) *u* y *v* son rectas .....

g) *t* y *u* son rectas .....

h) *t* y v son rectas .....

i) Si prolongásemos la recta *u*, *s* y *u* serían rectas .....

8 **Dibuja una recta cualquiera *m* y traza.**

a) Dos rectas perpendiculares a *m.*

c) Dos rectas paralelas a *m.*

b) Dos rectas secantes a *m.*

d) Una recta paralela a *m* y otra perpendicular.

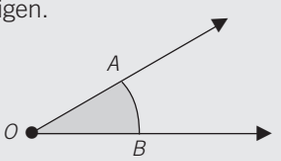
826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 345

COMPRENDER EL CONCEPTO DE ÁNGULO. DISTINGUIR LOS TIPOS DE ÁNGULOS 9

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

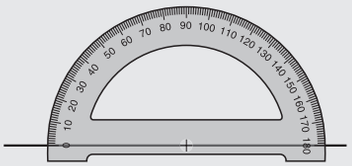
ÁNGULO

- Un **ángulo** es la región que forman dos semirrectas que tienen el mismo origen.
- En un ángulo distinguimos:
  - **Vértice *O*:** origen de las semirrectas.
  - **Lados *A* y *B*:** bordes del ángulo, semirrectas.
  - **Amplitud:** abertura del ángulo.

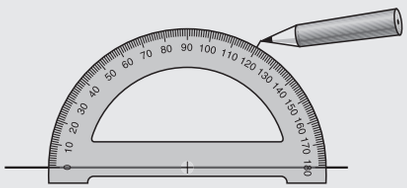


TRANSPORTADOR DE ÁNGULOS

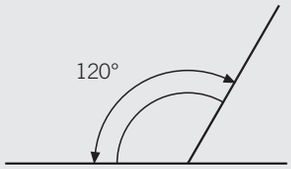
- Para **medir ángulos** utilizamos el transportador de ángulos.
- Es un instrumento de plástico transparente de forma semicircular, dividido en 180 partes iguales.
- Cada parte corresponde a una **unidad** de medida de ángulos: el **grado** (1º).
- Para medir ángulos seguimos estos pasos.



1.º Se coloca el transportador de forma que su centro coincida con el vértice del ángulo; y el eje, con un lado del ángulo previamente trazado.



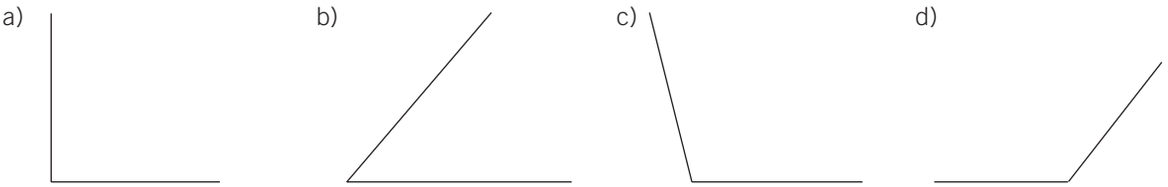
2.º A continuación se busca en el transportador el valor del ángulo en cuestión y se marca un trazo en el papel cerca del transportador.



3.º Finalmente se quita el transportador y se une el vértice del ángulo con la marca efectuada.

1 **Mide con tu transportador los siguientes ángulos.**

a) b) c) d)



2 **Con la ayuda del transportador, dibuja estos ángulos.**

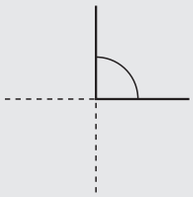
a) 60º b) 45º c) 150º d) 90º e) 180º

ADAPTACIÓN CURRICULAR

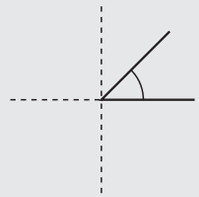
9

TIPOS DE ÁNGULOS SEGUN SU ABERTURA

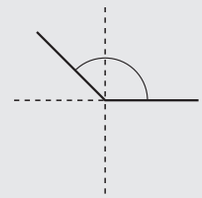
Rectos: 90º



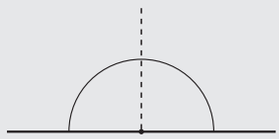
Agudos: menos de 90º



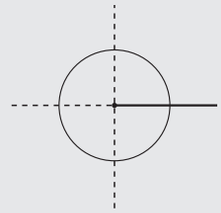
Obtusos: más de 90º



Llanos: 180º (2 rectos)



Completos: 360º (4 rectos)

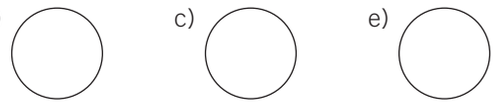


3 **Indica, según su abertura, el tipo de ángulos del ejercicio 1.**

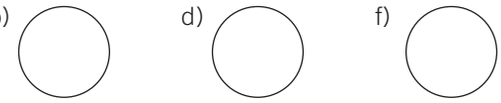
4 **Dibuja e indica en estas esferas de reloj el tipo de ángulo que forman las agujas al marcar las horas.**

a) Las tres en punto.
b) Las seis menos cuarto.
c) Las seis en punto.
d) Las siete en punto.
e) Las cinco y cuarto.
f) La esfera sin agujas.

a) c) e)

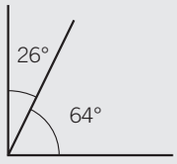


b) d) f)



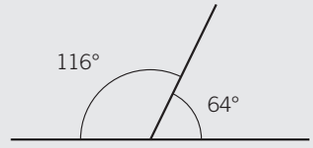
TIPOS DE ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN

Complementarios: suman 90º.

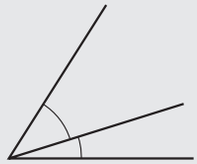


$90° - 64° = 26°$

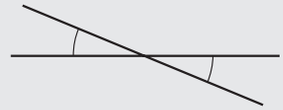
Suplementarios: suman 180º.



Consecutivos: vértice y lado en común.

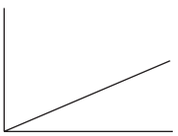


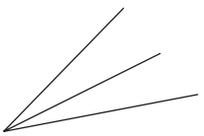
Opuestos por el vértice: vértice común.

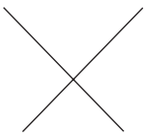


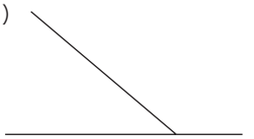
826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 347

5 **Indica, según la posición, el tipo de ángulos.**

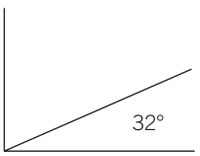
a) 

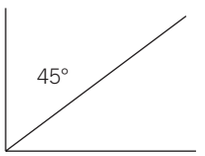
b) 

c) 

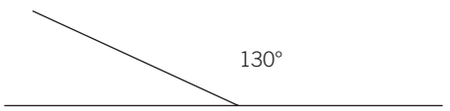
d) 

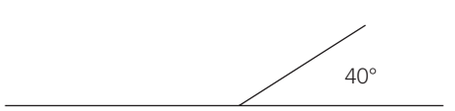
6 **Calcula la abertura del ángulo que falta. Di de qué tipo de ángulos se trata.**

a) 

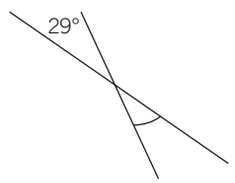
b) 

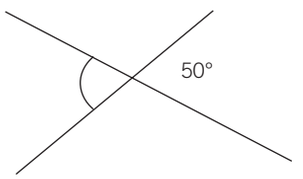
7 **Halla la abertura del ángulo que falta. Di de qué tipo de ángulos se trata.**

a) 

b) 

8 **Determina la abertura del ángulo que falta. Di de qué tipo de ángulos se trata.**

a) 

b) 

9 **Completa la siguiente tabla.**

ÁNGULO	35°	89°	25°	45°	60°
COMPLEMENTARIO	55°				
SUPLEMENTARIO					

10 **Utilizando tu transportador, dibuja.**

a) Un ángulo completo (360°).

b) Dos ángulos consecutivos de 45°. ¿Qué observas?

c) Dos ángulos consecutivos de 20° y 30°.

d) Dos ángulos consecutivos de 90°. ¿Qué observas?

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 348

9 OBJETIVO 3
INSTRUMENTOS DE MEDIDA PARA DIBUJAR. CONCEPTOS LINEALES

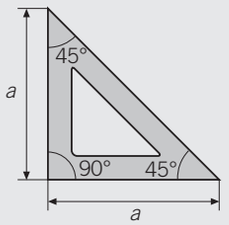
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Regla

- Está graduada en mm y cm, y es de plástico transparente y forma rectangular. Se utiliza principalmente para medir magnitudes lineales.

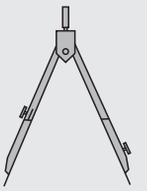
Escuadra

- Es una plantilla de plástico transparente y forma triangular.
- Es un triángulo isósceles, con dos lados iguales que forman un ángulo recto, 90°; y los otros dos de 45°.



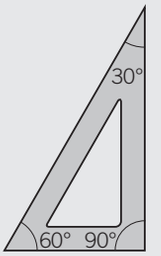
Compás

- Es un instrumento que sirve para transportar magnitudes y trazar arcos y círculos. Consta de dos brazos articulados, uno con una aguja de centrado, y otro, más corto, para accesorios de pintura: mina, lápiz, tinta, etc.

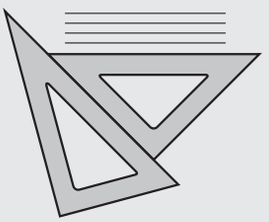


Cartabón

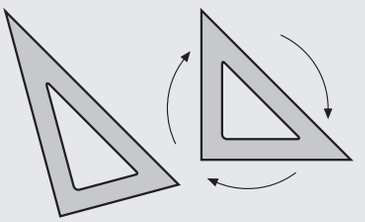
- Es un complemento de la escuadra, y tiene igual material y forma.
- Es un triángulo escaleno: sus tres lados son desiguales.
- Los ángulos agudos son de 30° y 60°, y el otro de 90°.



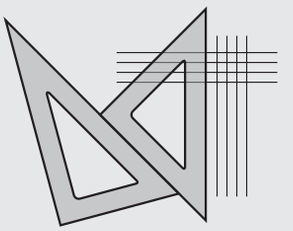
INSTRUCCIONES PARA TRAZAR RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES



1.º Se trazan varias rectas paralelas entre sí.

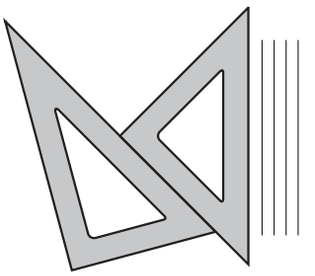


2.º Se gira la escuadra para que apoye el otro cateto sobre el cartabón.



3.º Por último, se trazan las rectas perpendiculares a las anteriores.

1 **Sobre una recta vertical, *s*, dibuja con la escuadra y el cartabón cuatro rectas paralelas y otras cuatro perpendiculares.**



826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 349

2 **Dibuja dos rectas perpendiculares, *m* y *n*. Traza una recta perpendicular *r* a *m*, y otra recta *s* perpendicular a *n*. ¿Cómo son entre sí las rectas *r* y *s*?**

m

3 **Traza con el compás una circunferencia de centro *O* (el brazo con aguja), y de radio, la amplitud del compás: 4 cm, que puedes tomar de referencia con la regla.**

1.º Inclina ligeramente el compás en el sentido del trazado.
2.º Coge con firmeza el asidero (superior) del compás.
3.º Gira mediante presión de los dedos pulgar e índice.

4 **Dibuja un segmento *AB* de 6 cm y divídelo en 6 partes iguales. Señala en la mitad del segmento el punto *O*. Con el compás fija el brazo de la aguja en *O* y radio en el punto *A*, y traza el arco correspondiente.**

a) ¿En dónde corta el arco al segmento?
b) ¿Qué tipo de ángulo se ha formado?
c) ¿Cuál es su abertura?

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 350

9

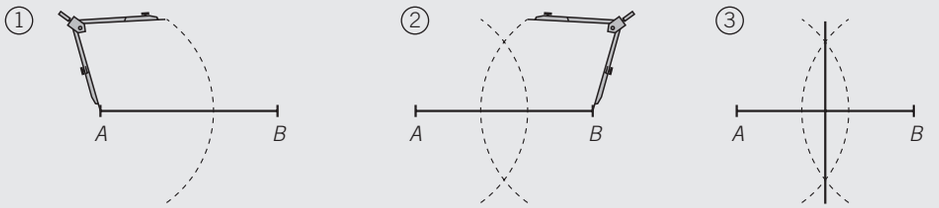
MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

Mediatriz es la recta perpendicular a un segmento que lo divide en dos partes iguales.

1.º Con centro en *A* abrimos el compás un poco más de la mitad del segmento y trazamos un arco.

2.º Se realiza la misma operación con centro en *B*. Ambos arcos se cortan en dos puntos.

3.º Con la regla trazamos la recta que pasa por los dos puntos. Esa recta es la mediatriz del segmento.



5 **Traza un segmento *MN* de 5 cm de longitud. Dibuja su mediatriz.**

6 **Dibuja un segmento de 9 cm. ¿Cuánto miden los segmentos que se forman al trazar su mediatriz?**

7 **De uno de los extremos de un segmento a su mediatriz hay 3,5 cm. ¿Cuánto mide el segmento completo?**

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 351

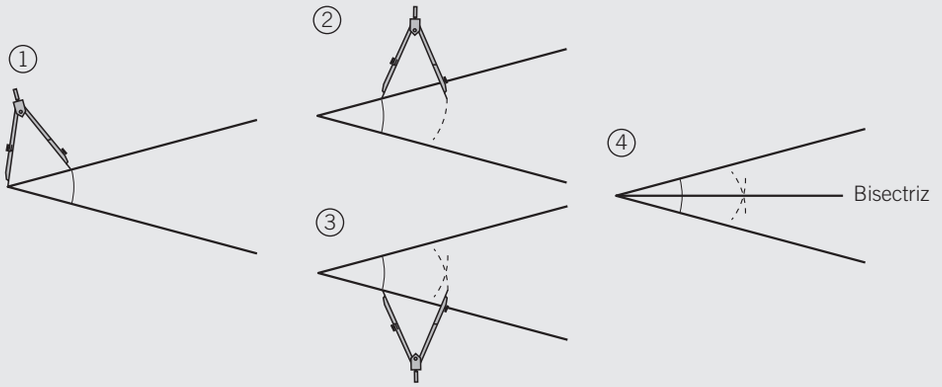
BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Bisectriz de un ángulo es la recta que pasa por el vértice y lo divide en dos partes iguales.

1.º Con centro en el vértice trazamos un arco que corta en dos puntos a los lados del ángulo.

2.º y 3.º Con centro en ambos puntos y la misma abertura, trazamos dos arcos que se cortan en un punto.

4.º Con la regla se une el vértice con el punto obtenido. Esa recta es la bisectriz del ángulo.



8 **Dibuja un ángulo recto (90º), uno agudo (< 90º) y otro obtuso (> 90º). Traza sus bisectrices, y comprueba la medida de los ángulos obtenidos con el transportador.**

a) Ángulo recto. b) Ángulo agudo. c) Ángulo obtuso.

9 **Dibuja un ángulo llano (180º) y traza su bisectriz. ¿Qué observas?**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 352

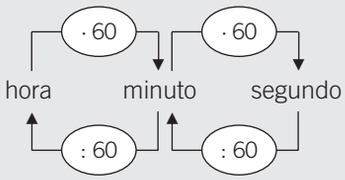
9 OBJETIVO 4
EXPRESAR LA MEDIDA DEL TIEMPO MEDIANTE SUS UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Unidades para medir el tiempo son el milenio (1.000 años), siglo (100 años), lustro (5 años), año, mes, semana, día, hora, minuto y segundo.

- Para medir períodos de tiempo menores que el día utilizamos la **hora**, el **minuto** y el **segundo**.

  – 1 hora equivale a 60 minutos. 1 h = 60 min
  – 1 minuto equivale a 60 segundos. 1 min = 60 s
  – 1 hora equivale a 3.600 segundos (60 · 60). 1 h = 3.600 s



- Las horas, los minutos y los segundos forman un **sistema sexagesimal**, porque cada unidad es 60 veces mayor que la unidad inferior.

1 **Completa la siguiente tabla.**

HORAS	MINUTOS	SEGUNDOS
7	7 · 60 = 420	
10		
12		
24		
48		

2 **Expresa en segundos.**

a) 2 h y 30 min =

b) Media hora =

c) 3 h y 10 min =

d) 1 h y 15 min =

3 **El horario de clases en el instituto empieza a las 8:30 de la mañana y acaba a las 14:00. Calcula.**

a) Las horas que pasan los alumnos en el instituto.

b) Los minutos que pasan los alumnos en el instituto.

4 **Expresa en horas.**

a) 120 min =

b) 240 min =

c) 420 min =

d) 600 min =

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 353

5 **Expresa en horas, minutos y segundos.**

a) 5.370 s b) 6.400 s c) 4.042 s d) 6.000 s

a) Dividimos 5.370 entre 60 para pasar los segundos a minutos:

5370	60
570	89 min
30 s	

Dividimos 89 entre 60 para obtener los segundos; el cociente es el número de horas, y el resto, los minutos del resultado final.

89	60
20 min	1 h

5.370 s = 1 h 20 min 30 s

b) c) d)

6 **Un ciclista entrenó 3 h 45 min 5 s por la mañana y 1 h 50 min 15 s por la tarde.**

a) ¿Qué diferencia de tiempo hay entre el entrenamiento de la mañana y el de la tarde?

b) ¿Cuánto tiempo duró en total su entrenamiento?

a)
$$\begin{array}{r} 3\text{ h }\ 45\text{ min }\ \ 5\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline \end{array}$$

Como a 45 no se le puede restar 50, pasamos 1 hora a minutos.

1 h = 60 min

$$\begin{array}{r} 3\text{ h }\ 45\text{ min }\ \ 5\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 60+45} \\ 2\text{ h }\ 105\text{ min }\ \ 5\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ \ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline \end{array}$$

Como a 10 no se le puede restar 15, pasamos 1 minuto a segundos.

Restamos normalmente.

1 min = 60 s

$$\begin{array}{r} 2\text{ h }\ 105\text{ min }\ \ 5\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ \ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 60+5} \\ 2\text{ h }\ 104\text{ min }\ \ 5\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ \ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\text{ h }\ 104\text{ min }\ 65\text{ s} \\ -\ 1\text{ h }\ \ 50\text{ min }\ 15\text{ s} \\ \hline 1\text{ h }\ \ 54\text{ min }\ 50\text{ s} \end{array}$$

El ciclista entrenó 1 h 54 min 50 s más por la mañana que por la tarde.

b)

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0341-0354.qxd 12/2/07 10:04 Página 354

9

7 **Efectúa las siguientes operaciones.**

a) 5 h 13 min 44 s + 1 h 30 min 25 s

b) 1 h + 2 h 20 min 13 s

8 **Julia trabajó por la mañana 3 horas y 15 minutos; y por la tarde, 2 horas y media. ¿Cuánto tiempo trabajó por la mañana más que por la tarde?**

9 **Un barco estuvo parado 18.770 segundos y otro barco lo estuvo 13.348 segundos. ¿Cuánto tiempo (h/min/s) estuvo parado el primer barco más que el segundo? Resta los tiempos en segundos y pasa el resultado a h/min/s.**

10 **Sergio ha realizado un trabajo durante 1 hora, 35 minutos y 50 segundos. Si tenía previsto tardar 2 horas, ¿cuánto tiempo le sobró?**

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 355

10 Polígonos y circunferencia

INTRODUCCIÓN

Nos introducimos en el estudio de los polígonos, recordando contenidos trabajados por los alumnos en Primaria, y partiendo del estudio del polígono y los elementos que lo caracterizan.

El estudio del triángulo es básico para la comprensión de relaciones entre figuras geométricas.

Respecto al teorema de Pitágoras, lo más importante es su comprensión y desarrollo aritmético.

A continuación, se introducen los cuadriláteros, incidiendo en la clasificación según la posición de los lados.

Conviene tener en cuenta también que los alumnos conocen ya el concepto de polígono regular.

La circunferencia y el círculo son figuras que han sido estudiadas en los últimos cursos de Primaria, y conocidas por los alumnos.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un *polígono* es la parte del plano limitada por una línea poligonal cerrada.
- Según sus lados, los triángulos se clasifican en: *equiláteros*, *isósceles* y *escalenos*. Según sus ángulos, los triángulos se clasifican en: *rectángulos*, *obtusángulos* y *acutángulos*.
- La *mediana* es la recta que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto. Se cortan en el *baricentro*.
- La *altura* es la recta perpendicular a cada lado que pasa por el vértice opuesto. Se cortan en el *ortocentro*.
- El *cuadrilátero* es un polígono de cuatro lados.
- La *circunferencia* es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están todos a igual distancia del centro.
- El *círculo* es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de polígono. Reconocer y clasificar los tipos de polígonos.	• El polígono y sus elementos. • Clasificación de polígonos según sus lados y ángulos.	• Identificación de polígonos según sus elementos. • Reconocimiento de polígonos por sus lados y ángulos.
2. Clasificar triángulos según sus lados y sus ángulos. Reconocer y dibujar las principales rectas y puntos de un triángulo.	• Triángulo. Tipos de triángulos. • Rectas y puntos de un triángulo.	• Identificación de triángulos según sus lados y ángulos y de las relaciones entre ellos. • Determinación de rectas y puntos de un triángulo.
3. Comprender el teorema de Pitágoras.	• Triángulo rectángulo: nomenclatura. • Enunciado del teorema de Pitágoras.	• Reconocimiento de los lados de un triángulo rectángulo. • Aplicación del teorema de Pitágoras.
4. Comprender el concepto de cuadrilátero. Reconocer y clasificar los tipos de cuadriláteros.	• Concepto de cuadrilátero. • Tipos de cuadriláteros.	• Clasificación de los cuadriláteros. • Identificación de cuadriláteros por sus elementos y características.
5. Distinguir entre circunferencia y círculo.	• Circunferencia y círculo. • Posiciones de dos circunferencias.	• Reconocimiento de la circunferencia y el círculo. • Identificación de las posiciones relativas de rectas y circunferencias.
6. Comprender el concepto de polígono regular. Clasificar los polígonos regulares y sus características.	• Polígono regular, rectas y puntos principales. • Suma de los ángulos y ángulo central de un polígono regular.	• Identificación y reconocimiento de los polígonos regulares.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

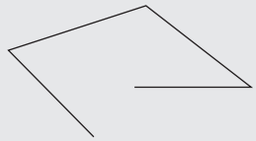
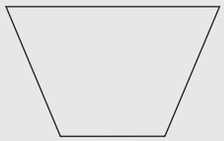
826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 356

10 OBJETIVO 1
CONCEPTO DE POLÍGONO. RECONOCER Y CLASIFICAR POLÍGONOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

POLÍGONOS

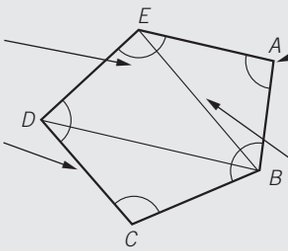
- Varios segmentos unidos entre sí forman una **línea poligonal**.
- Una línea poligonal cerrada es un **polígono**.

Línea poligonal  Polígono 

ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Los **ángulos** son las regiones que forman los lados al cortarse. Se escriben así: $\hat{E}$.

Los **lados** son los segmentos que limitan el polígono. La suma de las longitudes de los lados se llama **perímetro**.



Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados. Se nombran con una letra mayúscula.

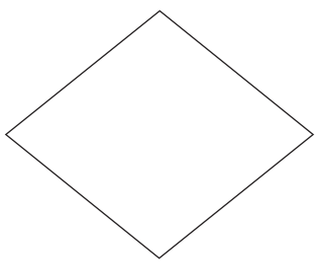
Las **diagonales** son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

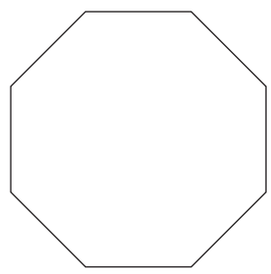
- Un polígono se nombra asignando letras a los vértices. Por ejemplo, polígono *ABCDE*.

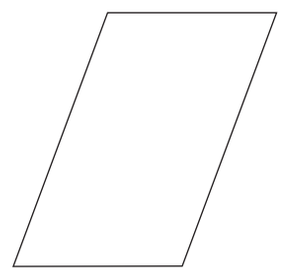
1 **Con estos segmentos, dibuja una línea poligonal y un polígono.**

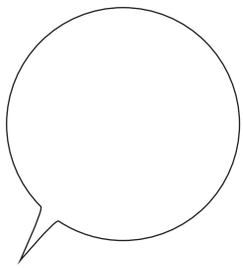
a) Línea poligonal. b) Polígono.

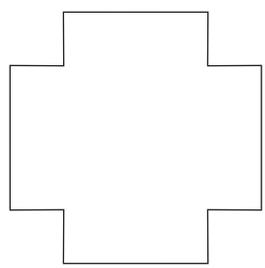
2 **Señala cuáles de las figuras son polígonos.**

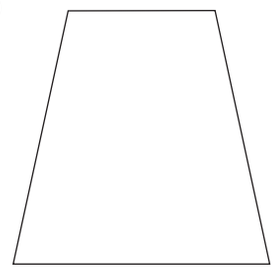
a) 

c) 

e) 

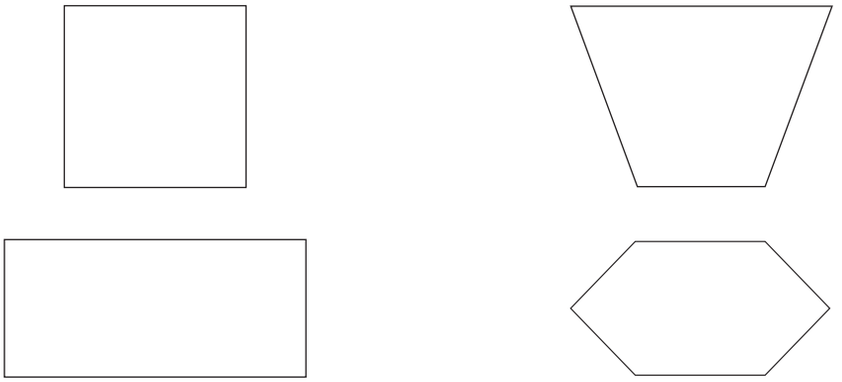
b) 

d) 

f) 

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 357

3 **En los siguientes polígonos, dibuja estos elementos: vértices, diagonales, lados y ángulos. Nómbralos con sus letras correspondientes.**



CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican por su número de **lados**, siendo los principales:

4 **Dibuja los siguientes polígonos.**

TRIÁNGULO	CUADRILÁTERO	PENTÁGONO	HEXÁGONO
HEPTÁGONO	**OCTÓGONO**	**ENEÁGONO**	**DECÁGONO**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 358

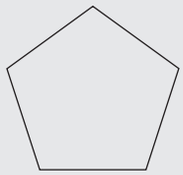
10

5 **Fíjate en las señales de tráfico, e indica cuáles son polígonos y de qué tipo.**

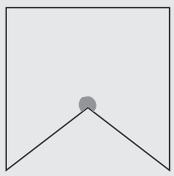
CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican también por sus **ángulos**.

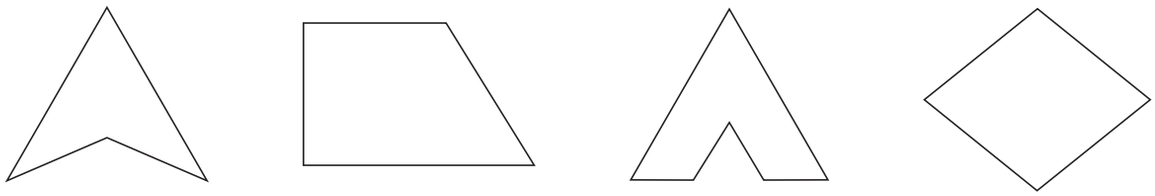
- **Convexos**
  Todos los ángulos son menores que 180°.



- **Cóncavos**
  Tienen algún ángulo mayor que 180°.

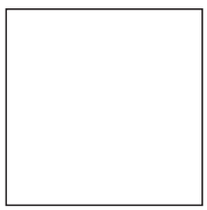


6 **Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos.**

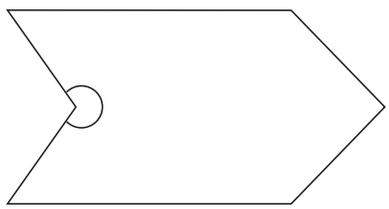


7 **Indica si los polígonos son cóncavos o convexos. Justifica tu respuesta.**

a)



b)



826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 359

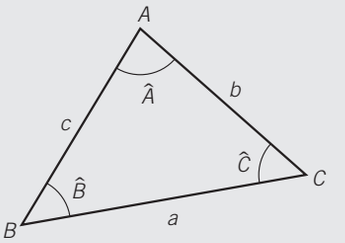
OBJETIVO 2

CLASIFICAR TRIÁNGULOS. RECONOCER SUS PRINCIPALES RECTAS Y PUNTOS 10

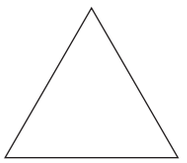
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

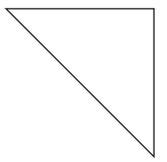
TRIÁNGULO

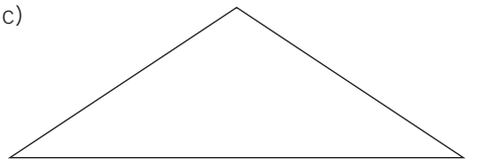
- Un **triángulo** es una figura plana limitada por tres segmentos.
  - Tiene 3 vértices, *A*, *B*, *C*: puntos de unión de los lados.
  - Tiene 3 lados, *a*, *b*, *c*: segmentos que lo limitan.
  - Tiene 3 ángulos, $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$.



1 **Nombra los principales elementos de los triángulos.**

a) 

b) 

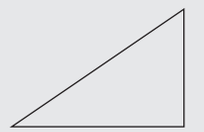
c) 

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

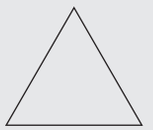
- Según sus lados:
  - **Equilátero:** tres lados iguales.
  - **Isósceles:** dos lados iguales.
  - **Escaleno:** tres lados distintos.

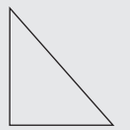
Equilátero

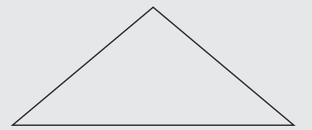
Isósceles


Escaleno

- Según sus ángulos:
  - **Acutángulo:** tres ángulos agudos ($< 90º$).
  - **Rectángulo:** un ángulo recto ($90º$).
  - **Obtusángulo:** un ángulo obtuso ($> 90º$).


Acutángulo


Rectángulo

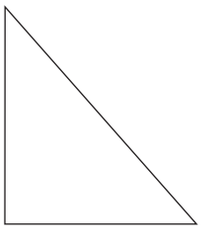

Obtusángulo

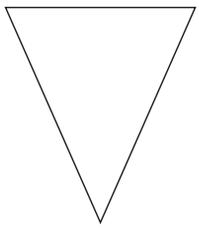
ADAPTACIÓN CURRICULAR

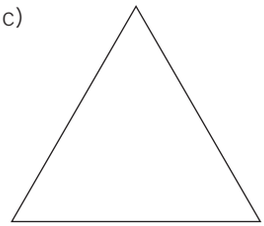
826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 360

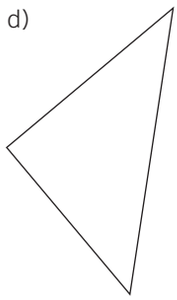
10

2 **Mide con tu regla los lados de cada triángulo y clasifícalos.**

a) 

b) 

c) 

d) 

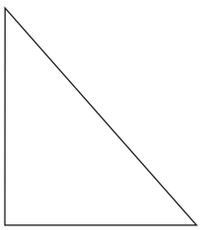
a) Triángulo: .....

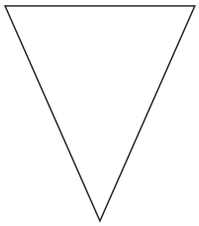
b) Triángulo: .....

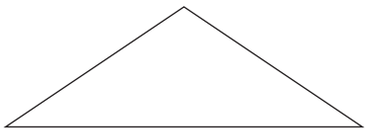
c) Triángulo: .....

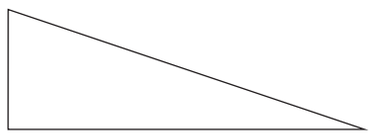
d) Triángulo: .....

3 **Utilizando el transportador, clasifica estos triángulos según sus ángulos.**

a) 

b) 

c) 

d) 

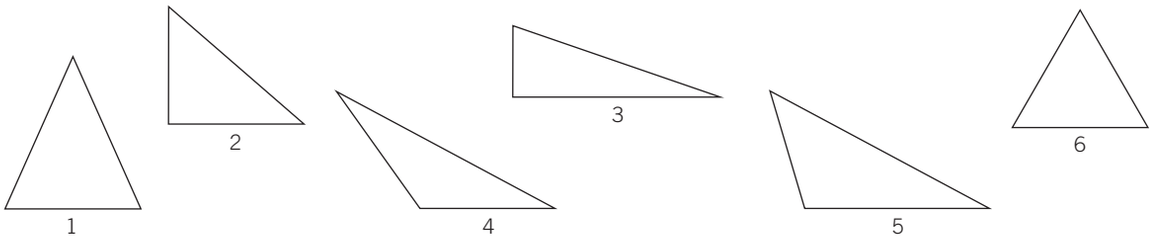
a) Triángulo: .....

b) Triángulo: .....

c) Triángulo: .....

d) Triángulo: .....

4 **Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.**

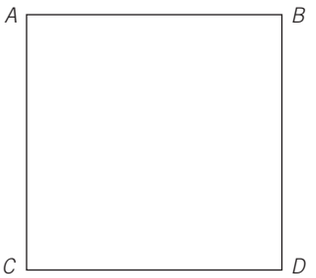


	EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO	ACUTÁNGULO	RECTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
Triángulo 1						
Triángulo 2						
Triángulo 3						
Triángulo 4						
Triángulo 5						
Triángulo 6						

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 361

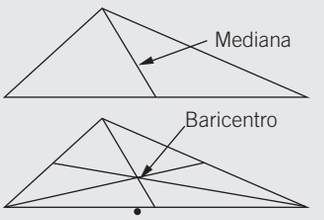
5 **En el siguiente cuadrado, dibuja el segmento que une los vértices *A* y *D* (diagonal).**

a) ¿En cuántas partes se ha dividido el cuadrado?
b) ¿Qué figura se ha formado?
c) Nombra todos los lados y ángulos.
c) Indica el valor de los ángulos.

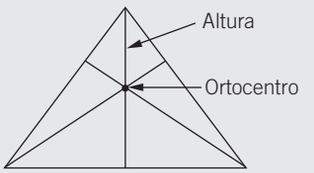


RECTAS Y PUNTOS DE UN TRIÁNGULO

- **Medianas**
  - La mediana de un triángulo es un segmento que va desde un vértice al punto medio del lado opuesto.
  - Un triángulo tiene tres medianas, que se cruzan en un punto llamado **baricentro**.

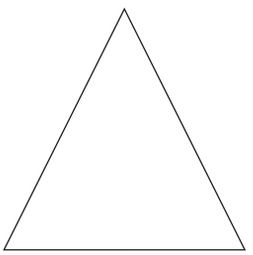


- **Alturas**
  - La altura de un triángulo es un segmento que va desde el vértice perpendicularmente (90°) al lado opuesto.
  - Un triángulo tiene tres alturas, que se cruzan en un punto llamado **ortocentro**.

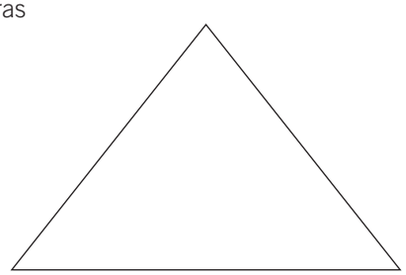


6 **Dibuja las medianas y alturas, así como los puntos que forman al cortarse.**

Medianas

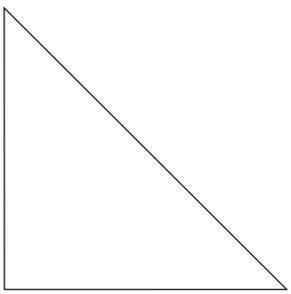


Alturas

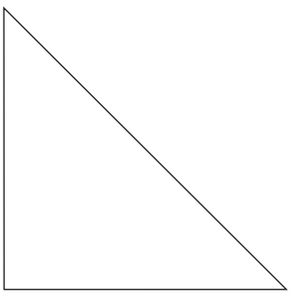


7 **En este triángulo rectángulo, dibuja sus medianas y alturas, así como los puntos que forman al cortarse. ¿Qué observas?**

Medianas



Alturas



ADAPTACIÓN CURRICULAR

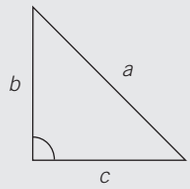
826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 362

10 OBJETIVO 3
COMPRENDER EL TEOREMA DE PITÁGORAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

- Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto (90º).
- Los lados que forman el ángulo recto se denominan **catetos**, ***b*** y ***c***.
- El lado mayor se llama **hipotenusa**, ***a***, y es mayor que los catetos.
- Ejemplos de triángulos rectángulos son la escuadra y el cartabón.

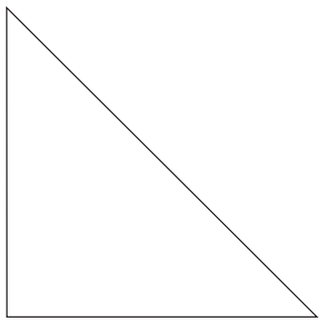


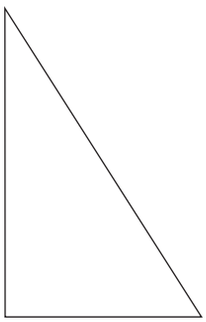
1 **Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm.**

a) Forma el ángulo recto con ambos catetos y nómbralos.

b) Mide el lado mayor (hipotenusa) y nómbralo.

2 **Mide la longitud de tu escuadra y cartabón, y escribe en las figuras los valores obtenidos.**

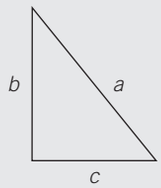




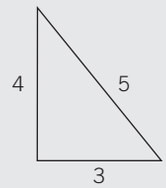
TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras enunció el llamado **teorema de Pitágoras**, que afirma:

«En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos».



$$a^2 = b^2 + c^2$$



$$5^2 = 4^2 + 3^2$$
$$25 = 16 + 9$$
$$25 = 25$$

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 363

3 **Comprueba el teorema de Pitágoras en los siguientes triángulos rectángulos.**

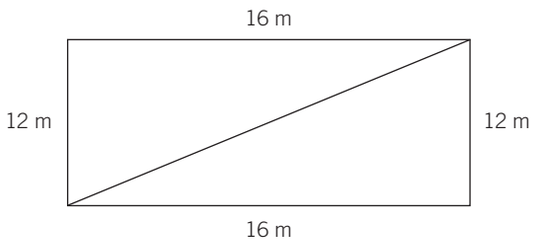
HIPOTENUSA a	CATETO MAYOR b	CATETO MENOR c	$a^2 = b^2 + c^2$
5	4	3	
26	24	10	
13	12	5	
2	1	1	
17	15	8	

4 **Los lados de un triángulo tienen las siguientes longitudes: 6 cm, 8 cm y 10 cm. Comprueba que el triángulo es rectángulo, gráfica y numéricamente.**

5 **Un campo de deporte tiene forma rectangular y mide 12 $\times$ 16 m.**

a) Indica qué cuerpos se forman al trazar la diagonal.

b) ¿Sabrías medir la longitud de la diagonal?



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 364

10 OBJETIVO 4
CONCEPTO DE CUADRILÁTERO. RECONOCER Y CLASIFICAR SUS TIPOS

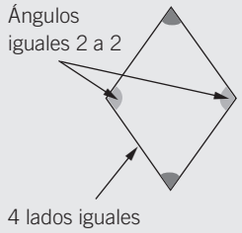
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados.
Se clasifican en:

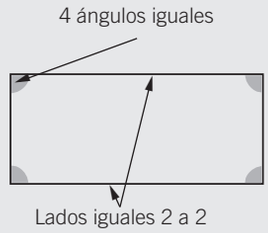
PARALELOGRAMOS: tienen los cuatro lados paralelos dos a dos.

Cuadrado

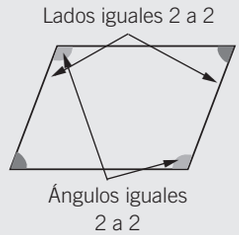
Rombo



Rectángulo

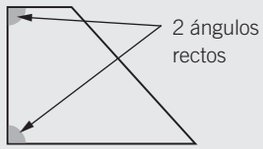


Romboide

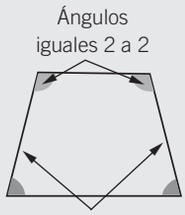


TRAPECIOS: tienen solo dos lados paralelos.

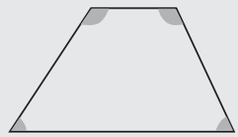
Trapecio rectángulo



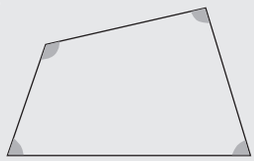
Trapecio isósceles



Trapecio escaleno



TRAPEZOIDES: no tienen lados paralelos.



1 **Fíjate en tu aula y señala cuatro elementos con forma de cuadrilátero. Luego dibuja su contorno (aunque no sea a escala real).**

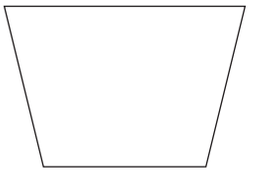
a) c)

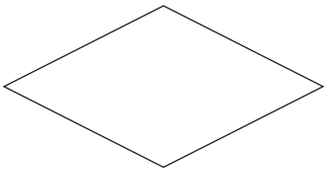
b) d)

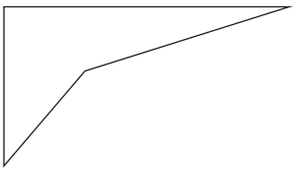
826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 365

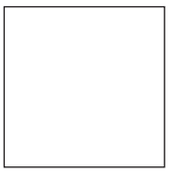
2 **Indica el nombre de los cuadriláteros.**

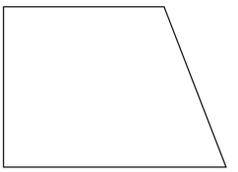
a)

c) 

e) 

b) 

d) 

f) 

3 **Completa la siguiente tabla.**

	SEMEJANZAS	DIFERENCIAS
Un paralelogramo y un trapecio		
Un trapecio y un trapezoide		
Un paralelogramo y un trapezoide		

4 **Un paralelogramo tiene sus cuatro ángulos iguales.**

a) ¿Qué tipo de paralelogramo es?

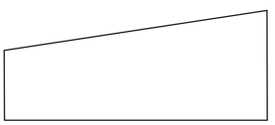
b) ¿Puede ser de varios tipos?

c) Dibújalos.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

5 **Traza las diagonales y los ejes de simetría de los paralelogramos. ¿Qué observas?**

a)

b) 

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 366

10 OBJETIVO 5
DISTINGUIR ENTRE CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

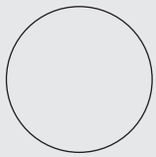
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

CIRCUNFERENCIA

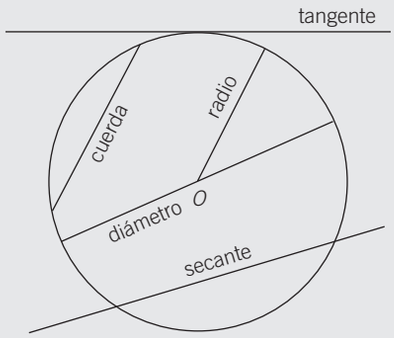
La **circunferencia** es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia del centro.

CÍRCULO

El **círculo** es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.



RECTAS DE LA CIRCUNFERENCIA



Centro, *O*: punto del cual equidistan todos los puntos de la circunferencia.

Radio: recta que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de la misma.

Diámetro: recta que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos partes (semicircunferencias).

Cuerda: segmento que toca a dos puntos de la circunferencia.

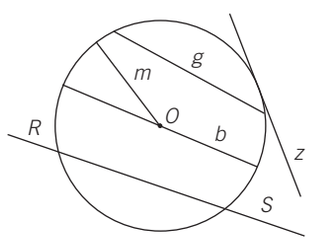
Secante: recta que corta en dos puntos a la circunferencia.

Tangente: recta que toca a la circunferencia en un punto.

1 **Con tu compás traza una circunferencia de radio 4 cm y dibuja.**

a) El centro *O*.
b) Una cuerda *AB* con su arco.
c) Un radio *r*.
d) Una recta tangente *t*.
e) Un diámetro *d*.
f) Una semicircunferencia.

2 **En la siguiente circunferencia indica qué representan estos elementos: *O*, *m*, *z*, *b*, *RS*.**



a) *b* divide a la circunferencia en dos .....

b) Si prolongásemos *g*, sería una recta .....

O: ..... *m*: .....

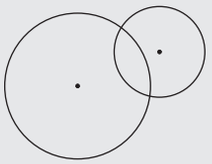
z: ..... *b*: .....

RS: .....

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 367

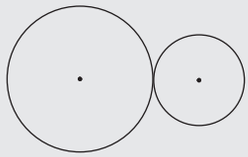
POSICIONES DE DOS CIRCUNFERENCIAS

Secantes



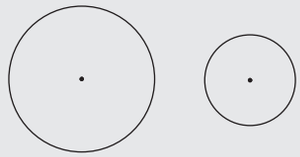
Tienen dos puntos en común.

Tangentes



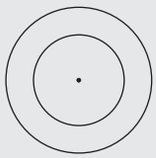
Tienen un punto en común.

Exteriores



No tienen ningún punto en común.

Concéntricas

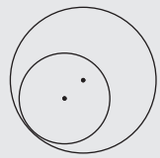


Mismo centro
y distinto radio.

Interiores

Distinto centro
y ningún punto en común.

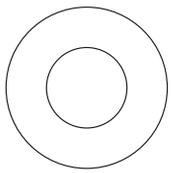
Tangentes interiores



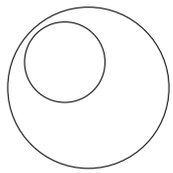
Distinto centro
y un punto en común.

3 **Observa y clasifica las circunferencias según su posición.**

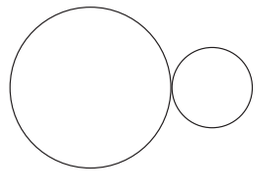
a)



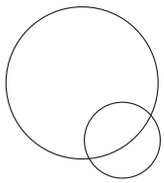
c)



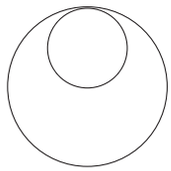
e)



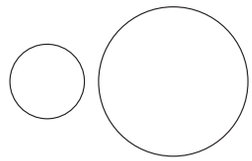
b)



d)

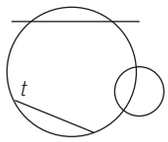


f)

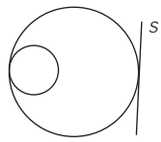


4 **Observa los siguientes dibujos y expresa cada recta y circunferencia según su posición y tipo.**

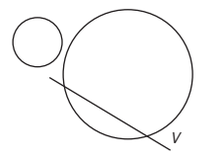
a)



b)



c)



5 **Dibuja una circunferencia y traza.**

a) Un radio cualquiera.

b) Una recta secante que pase por el centro *O*.

c) ¿En cuántas partes divide a la circunferencia? .....
Se llaman .....

d) Traza una recta paralela a la recta secante del apartado a), pero que sea tangente a la circunferencia.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 368

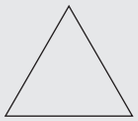
10 OBJETIVO 6
COMPRENDER EL CONCEPTO DE POLÍGONO REGULAR

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

POLÍGONO REGULAR

- Un **polígono regular** es el que tiene todos sus lados y ángulos iguales.
- En caso contrario, el polígono es irregular.

Triángulo equilátero



3 lados

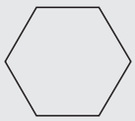
Cuadrado

4 lados

Pentágono regular

5 lados

Hexágono



6 lados

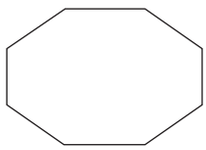
Octógono

8 lados

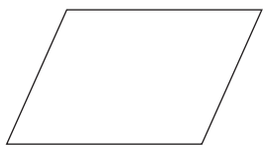
1 **De los siguientes polígonos, indica cuáles son regulares e irregulares.**

a)

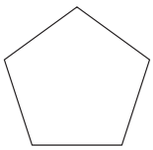
c)



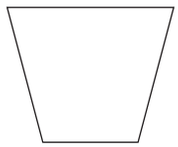
e)



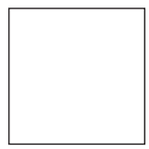
b)



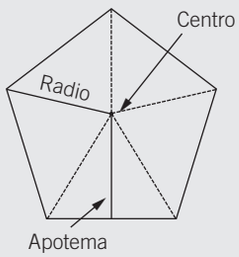
d)



f)



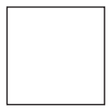
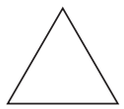
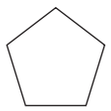
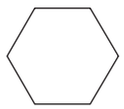
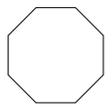
RECTAS Y PUNTOS PRINCIPALES DE UN POLÍGONO



Centro: punto que equidista de los vértices (igual distancia).
Radio: segmento que une el centro y un vértice.
Apotema: segmento que une el centro con el punto medio de un lado.

826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 369

2 **Completa la siguiente tabla.**

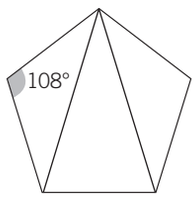
POLÍGONO	NOMBRE	EJES DE SIMETRÍA	RADIOS	APOTEMAS
				
				
				
				
				

SUMA DE ÁNGULOS DE UN POLÍGONO REGULAR

- La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.
- Si un polígono tiene *n* lados, la suma de todos los ángulos es: $\mathbf{180° \cdot (n - 2)}$.

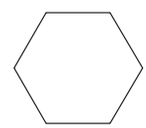
EJEMPLO

Observa este pentágono regular que tiene 5 lados y ángulos iguales.

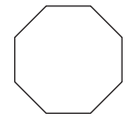


- Realizamos la triangulación y obtenemos tres triángulos, que miden:
  $180° + 180° + 180° = 540°$
- Al tener 5 lados iguales (regular):
  $540° : 5 = 108°$ mide cada ángulo del pentágono regular.

3 **Halla el valor de cada ángulo de un hexágono regular.**



4 **Obtén el valor de cada ángulo de un octógono regular.**

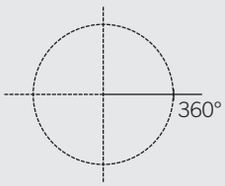


ADAPTACIÓN CURRICULAR

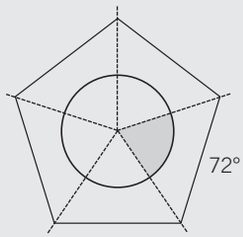
826464 _ 0355-0370.qxd 12/2/07 09:22 Página 370

10

ÁNGULO CENTRAL DE UN POLÍGONO REGULAR

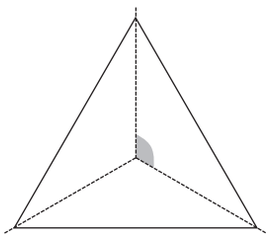


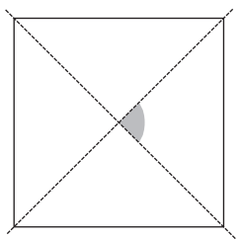
Un ángulo completo mide 360°.

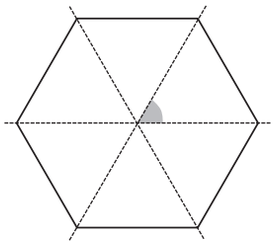


– El ángulo sombreado tiene como vértice el centro del polígono, y sus lados pasan por dos vértices del mismo.
– Se denomina **ángulo central**.
– El pentágono tiene 5 ángulos centrales.
– Cada ángulo vale: 360° : 5 = 72°.

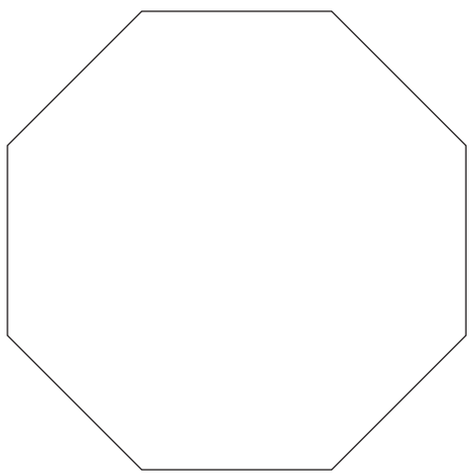
5 **Calcula el valor del ángulo central de los polígonos regulares.**







6 **Halla cuánto mide el ángulo central del siguiente polígono regular.**



826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 371

11 Perímetros y áreas de figuras planas

INTRODUCCIÓN

En esta unidad repasamos las unidades de longitud y superficie. Se introducen también algunas unidades de medida del sistema métrico inglés, como son la milla, la yarda y la pulgada. Se hará hincapié en aquellas unidades que más se emplean habitualmente para medir longitudes y superficies de figuras geométricas, que ya son conocidas por los alumnos.

Aprender a calcular el perímetro y el área de los principales polígonos es uno de los objetivos más importantes de esta unidad, pues ambos conceptos tienen una amplia aplicación en la vida real.

Se debe incidir en el cálculo del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo, practicando sus expresiones matemáticas con los diferentes ejercicios propuestos y utilizando también la representación gráfica.

Es fundamental la comprensión de la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, el número π. Para ello se propone la realización de diversos ejercicios basados en situaciones de la vida real donde intervienen figuras planas con forma de circunferencia, con el fin de que los alumnos asimilen estos conceptos.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- El *metro* es la unidad principal de *longitud* (m). Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.
- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas se utilizan usualmente el *decímetro* (dm) y el *centímetro* (cm).
- El *metro cuadrado* es la unidad principal de superficie (m^2). Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.
- Para expresar superficies de figuras geométricas se utiliza principalmente el *decímetro cuadrado* (dm^2) y el *centímetro cuadrado* (cm^2).
- El *perímetro* de un polígono se calcula sumando las longitudes de sus lados.
- La *longitud* o *perímetro* de la circunferencia es igual al diámetro multiplicado por el número π.
- El *área* de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo	$A = b \cdot a$
Cuadrado	$A = l \cdot l$
Rombo	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$A = b \cdot a$
Triángulo	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
Polígono regular	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer las diferentes unidades de longitud y superficie. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de longitud y superficie.	• Medición de longitudes de objetos y superficies con cuadrículas. • Realización de cambios en las unidades de longitud y superficie.
2. Calcular perímetros de polígonos. Hallar la longitud de la circunferencia.	• Perímetro de un polígono. • Relación entre la longitud y el diámetro de una circunferencia. • El número π.	• Cálculo del perímetro de los principales polígonos. • Realización de ejercicios prácticos. • Relación entre la longitud de la circunferencia con su diámetro.
3. Calcular el área de los principales polígonos.	• Superficie de un polígono: concepto de área. • Áreas de los principales polígonos.	• Cálculo del área de los principales paralelogramos, el triángulo y los polígonos regulares. • Aplicación de la fórmula del área de las figuras.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

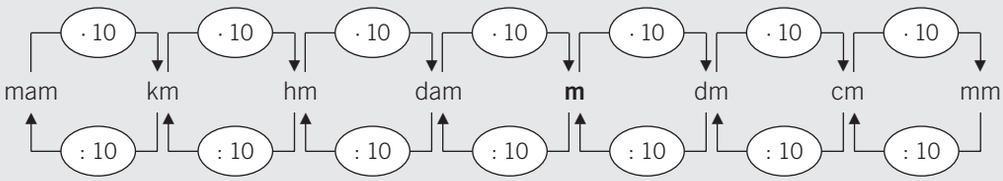
826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 372

11 OBJETIVO 1
UNIDADES DE LONGITUD Y SUPERFICIE. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

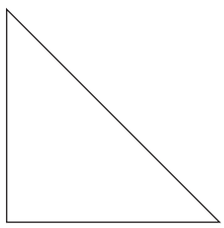
UNIDADES DE LONGITUD

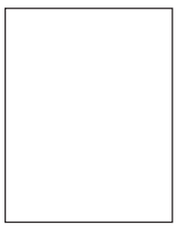
- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (unidades mayores) del metro son el decámetro, el hectómetro y el kilómetro.
- Los submúltiplos (unidades menores) del metro son el decímetro, el centímetro y el milímetro.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.

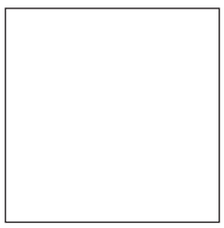


- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro (dm), el centímetro (cm) y, en ocasiones, el metro (m).

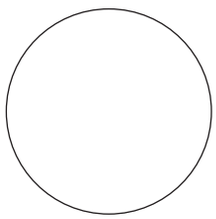
1 **Observa en tu aula qué elementos tiene la silueta de estos polígonos. Mídelos y anota el resultado.**

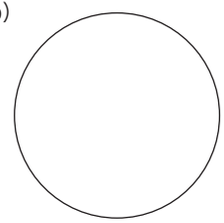
a) 

b) 

c) 

2 **Realiza la misma operación pero con elementos que tengan forma de circunferencia. Mide con una cinta métrica el contorno de la figura. Expresa el resultado en m y en cm.**

a) 

b) 

3 **Con tres segmentos de medidas: 30 mm, 0,5 dm y 7 cm, forma estas figuras.**

a) Un cuadrado de 3 cm de lado.
b) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
c) Un rectángulo de 7×3 cm.

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 373

OTRAS UNIDADES DE LONGITUD

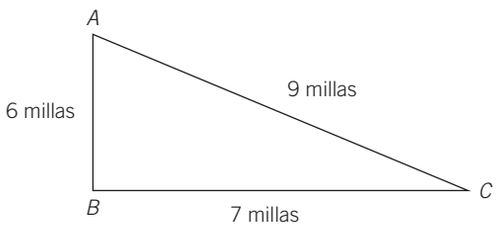
- Existen otras **unidades de longitud**, como, por ejemplo: la milla, la yarda y la pulgada (medidas inglesas).

  1 milla = 1.610,4 m
  1 yarda = 0,914 m
  1 pulgada = 2,54 cm

- La **pulgada** es una unidad que utilizamos con frecuencia; así, cuando decimos que hemos comprado un televisor de 25 pulgadas nos estamos refiriendo a la medida de la diagonal de la pantalla.

  25 pulgadas = 25 · 2,54 cm = 63,5 cm mide la diagonal.

4 **La distancia entre tres puntos viene expresada en millas. Exprésala en metros, kilómetros y yardas.**



AB = 6 millas = ... metros = ... kilómetros = ... yardas

BC = 7 millas = ... metros = ... kilómetros = ... yardas

AC = 9 millas = ... metros = ... kilómetros = ... yardas

5 **Expresa en cm y en mm las medidas del tablero de tu pupitre. ¿Qué tipo de polígono es? Calcula la medida de su diagonal. Exprésala en cm y en pulgadas. Después, dibuja una figura representativa.**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

6 **En un establecimiento venden televisores de 14, 21, 25 y 28 pulgadas. Expresa en centímetros estas medidas.**

14 pulgadas = ... cm de .....

21 pulgadas = ... cm .....

25 pulgadas = ... cm .....

28 pulgadas = ... cm .....

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 374

11

MEDIDAS DE SUPERFICIE

Figura *A*

Coloreamos 6 cuadrículas, que se consideran 6 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.

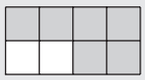
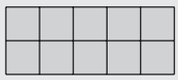


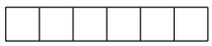
Figura *B*

Coloreamos 10 cuadrículas, que se consideran 10 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.

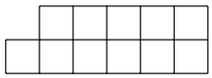


7 **Tomando como unidad de medida una unidad cuadrada, calcula la superficie de las figuras.**

a)

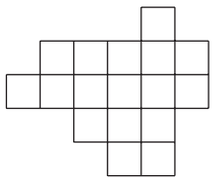


b)

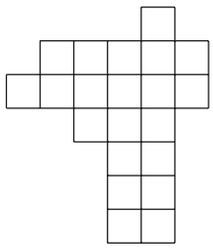


c)

d)

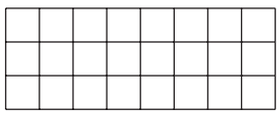


e)

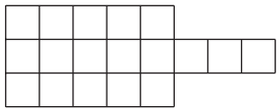


8 **Colorea las siguientes figuras para obtener 20 unidades cuadradas de superficie.**

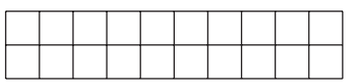
a)



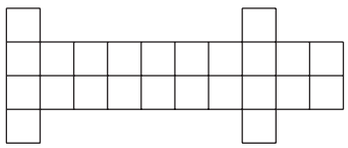
b)



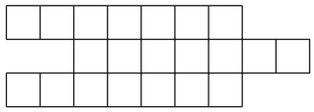
c)



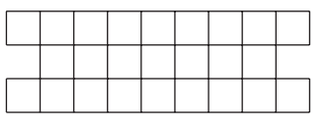
d)



e)



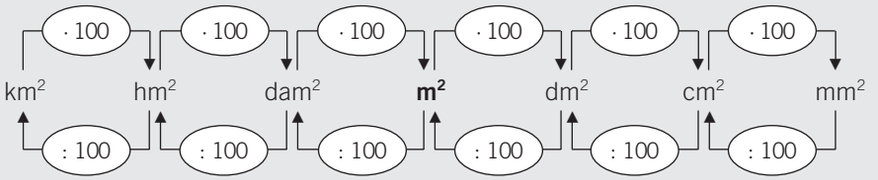
f)



826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 375

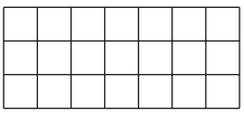
UNIDADES DE SUPERFICIE

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m^2**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado.
- Los múltiplos (unidades mayores) del m^2 son: dam^2, hm^2, km^2.
- Los submúltiplos (unidades menores) del m^2 son: dm^2, cm^2, mm^2.
- Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.

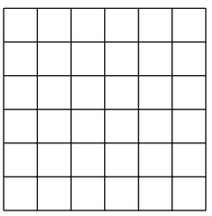


- Para expresar superficies de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro cuadrado (dm^2), el centímetro cuadrado (cm^2) y el metro cuadrado (m^2).

9 **Dibuja un rectángulo de 7 cm de largo y 3 cm de ancho. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm^2.**



10 **Dibuja un cuadrado de 6 cm de lado. Traza cuadrículas de 1 cm de lado. Fíjate en la figura adjunta. ¿Cuántas unidades cuadradas de 1 cm contiene? Exprésalo en cm^2.**



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 376

11 OBJETIVO 2
CALCULAR PERÍMETROS DE POLÍGONOS. LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

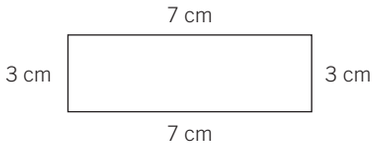
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

PERÍMETRO DE UN POLÍGONO

- El **perímetro** de un polígono es la medida de su contorno.
- Para calcular el perímetro se suman todos sus lados.
- El perímetro es una medida de longitud.

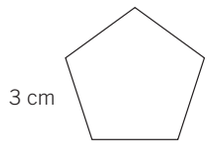
EJEMPLO

Halla el perímetro de un rectángulo de lados 7 cm y 3 cm.



$P = 7 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

Calcula el perímetro de un pentágono regular de 3 cm de lado.



$P = 3 \text{ cm} \cdot 5 = 15 \text{ cm}$

1 **Calcula el perímetro del tablero de tu pupitre. Realiza un dibujo significativo y utiliza el instrumento y la unidad de medida adecuados.**

2 **Halla el perímetro de las siguientes figuras y realiza un dibujo.**

a) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
b) Un cuadrado de 5 cm de lado.
c) Un rectángulo de 10 cm y 4 cm de lado.
d) Un pentágono de 4,5 cm de lado.

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 377

3 **Determina el perímetro de las figuras y haz un dibujo.**

a) Un romboide de lados 5 cm y 2,5 cm.
b) Un hexágono regular de 6 cm de lado.
c) Un decágono regular de 3 cm de lado.
d) Un trapecio de lados 7 cm, 6 cm, 5 cm y 4 cm.

4 **La banda y el fondo de un campo de fútbol miden 100 y 70 m, respectivamente. Si se quiere pintar su longitud, ¿cuántos metros de línea blanca se pintarán? Realiza un dibujo.**

5 **Un pastor quiere construir un cercado para sus ovejas con forma de hexágono regular. Si emplea 7,2 dam de valla, ¿cuántos metros medirá cada lado del cercado? Haz un dibujo.**

6 **El perímetro de un polígono regular es 77 cm. Si cada lado mide 11 cm, ¿qué tipo de polígono es? Realiza un dibujo.**

11

RELACIÓN ENTRE LA CIRCUNFERENCIA Y SU DIÁMETRO

Considera que medimos en clase los siguientes objetos.

	CONTORNO (Longitud de la circunferencia)	DIÁMETRO	COCIENTE DEL CONTORNO Y EL DIÁMETRO
Reloj	78,5 cm	25 cm	3,14
Papelera	157 cm	50 cm	3,14
Portalápices	23,55 cm	7,5 cm	3,14

Observamos que:

- Al dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro se obtiene siempre el mismo número: 3,14.

  $78{,}5 : 25 = 3{,}14$ $\quad 157 : 50 = 3{,}14$ $\quad 23{,}55 : 7{,}5 = 3{,}14$

- 3,14 es el número π y se lee pi.

$$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}} = \pi \qquad \frac{L}{d} = \pi$$

7 **Completa la siguiente tabla.**

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO
Sartén	55 cm	17,5 cm	
Aro de gimnasia	226 cm	72 cm	
Rueda	168,5 cm	53,5 cm	
Rotonda	204 m	65 m	

8 **Localiza objetos circulares en tu aula. Mide el borde de la circunferencia y completa esta tabla.**

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO

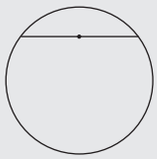
LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

En los ejemplos anteriores también se observa que:

- La longitud del contorno de la circunferencia es algo mayor que el triple del diámetro: 3,14 veces.

  $78{,}5 = 3{,}14 \cdot 25$ $\quad 157 = 3{,}14 \cdot 50$ $\quad 23{,}55 = 3{,}14 \cdot 7{,}5$

- De $\frac{L}{d} = \pi$, se tiene que $L = d \cdot \pi$.
- El diámetro de una circunferencia es la suma de dos radios: $d = 2r$.
- Por tanto, la longitud de la circunferencia es: $L = d \cdot \pi \rightarrow L = 2 \cdot r \cdot \pi$.



826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 379

9 **Completa la siguiente tabla.**

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO
	15 cm
	35 cm
	0,25 cm
	7 m

$L = d \cdot \pi$

10 **Completa la siguiente tabla.**

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	RADIO
	5 cm
	50 cm
	0,15 cm
	4 m

$L = 2 \cdot r \cdot \pi$

11 **¿Cuál es la longitud de una circunferencia de diámetro 5 cm? Realiza un dibujo representativo.**

12 **La rueda de la bicicleta de Luis tiene un diámetro de 44 cm.**

a) ¿Qué distancia recorre la bicicleta cada vez que la rueda da una vuelta?
b) ¿Y si da tres vueltas?
c) Determina cuántas vueltas dará la bicicleta en 10 metros.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

13 **Calcula el radio de una circunferencia de longitud 80 cm. Recuerda que $L = 2 \cdot r \cdot \pi$.**

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 380

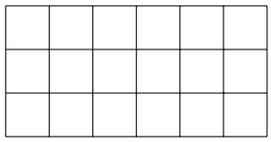
11 OBJETIVO 3
CALCULAR EL ÁREA DE LOS PRINCIPALES POLÍGONOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

CONCEPTO DE ÁREA

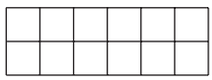
El **área de un polígono** es la medida de su superficie.

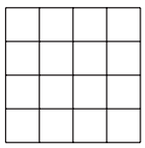
EJEMPLO

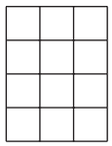


- La superficie de la figura son 18 unidades cuadradas.
- Si cada cuadrado tiene 1 cm de lado, podemos medir la superficie de la figura, en este caso un rectángulo.
- Se dice entonces que el rectángulo tiene un área de 18 cm^2.

1 **Calcula el área de las figuras, tomando como unidad un cuadrado que tiene 1 cm de lado.**

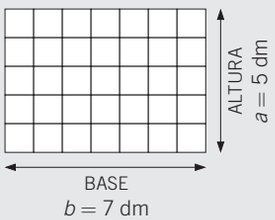
a) 

c) 

b) 

d)

ÁREA DEL RECTÁNGULO

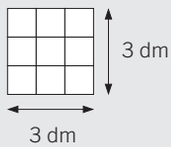


El rectángulo tiene 35 cuadrados de 1 dm^2.

- Son 7 columnas y 5 filas.
- Para hallar el área del rectángulo se multiplica la longitud de la base por la longitud de la altura.

$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a = 7 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm} = 35 \text{ dm}^2$

ÁREA DEL CUADRADO



El cuadrado tiene 6 cuadrados de 1 dm^2.

- Son 3 columnas y 3 filas.
- Para hallar el área del cuadrado se multiplica la longitud de un lado por la longitud del otro lado.

$A = \text{lado} \cdot \text{lado} = l \cdot l = 3 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} = 9 \text{ dm}^2$

2 **Calcula el área de estos rectángulos y realiza un dibujo representativo.**

a) Base = 7 cm, altura = 3 cm

b) Base = 9 cm, altura = 4 cm

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 381

3 **Calcula el área de estos cuadrados y realiza un dibujo representativo.**

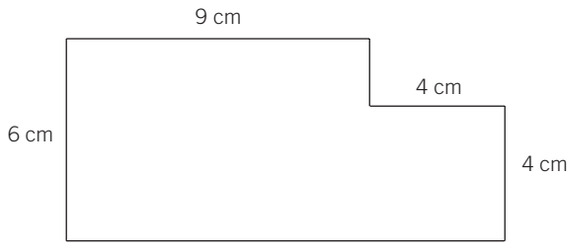
a) Lado = 5 cm

b) Lado = 4 cm

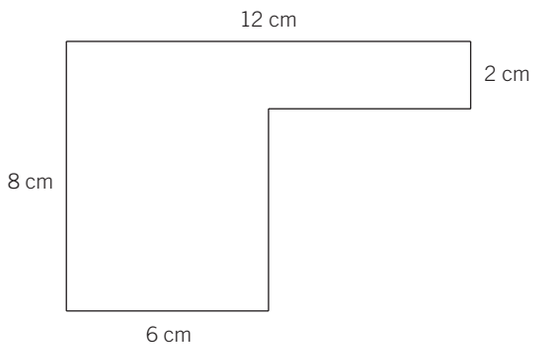
4 **Dibuja un rectángulo que tenga 24 cm² de área.**

5 **Calcula el área de las siguientes figuras.**

a)



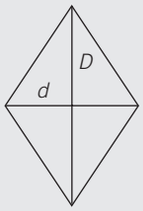
b)



826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 382

11

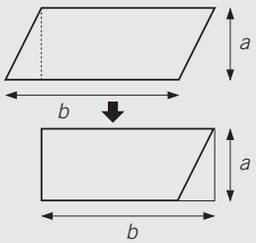
ÁREA DEL ROMBO



- El área del rectángulo el producto de la base y la altura ($D \cdot d$). El rombo ocupa la mitad de la superficie del rectángulo.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

ÁREA DEL ROMBOIDE



- El romboide lo podemos transformar en rectángulo.

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a$$

6 **Halla el área de los siguientes rombos.**

a) Diagonal mayor = 12 cm
Diagonal menor = 6 cm

b) Diagonal mayor = 15 cm
Diagonal menor = 7 cm

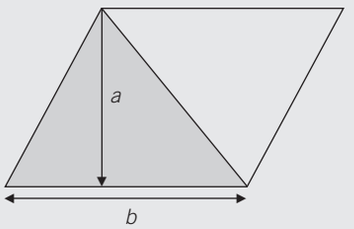
7 **Calcula el área de un romboide de base 7 cm y altura 3 cm. Realiza un dibujo representativo.**

8 **Dibuja un rectángulo de base 6 cm y altura 3 cm.**

a) Obtén su área.
b) Traza las medianas de cada lado y dibuja sus diagonales.
c) Halla el área del rombo.

826464 _ 0371-0384.qxd 12/2/07 09:24 Página 383

ÁREA DEL TRIÁNGULO

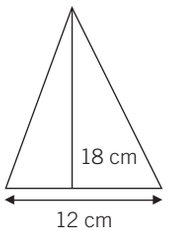


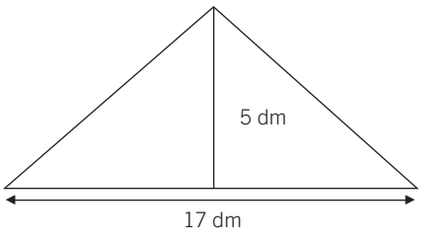
- Al trazar la diagonal del romboide, este queda dividido en dos triángulos.
- Los dos triángulos ocupan igual superficie.

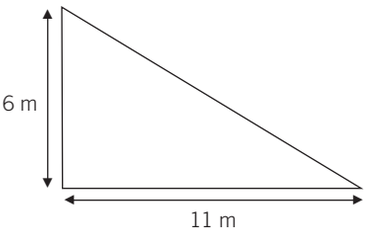
$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{Área del romboide}}{2} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

9 **Calcula el área de los siguientes triángulos.**

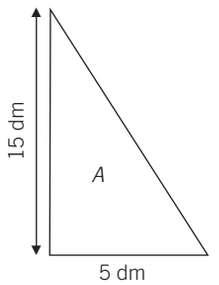




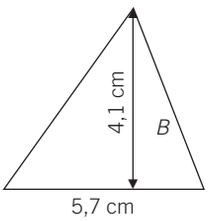


10 **Determina el área de los triángulos.**

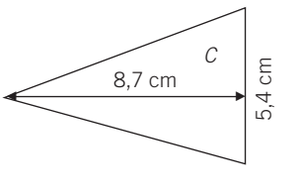
a)



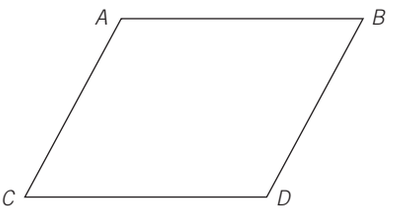
b)



c)



11 **Observa la siguiente figura.**



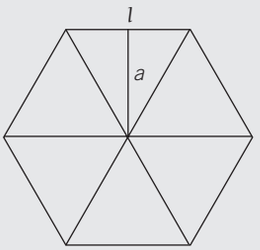
a) ¿Qué figura es?
b) Su base mide 7 cm y su altura 4 cm. Nómbralas.
c) Calcula el área de la figura.
d) Traza la diagonal *AD*. ¿Qué figuras se han formado?
e) Halla el área de las figuras del apartado anterior.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

11

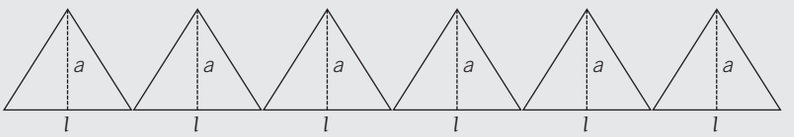
ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR

Observa el siguiente hexágono regular, que tiene 6 lados iguales.



- El hexágono se descompone en 6 triángulos iguales cuya altura es la apotema.

$$\text{Área de cada triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{l \cdot a}{2}$$

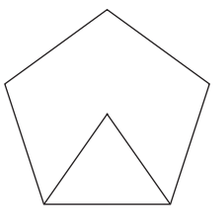


- $\text{Área de los 6 triángulos} = \frac{6 \cdot l \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

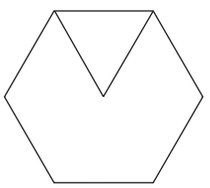
$6 \cdot l =$ perímetro del hexágono (suma de sus lados)

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

12 **Calcula el área de los siguientes polígonos.**

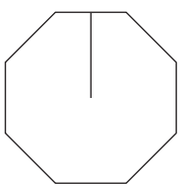
a) 

Área del triángulo $= 15 \text{ cm}^2$

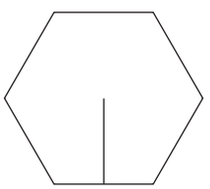
b) 

Área del triángulo $= 12 \text{ cm}^2$

13 **Halla el área de las figuras.**

a) 

Apotema $= 2{,}4$ cm Lado del octógono $= 2$ cm

b) 

Apotema $= 2{,}6$ cm Lado del hexágono $= 3$ cm

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 385

12 Cuerpos geométricos

INTRODUCCIÓN

Esta unidad completa la serie dedicada a la Geometría y afianza su comprensión mediante la descripción y desarrollo de las principales figuras geométricas en el espacio.

Asimismo, presenta la ventaja de que los alumnos deben construir los poliedros mediante el material didáctico complementario que el profesor les puede facilitar, como son las figuras polydron, dados poliédricos, montaje de poliedros y kugeli. Se debe hacer hincapié en los poliedros regulares, de forma que los alumnos se familiaricen con estos cuerpos geométricos y aprendan a distinguir sus elementos característicos.

El desarrollo de prismas, pirámides, cilindros y conos se fundamenta en su visualización mediante los cuerpos geométricos transparentes, en los que se observan sus elementos, y la construcción de su desarrollo.

Por último, se estudia la esfera como cuerpo de revolución que se obtiene al girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Los *poliedros* son cuerpos geométricos limitados por caras en forma de polígonos.
- Un *poliedro regular* es aquel cuyas caras son polígonos regulares de igual forma y tamaño.
- En la mayoría de los poliedros se verifica la *fórmula de Euler*.

$$C + V = A + 2$$

- Los *prismas* son poliedros que tienen dos caras paralelas e iguales llamadas bases y el resto de caras son paralelogramos.
- Las *pirámides* son poliedros que tienen una cara poligonal, llamada base, y el resto de caras son triángulos que concurren en un punto.
- El cilindro, el cono y la esfera son *cuerpos redondos*, ya que sus superficies laterales son curvas.
- Al girar alrededor de su eje un rectángulo, un triángulo y un semicírculo se obtienen un *cilindro*, un *cono* y una *esfera*, respectivamente.

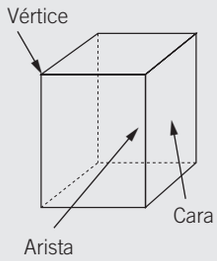
OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer los elementos de un poliedro. Conocer y diferenciar los principales poliedros regulares.	• Elementos de un poliedro y su desarrollo. • Los poliedros regulares y sus características.	• Identificación de los elementos principales de un poliedro. • Construcción de los poliedros regulares y estudio de sus características.
2. Reconocer y distinguir los prismas y pirámides.	• Los prismas y las pirámides: elementos, tipos, desarrollo y características.	• Reconocimiento de los tipos de prismas y pirámides. • Identificación de sus desarrollos.
3. Distinguir los cuerpos redondos.	• El cilindro y el cono: elementos, desarrollo y características. • La esfera como cuerpo redondo.	• Descripción e identificación del desarrollo del cilindro y el cono.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 386

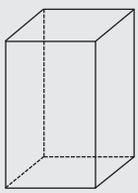
12 OBJETIVO 1
ELEMENTOS DE UN POLIEDRO. PRINCIPALES POLIEDROS REGULARES

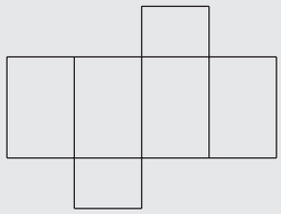
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____



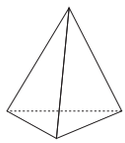
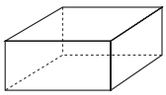
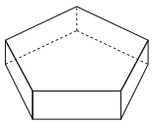
CONCEPTO DE POLIEDRO

- Un **poliedro** es un cuerpo geométrico cuyas caras son polígonos.
- Los elementos del poliedro son:
  Caras: polígonos que limitan al poliedro (6 en la figura adjunta).
  Aristas: lados comunes a dos caras (12 en la figura adjunta).
  Vértices: puntos donde se unen más de dos caras (8 en la figura adjunta).
- La superficie del poliedro se puede extender sobre un plano, y es lo que se denomina **desarrollo** del poliedro.

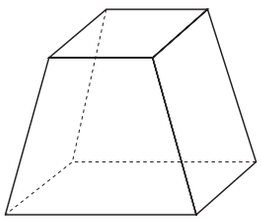


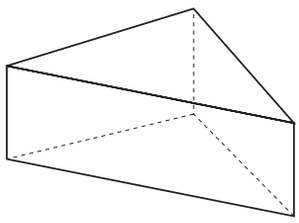


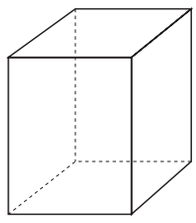
1 **Indica en los siguientes poliedros el número de caras, aristas y vértices.**

	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
			
			
			

2 **En estos poliedros marca con un punto rojo los vértices y en azul las aristas.**

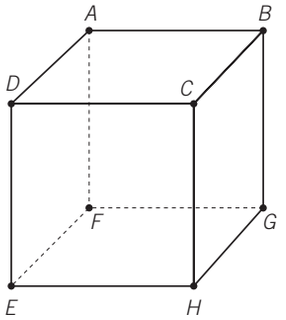
a) 

b) 

c) 

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 387

3 **Fíjate en el siguiente poliedro y completa.**

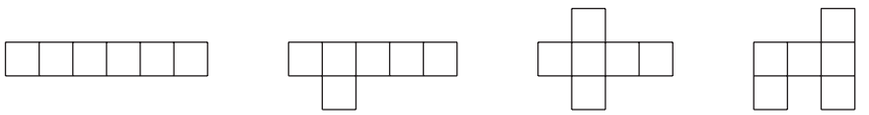


Los vértices son: *A*, *B*, ...

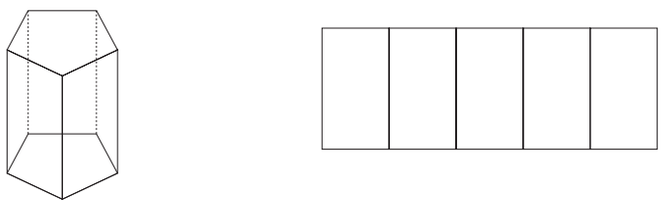
Las aristas son: *AB*, *BC*, ...

Las caras son: *ABCD*, ...

4 **Un dado de parchís es un poliedro. ¿Cuál de las siguientes figuras sería su desarrollo?**

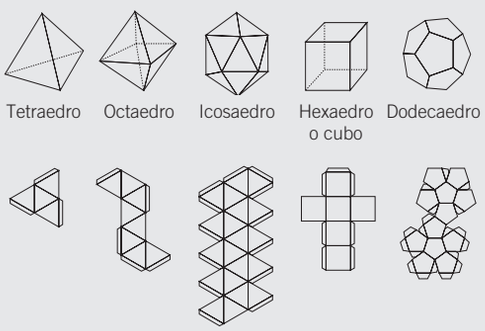


5 **Observa el siguiente poliedro. Su desarrollo está incompleto. Dibuja las partes que faltan.**



POLIEDROS REGULARES

- Los **poliedros regulares** son aquellos poliedros cuyas caras son polígonos regulares (caras y ángulos iguales).
- Solo existen 5 poliedros regulares:

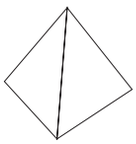
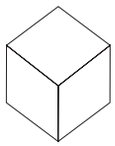
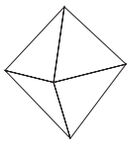
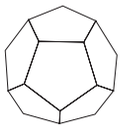
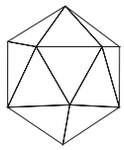


POLIEDRO	N.º DE CARAS	TIPO DE CARAS
Tetraedro	4	Triángulos equiláteros
Hexaedro o cubo	6	Cuadrados
Octaedro	8	Triángulos equiláteros
Dodecaedro	12	Pentágonos regulares
Icosaedro	20	Triángulos equiláteros

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 388

6 **Fíjate en las siguientes figuras. Escribe el nombre del poliedro regular que representa cada una de ellas.**

....

7 **Escribe el nombre del poliedro correspondiente.**

a) El ..... tiene 4 caras, que son .....

b) El ..... tiene 6 caras, que son .....

c) El ..... tiene 8 caras, que son .....

d) El ..... tiene 12 caras, que son .....

e) El ..... tiene 20 caras, que son .....

8 **Completa la siguiente tabla.**

POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS	CARAS + VÉRTICES	ARISTAS + 2
Tetraedro	4	4	6	$4 + 4 = 8$	$6 + 2 = 8$
Hexaedro					
Octaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

9 **Contesta a las preguntas.**

a) ¿Cómo son las aristas de un poliedro regular?

b) ¿Cuántas aristas se unen en el vértice de un poliedro regular?

10 **Indica si son verdaderas o falsas (V o F) las siguientes afirmaciones.**

a) En cualquier poliedro, sus caras son iguales.

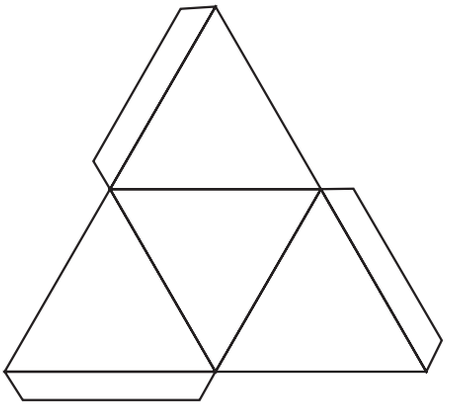
b) El menor número de caras de un poliedro regular es cuatro.

c) En cada vértice de un poliedro regular concurre siempre el mismo número de aristas.

d) Las caras de un poliedro regular son iguales.

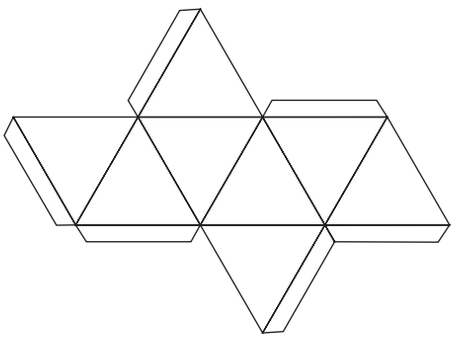
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 389

11 **Calca, recorta y construye el poliedro. Indica su nombre y cuenta sus caras, vértices y aristas.**



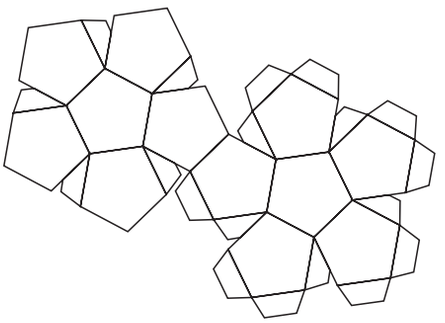
NOMBRE DEL POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS

12 **Calca, recorta y construye el siguiente poliedro. Indica su nombre y cuenta sus caras, vértices y aristas.**



NOMBRE DEL POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS

13 **Calca, recorta y construye el poliedro. Indica su nombre y cuenta sus caras, vértices y aristas.**



NOMBRE DEL POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 390

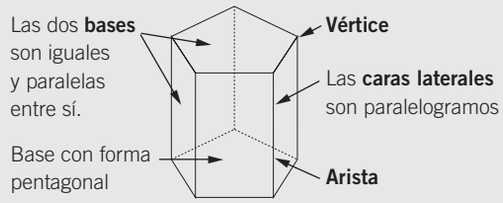
12 OBJETIVO 2
RECONOCER Y DISTINGUIR LOS PRINCIPALES PRISMAS Y PIRÁMIDES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

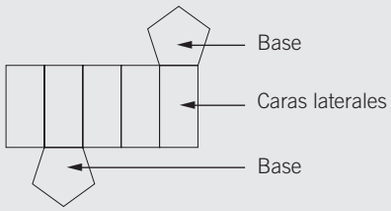
CONCEPTO DE PRISMA

- Un **prisma** es un poliedro formado por dos bases iguales y cuyas caras laterales son paralelogramos.

Elementos del prisma



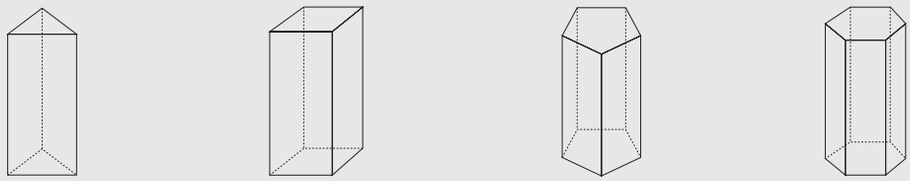
Desarrollo del prisma



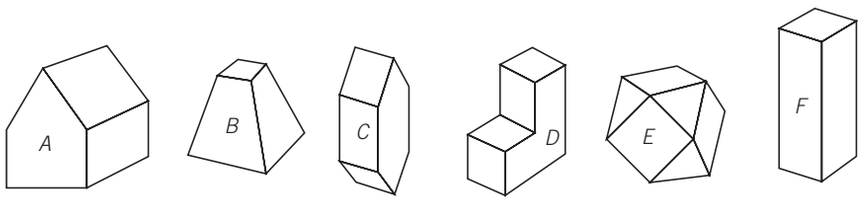
TIPOS DE PRISMAS

- Los prismas se nombran según el número de lados de sus bases.

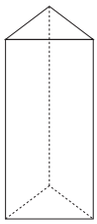
Prisma triangular | Prisma cuadrangular | Prisma pentagonal | Prisma hexagonal



1 **¿Cuáles de los siguientes poliedros son prismas?**



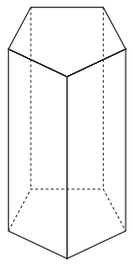
2 **Fíjate en el siguiente prisma.**



a) Nómbralo.
b) Señala sus elementos principales.
c) Dibuja su desarrollo.

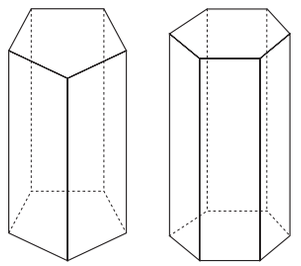
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 391

3 **Fíjate en el siguiente prisma.**



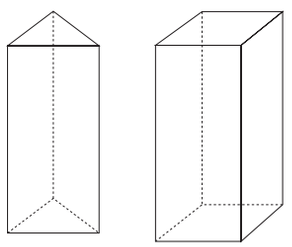
a) Nómbralo.
b) Señala sus elementos principales.
c) Dibuja su desarrollo.

4 **Observa los prismas y completa la tabla.**



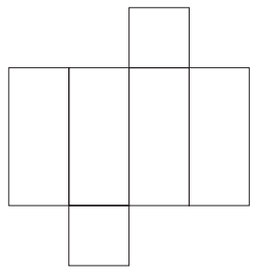
NOMBRE DEL POLIEDRO	POLÍGONOS DE LAS BASES	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARISTAS

5 **Observa los prismas y completa la tabla.**



NOMBRE DEL POLIEDRO	POLÍGONOS DE LAS BASES	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARISTAS

6 **Fíjate en el siguiente desarrollo de un prisma.**



a) Corresponde a un prisma .....

b) Tiene ..... bases, que son .....

c) Tiene ..... caras laterales, que son .....

ADAPTACIÓN CURRICULAR

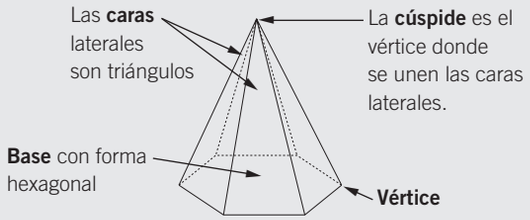
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 392

12

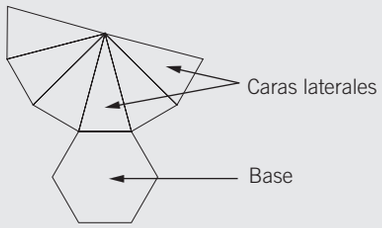
CONCEPTO DE PIRÁMIDE

- Una **pirámide** es un poliedro formado por una base, que puede ser cualquier polígono, y sus caras laterales son triángulos.

Elementos de la pirámide



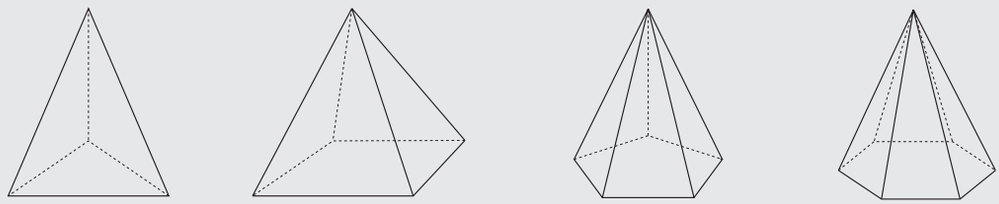
Desarrollo de la pirámide



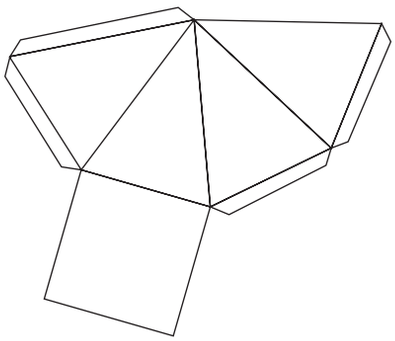
TIPOS DE PIRÁMIDES

- Las pirámides se nombran según el número de lados de su base.

Pirámide triangular | Pirámide cuadrangular | Pirámide pentagonal | Pirámide hexagonal



7 **Calca este desarrollo y forma el poliedro correspondiente. Puedes ampliarlo para hacerlo mejor.**



a) ¿Cuál es el nombre del poliedro?

.....

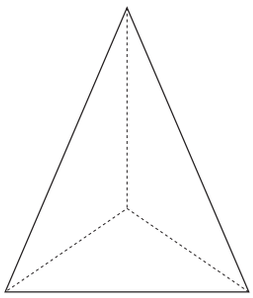
b) Su base es:

.....

c) Sus caras laterales son:

.....

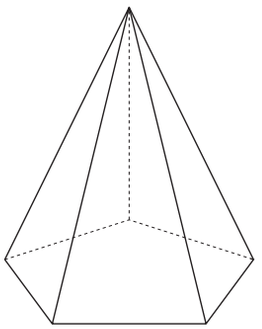
8 **Fíjate en la siguiente pirámide.**



a) Nómbrala.
b) Señala sus elementos principales.
c) Dibuja su desarrollo.

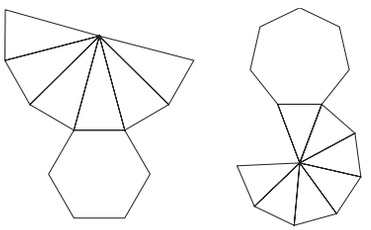
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 393

9 **Fíjate en la siguiente pirámide.**



a) Nómbrala.
b) Señala sus elementos principales.
c) Dibuja su desarrollo.

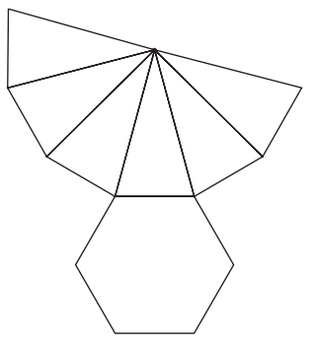
10 **Observa las pirámides y completa la tabla.**



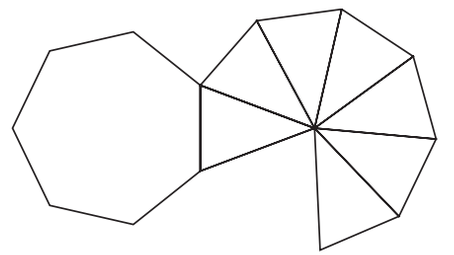
NOMBRE DE LA PIRÁMIDE	POLÍGONO DE LA BASE	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARISTAS

11 **Relaciona cada una de las pirámides del ejercicio anterior con estos desarrollos.**

a)

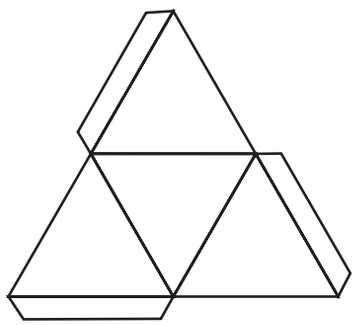


b)

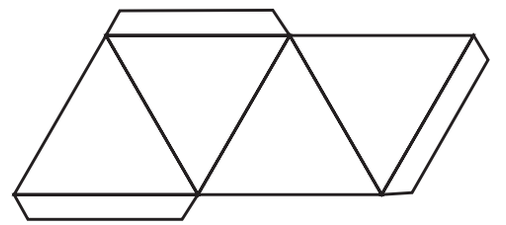


12 **Calca y amplía, si es necesario, los siguientes desarrollos. ¿Qué poliedro has obtenido?**

a)



b)



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 394

12 OBJETIVO 3
DISTINGUIR LOS CUERPOS REDONDOS

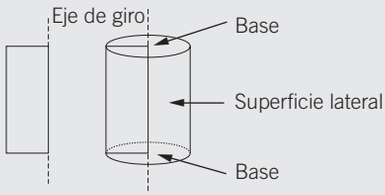
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

CUERPOS REDONDOS

Los cuerpos redondos son aquellos cuyas superficies laterales son curvas.

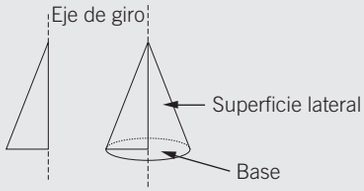
Cilindro

– 2 bases iguales que son círculos.
– 1 superficie lateral curva.
– Se obtiene al girar un rectángulo sobre un eje.

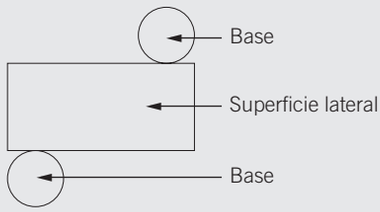


Cono

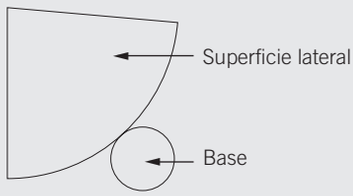
– 1 base que es un círculo.
– 1 superficie lateral curva.
– Se obtiene al girar un triángulo sobre un eje.



Desarrollo de un cilindro

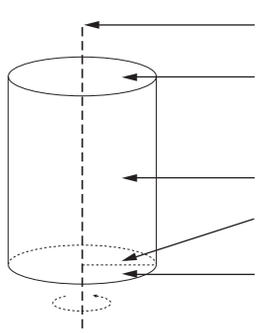


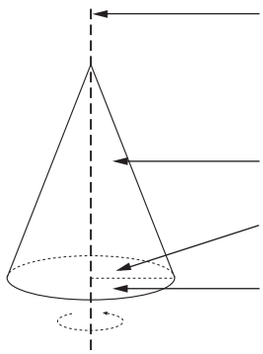
Desarrollo de un cono



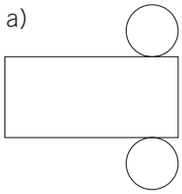
1 **Nombra dos objetos de tu entorno que tengan forma de cilindro, y otros dos que tengan forma de cono.**

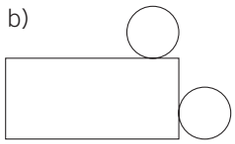
2 **Escribe los elementos principales del cilindro y del cono.**

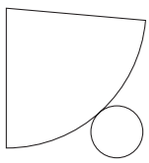


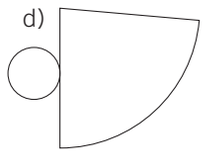


3 **Indica cuáles de los desarrollos corresponden a un cilindro y cuáles a un cono.**

a) 

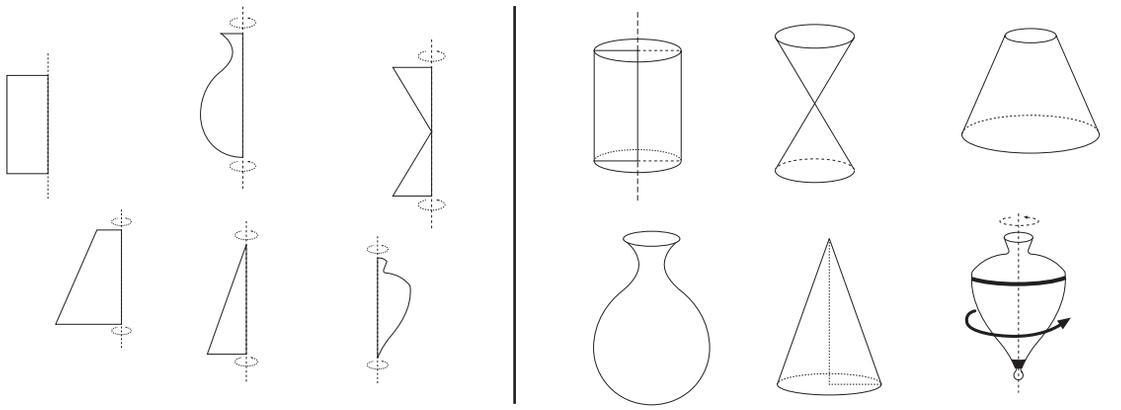
b) 

c) 

d) 

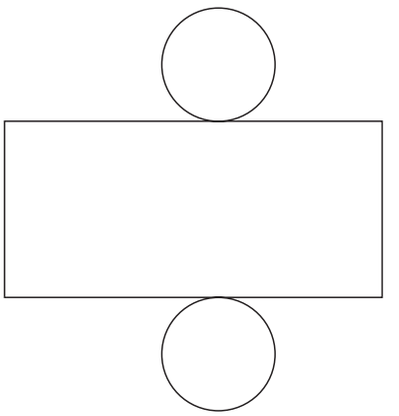
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 395

4 **Asocia cada figura de giro con el objeto que se origina.**



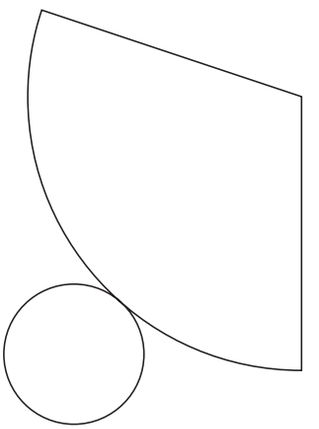
5 **Calca y amplía, si es necesario, el desarrollo para construir el cuerpo redondo que se forma.**

a) Dibuja las bases de color azul.
b) Dibuja la superficie lateral de color rojo.



6 **Calca y amplía, si es necesario, este desarrollo para construir el cuerpo redondo que se forma.**

a) Dibuja la base de color azul.
b) Dibuja la superficie lateral de color rojo.

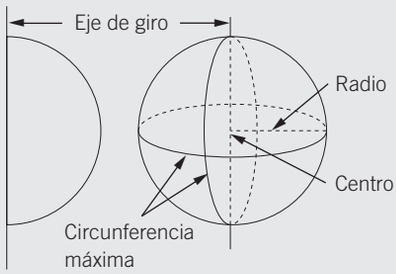


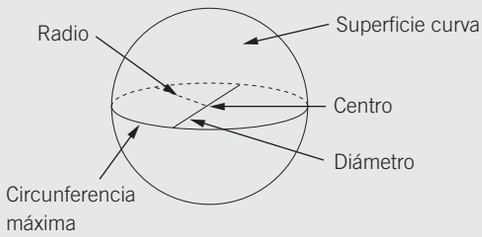
826464 _ 0385-0396.qxd 12/2/07 09:27 Página 396

12

ESFERA

- La **esfera** es un cuerpo redondo que no tiene caras y está formado por una única superficie curva. No tiene desarrollo como en el caso del cilindro y el cono.
- Se obtiene al girar un semicírculo sobre un eje, que es su diámetro.





7 **A partir de una circunferencia de 3 cm de radio, dibuja una esfera y señala sus principales elementos.**

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 397

13 Funciones y gráficas

INTRODUCCIÓN

La relación entre dos magnitudes ha sido ya tratada en este curso. Partiendo de los contenidos ya estudiados, planteamos como objetivo principal en este tema introducir a los alumnos en los conceptos gráficos de las expresiones algebraicas, las funciones, como primer paso hacia el estudio del lenguaje de la información y la expresión visual.

Se requiere por parte del alumnado un esfuerzo importante para asimilar la nomenclatura que se emplea a lo largo de la unidad: eje, tabla de valores, coordenadas, abscisa, variable, función, etc. Todos estos términos se aplican en situaciones cotidianas cuando se quiere expresar la relación entre dos magnitudes.

Es importante que los alumnos utilicen correctamente los símbolos, el trazado de líneas y las representaciones gráficas en el plano. Algunas actividades representan el sistema de ejes para facilitar la resolución de ejercicios, pero en ocasiones el alumno debe elaborar las tablas y trazar los ejes cartesianos donde representar los pares de valores.

Puede resultar muy útil el empleo de transparencias y vídeos sobre funciones y gráficas para lograr una mejor comprensión de los conceptos que se tratan a lo largo de la unidad.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Para representar puntos en el plano se utiliza un *sistema de coordenadas*, formado por dos rectas perpendiculares entre sí, denominadas *ejes de coordenadas*.
- El *origen de coordenadas* es el punto de corte de las rectas.
- El *eje de abscisas* es la recta horizontal y se representa por *OX* o *X*.
- El *eje de ordenadas* es la recta vertical y se representa por *OY* o *Y*.
- Cada *punto* se representa por un par ordenado de números (*a*, *b*), llamados coordenadas, donde *a* es la *abscisa* y *b* la *ordenada*.
- Una *tabla* representa mediante pares de valores la relación entre dos magnitudes. Las tablas se pueden dibujar de forma horizontal o vertical.
- Una *gráfica* es la representación en el plano cartesiano de los pares de valores de una tabla o relación.
- Una *función* es una relación entre dos magnitudes variables, de forma que a cada valor de la variable independiente le corresponde un valor único de la variable dependiente.
- En una función hay que:
  - Determinar las *magnitudes* que se relacionan y en qué unidades se miden estas magnitudes.
  - Identificar la *variable independiente*.
  - Identificar la *variable dependiente*.
  - Determinar la relación entre ambas variables.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representar y localizar puntos en el eje de coordenadas.	• Coordenadas en el plano. • Características de los ejes de coordenadas.	• Representación de puntos en la recta y en el plano. • Identificación de puntos a partir de sus coordenadas.
2. Relacionar e interpretar tablas y pares de valores ordenados.	• Tabla de valores. • Relaciones en el plano.	• Formación de tablas de valores. • Representación en el plano de pares de valores ordenados.
3. Interpretar gráficas. Reconocer y comprender la idea de función.	• Variable independiente y dependiente. • Expresión algebraica y gráfica. • La función y su interpretación.	• Identificación de la variable independiente y dependiente. • Interpretación gráfica de una expresión algebraica. • Realización de gráficas de funciones.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 398

13 OBJETIVO 1
REPRESENTAR Y LOCALIZAR PUNTOS EN EL EJE DE COORDENADAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN LA RECTA

1.º Dibujamos una recta.

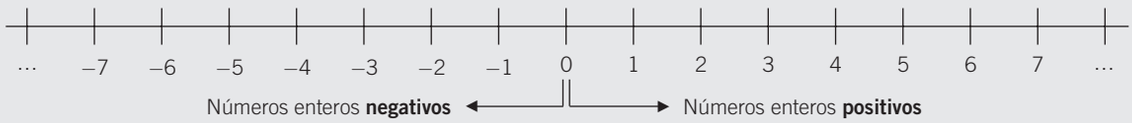
2.º Señalamos el origen *O*, que corresponde al valor cero.

3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.

4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.

5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa en la recta que los números están ordenados:



1 **Representa en una recta los siguientes números enteros: +5, −4, +8, 0, −1, −3, +6, +4, −6.**

2 **Representa en una recta los números opuestos del ejercicio anterior.**

3 **Dados los números −3, +5, −1, +4, +8, −7, +2, −6, −9, +10:**

a) Ordénalos de menor a mayor.

b) Represéntalos en la recta numérica.

c) ¿Cuál es el más alejado del origen?

d) ¿Y cuál es el más cercano?

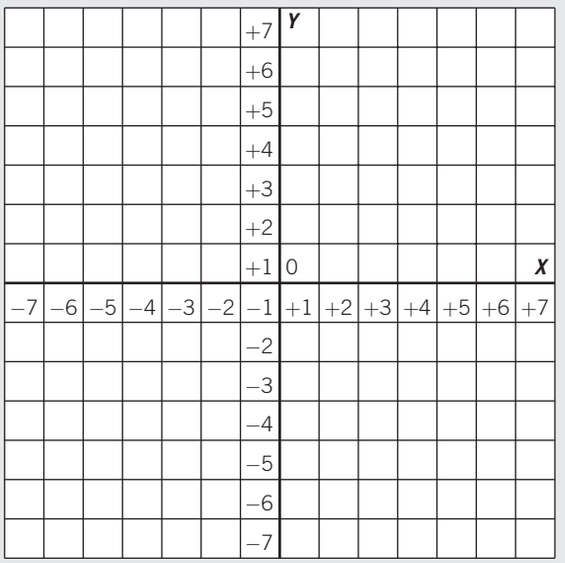
826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 399

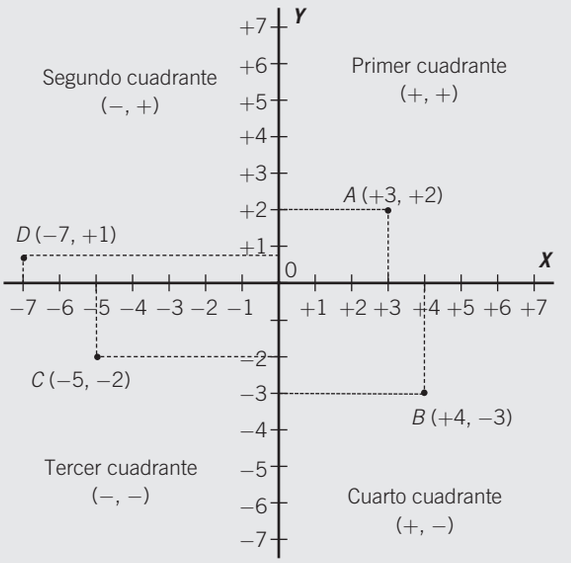
COORDENADAS EN EL PLANO

- Si cruzamos dos rectas numéricas (en las que están colocados los números enteros) se forma un plano donde se sitúan series de puntos.
- Las rectas se cruzan perpendicularmente, es decir, formando 90°, un ángulo recto:
  – Recta *x*: llamada también **eje de abscisas** u horizontal.
  – Recta *y*: llamada también **eje de ordenadas** o vertical.
- El punto en donde se cruzan las rectas se llama **origen** y es el valor cero.
- Cada punto en el plano tiene dos referencias numéricas llamadas **coordenadas**:

  El primer número corresponde al eje *X*
  El segundo número corresponde al eje *Y*
  } Ejemplo: *A* (+3, +2)

Se forman 4 zonas o **cuadrantes**, cuyos puntos tienen las coordenadas que se indican en el siguiente esquema.





4 **Indica en qué cuadrante del plano están situados los siguientes puntos de coordenadas.**

	PRIMER CUADRANTE	SEGUNDO CUADRANTE	TERCER CUADRANTE	CUARTO CUADRANTE
(−3, −4)				
(5, 2)				
(−1, 7)				
(2, −2)				
(−1, −4)				
(−2, 5)				
(3, −3)				

ADAPTACIÓN CURRICULAR

13

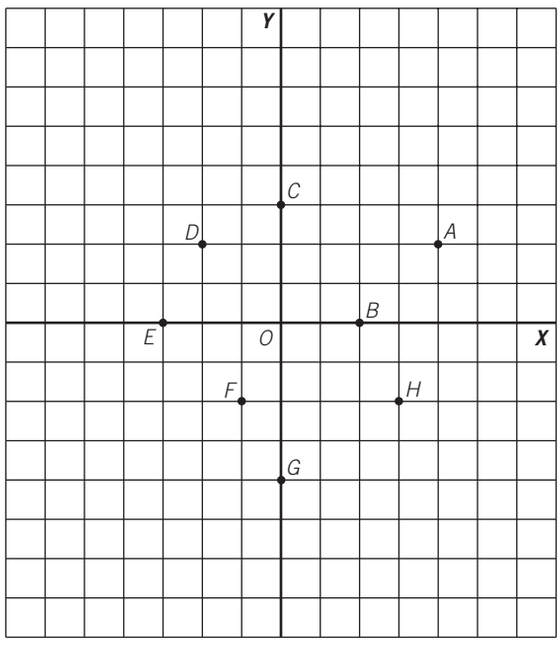
5 **Dados los puntos *A* (4, −1), *B* (3, 4), *C* (−3, 2), *D* (−2, −3):**

a) Determina el cuadrante en el que se encuentra cada uno.

b) Represéntalos en el plano.

c) Une los puntos alfabéticamente y, finalmente, une el punto *D* con *A*. ¿Qué figura obtienes?

6 **Escribe las coordenadas de los puntos señalados en el siguiente sistema de ejes.**



Punto *A*:

Punto *B*:

Punto *C*:

Punto *D*:

Punto *E*:

Punto *F*:

Punto *G*:

Punto *H*:

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 401

RELACIONAR E INTERPRETAR TABLAS Y PARES DE VALORES ORDENADOS 13

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TABLAS DE VALORES

- Podemos expresar valores de números en forma de pares.
- Estos pares se colocan ordenadamente en una **tabla**.
- Las tablas de valores pueden ser de formato horizontal o vertical.
  – La primera fila o columna corresponde al primer valor del par.
  – La segunda fila o columna corresponde al segundo valor.

EJEMPLO

Los pares de valores (2, 3), (−4, 6), (1, 0), (3, −5) pueden representarse en estos formatos de tablas.

Tabla vertical

2	3
−4	6
1	0
3	−5

Tabla horizontal

2	−4	1	3
3	6	0	−5

1 **Escribe los siguientes pares de valores en una tabla vertical y otra horizontal.**

(4, 6), (2, 0), (1, 9), (5, 5), (0, 1), (9, 4)

2 **Forma los pares de valores que corresponden a las tablas adjuntas.**

a)

0	3
2	2
−3	8
5	6
4	−1

(0, 3), (2, 2)…

b)

1	3
5	1
2	−2
8	4
−1	−6

c)

8	4	0	−1	3	5
3	2	1	0	−3	2

(8, 3), (4, 2)…

d)

7	5	−6	3	2	−2
2	−9	1	−7	1	−5

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0397-0410.qxd 16/2/07 10:28 Página 402

13

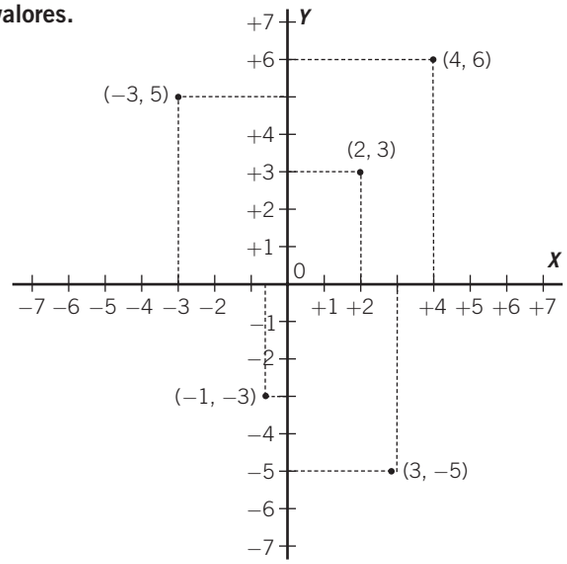
RELACIÓN TABLA DE VALORES-PUNTOS DEL PLANO

- Cada par de valores de una tabla representa un punto del plano, y viceversa.
- A cada punto del plano le corresponde un par de valores ordenados de una tabla.
  - La primera fila o columna corresponde al valor numérico del eje horizontal, *X*.
  - La segunda fila o columna corresponde al valor numérico del eje vertical, *Y*.

EJEMPLO

Forma la tabla y representa los siguientes pares de valores.
(2, 3), (4, 6), (−1, −3), (−3, 5), (3, −5)

VALOR DEL EJE *X*	VALOR DEL EJE *Y*
2	3
4	6
−1	−3
−3	5
3	−5



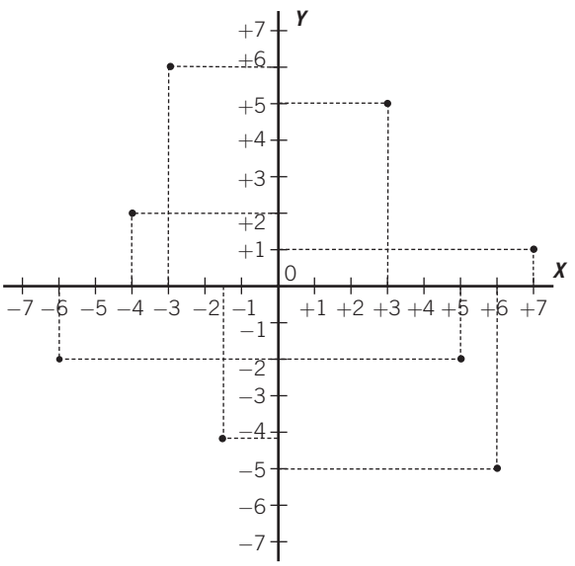
3 **Representa en un sistema de ejes los siguientes pares de valores. Forma primero la tabla correspondiente: (2, 4), (−1, −2), (−5, 1), (3, 3), (6, 2), (−4, −3).**

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 403

4 **Representa en un sistema de ejes los pares de valores de la siguiente tabla.**

VALOR DEL EJE *X*	−1	−2	3	6	2	4
VALOR DEL EJE *Y*	3	−2	5	−1	4	0

5 **Forma una tabla de valores ordenados que correspondan a los puntos de este sistema de ejes.**



826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 404

13

RELACIÓN DE MAGNITUDES MEDIANTE UNA TABLA

Para relacionar magnitudes mediante una tabla es necesario recordar los conceptos relativos a la proporcionalidad numérica, ya estudiada por los alumnos.

EJEMPLO

En un comedor escolar cada alumno se come dos croquetas.

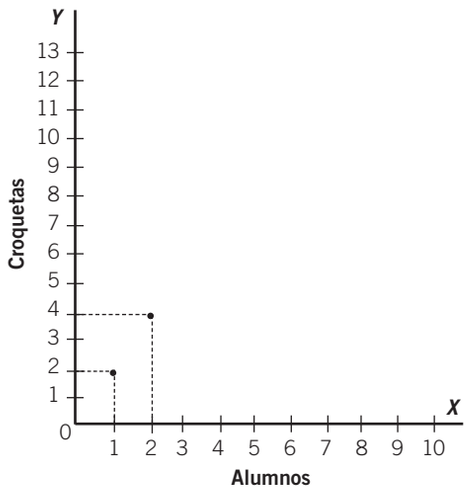
- Tenemos dos magnitudes:
  - Número de alumnos: 1, 2, 3, 4, 5…
  - Número de croquetas, que contamos de dos en dos: 2, 4, 6, 8, 10…
- Podemos formar una tabla que relaciona ambas magnitudes:

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	…
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	…

6 **Completa la representación de los pares de valores del ejemplo anterior en el sistema de ejes.**

ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	…
CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	…

En el eje *X* se representan los valores del número de alumnos.
En el eje *Y* se representan los valores del número de croquetas.



7 **Una entrada de cine cuesta 5 €. ¿Cuánto costarán 2, 4, 6, 8 y 10 entradas?**

a) Forma la tabla de valores.
b) Representa los pares de valores en un sistema de ejes.

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 405

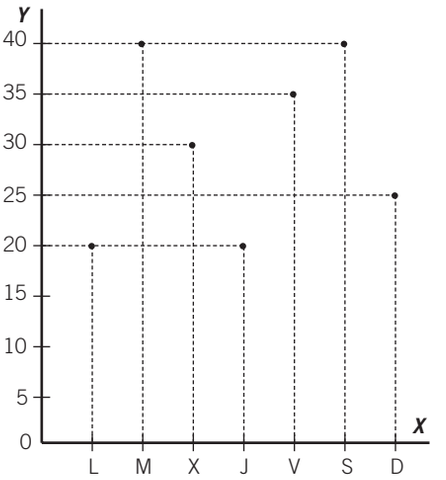
8 **La temperatura (en °C) durante el mes de agosto en una semana viene representada en el sistema de ejes.**

a) ¿Cuáles son las dos magnitudes?

b) Forma una tabla de valores.

c) ¿Qué días tuvieron la mayor temperatura de la semana?

d) ¿Y la menor temperatura?



9 **Una tortuga avanza 10 cm cada minuto.**

a) ¿Cuáles son las dos magnitudes?

b) Forma la tabla de valores para los 5 primeros minutos, tomando los valores de la distancia de 10 en 10.

10 **Los puestos de clasificación de un equipo de fútbol han sido, durante las 10 primeras jornadas de liga:**

JORNADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CLASIFICACIÓN	3	5	8	7	7	5	3	2	1	5

a) Representa los pares de valores en un sistema de ejes mediante puntos:
Jornada: eje horizontal, *X*.
Clasificación: eje horizontal, *Y*.

b) Une los puntos obtenidos mediante líneas continuas.

c) ¿En qué jornada ocupó el primer puesto?

d) ¿En qué jornada obtuvo su peor clasificación?

e) ¿Cuántas jornadas transcurrieron desde su peor hasta su mejor clasificación?

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 406

13 OBJETIVO 3
INTERPRETAR GRÁFICAS. RECONOCER Y COMPRENDER LA IDEA DE FUNCIÓN

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

VARIABLES Y GRÁFICAS

- Las tablas de valores relacionan dos magnitudes.
- Las magnitudes se llaman **variables**, porque toman distintos valores, es decir, varían.
- En cada par de valores, el segundo valor depende del primero.
  – *a*, *c*, *e* son variables **independientes**; se fijan previamente y se designan con la letra ***x***.
  – *b*, *d*, *f* son variables **dependientes**; dependen del valor de *x* y se designan con la letra ***y***.
- Si trasladamos los valores a un sistema de ejes y unimos sus puntos, obtenemos una **gráfica**.
  – Variable independiente *x*, en el eje de abscisas u horizontal.
  – Variable dependiente *y*, en el eje de ordenadas o vertical.

x	*y*
a	*b*
c	*d*
e	*f*

EJEMPLO

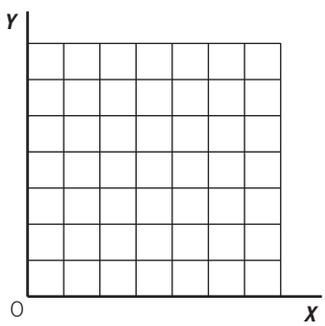
Un canguro avanza 3 metros en cada salto que realiza.

a) Magnitudes: saltos y distancia.
b) Variable independiente: número de saltos (se fijan previamente).
c) Variable dependiente: distancia en metros (depende del número de saltos).

VARIABLE INDEPENDIENTE (*x*) NÚMERO DE SALTOS	VARIABLE DEPENDIENTE (*y*) DISTANCIA (en metros)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

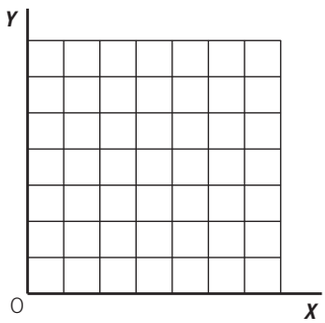
1 **Respecto al ejemplo anterior del canguro:**

a) Representa los pares de valores en un sistema de ejes.
b) Une los puntos. ¿Qué obtienes?



2 **En un mercado 2 kg de peras cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 4, 6, 8 y 10 kg de peras, respectivamente?**

a) Forma la tabla de valores con las magnitudes correspondientes.
b) Indica la variable independiente y la dependiente.
c) Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica.



826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 407

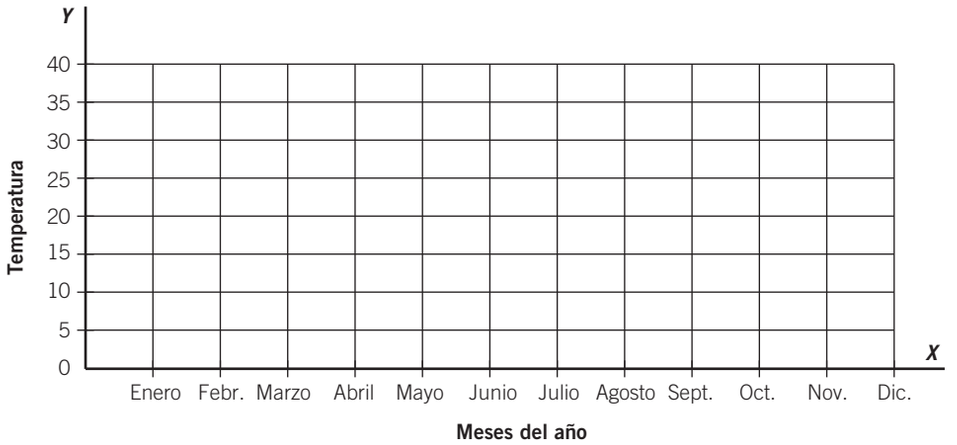
3 **La temperatura media (en °C) durante el año 2001, en un lugar, viene determinada por la siguiente tabla de valores.**

MES	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
TEMPERATURA	5	10	15	20	25	25	35	35	25	11	10	0

a) Representa los valores en la gráfica.

b) Indica la variable independiente y la dependiente.

c) Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica correspondiente uniendo los puntos.



4 **Respecto al ejercicio anterior, contesta a las siguientes cuestiones.**

a) ¿Cuál fue el mes con la menor temperatura media?

b) ¿Y el mes con mayor temperatura?

c) ¿Qué observas de enero a mayo?

d) ¿Y de agosto a diciembre?

IDEA DE FUNCIÓN

- La relación entre dos magnitudes la podemos escribir mediante una expresión algebraica, es decir, combinando letras, números y signos aritméticos.
- Esta relación se denomina **función**.
  - Expresa el valor de *y* dependiendo de *x*.
  - A cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
- Una función hace corresponder a un valor *x* otro valor de *y*.
  Se suele escribir: $y =$ expresión algebraica con *x*.

EJEMPLO

Interpreta la función $y = 2x + 1$.

– Es una expresión algebraica que relaciona dos magnitudes.

– Para cada valor de *x* obtenemos un único valor de *y*.

– Cada vez que introducimos un valor de *x*, la función $y = 2x + 1$ le hace corresponder un valor de *y*, que se obtendrá multiplicando *x* por 2 y sumándole 1.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 408

13

5 **Obtén la tabla de valores de la función $y = 2x + 1$.**

$y = 2x + 1$

x	Para $x = 0$	Para $x = 1$	Para $x = 2$	Para $x = 3$
y	$y = 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	$y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$	$y = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$	

Abreviadamente se expresa:

x	0	1	2	3	4	5
y	1	3	5			

También se pueden dar valores negativos:

x	Para $x = -1$	Para $x = -2$	Para $x = -3$
y	$y = 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$		

6 **Obtén la tabla de valores de cada una de las funciones.**

a) $y = x + 1$

x	y
0	1
1	
-1	
2	
-2	

$x = 0$

$y = 0 + 1 = 1$

c) $y = x - 1$

x	y
-2	-3

$x = -2$

$y = -2 - 1 = -3$

e) $y = 2x - 1$

x	y
1	1

$x = 1$

$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

b) $y = 3x$

x	y
0	
1	
-1	
2	
-2	

d) $y = 1 - x$

x	y

f) $y = 2x + 2$

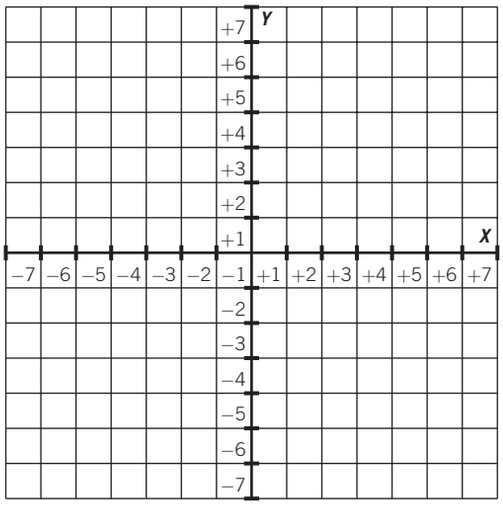
x	y

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 409

7 **Obtén la tabla de valores y representa en un sistema de ejes.**

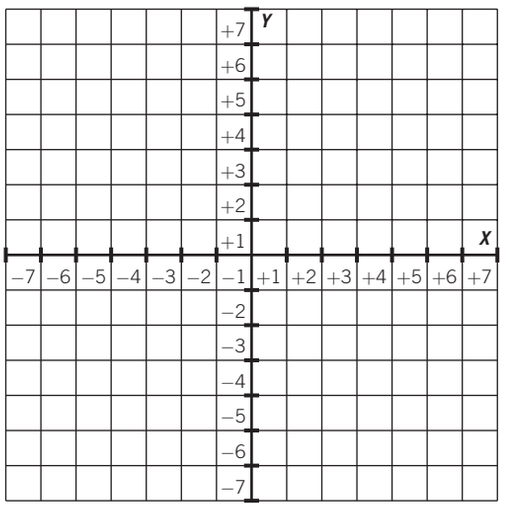
a) $y = x + 2$

x	*y*
0	
1	
−1	
2	
−2	



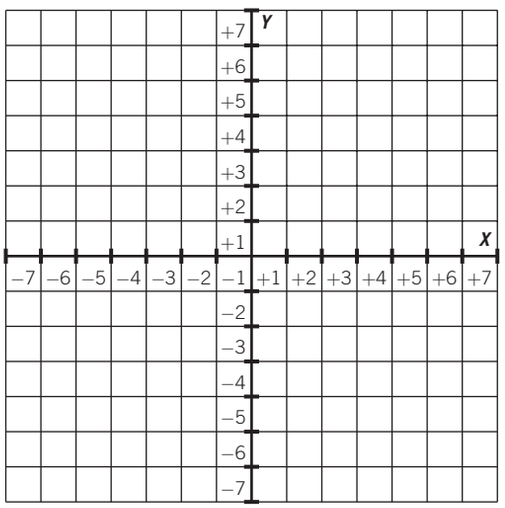
b) $y = 2x + 3$

x	*y*



c) $y = 2x$

x	*y*



ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0397-0410.qxd 12/2/07 09:30 Página 410

13

EJEMPLO

En un comedor escolar cada alumno se come dos croquetas.

1.º Determinamos las magnitudes: alumnos y croquetas.

2.º Relacionamos las magnitudes entre sí: el número de croquetas comidas depende del número de alumnos.

3.º Se forma la tabla de valores.

ALUMNOS (*x*)	1	2	3	4	5	6	7	…
CROQUETAS (*y*)	2	4	6	8	10	12	14	…

4.º Observamos que a cada valor de x le corresponde otro valor de y, que es su doble. Por tanto, podemos expresar esta relación mediante la función $y = 2x$.

8 **Representa gráficamente la función anterior y contesta.**

a) ¿Cuántas croquetas se comen 6 alumnos?

b) 14 croquetas corresponden a **.....** alumnos.
20 croquetas corresponden a **.....** alumnos.

c) Observa esta relación en la representación gráfica.
Al aumentar el número de alumnos, **.....** el número de croquetas.

Analiza cuándo la gráfica crece y decrece.

9 **En un mercado, el precio del kilo de melocotones es 1,50 €.**

a) Expresa ambas magnitudes mediante la expresión algebraica de una función.

b) Forma la tabla de valores dando cuatro valores a la variable independiente.

c) Representa la función en un sistema de ejes.

d) Enumera las características de la función.

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 411

14 Probabilidad

INTRODUCCIÓN

El estudio matemático de la probabilidad surge históricamente vinculado a los juegos de azar. Actualmente la probabilidad se utiliza en muchas disciplinas unidas a la Estadística: predicción de riesgos en seguros, estudios sobre la calidad de procesos industriales, etc.

Las posibles dificultades de la unidad son más de tipo conceptual que de procedimientos, ya que los cálculos numéricos y las técnicas utilizadas son muy sencillos.

Se debe incidir en la correcta comprensión y aplicación de los conceptos claves de la unidad: experimento aleatorio y determinista, espacio muestral, suceso, tipos de frecuencias, probabilidad y regla de Laplace.

La resolución de los ejercicios permitirá a los alumnos asimilar los diferentes conceptos. Se hace especial hincapié en el cálculo de la probabilidad de un suceso, y la aplicación de la regla de Laplace en contextos de equiprobabilidad.

Convendrá explicar las similitudes entre las propiedades de las frecuencias y de la probabilidad, y mostrar su utilidad para resolver problemas o comprobar si las soluciones son correctas.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- *Experimento aleatorio*: repetido en igualdad de condiciones no se conoce el resultado.
- *Suceso elemental*: cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- Un *suceso* está formado por varios sucesos elementales. *Suceso seguro*: se verifica siempre. *Suceso imposible*: nunca se verifica.
- *Frecuencia absoluta* (f_i): número de veces que aparece el suceso al repetir el experimento aleatorio n veces.

  Frecuencia relativa: $\frac{f_i}{n}$
- *Probabilidad de un suceso*: número hacia el cual se aproxima la frecuencia relativa conforme aumenta el número de repeticiones de un mismo experimento.
- Regla de Laplace:

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos desfavorables}}$$

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Distinguir entre experimento aleatorio y determinista.	• Experimento determinista. • Experimento aleatorio.	• Clasificación de experimentos.
2. Obtener el espacio muestral de un experimento aleatorio.	• Espacio muestral.	• Determinación del espacio muestral de un experimento aleatorio.
3. Obtener los sucesos elementales, el suceso seguro y el suceso imposible de un experimento aleatorio.	• Suceso elemental. • Suceso seguro. • Suceso imposible.	• Obtención de los sucesos elementales, suceso seguro e imposible de un experimento aleatorio.
4. Obtener la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de un suceso.	• Frecuencia absoluta. • Frecuencia relativa.	• Obtención de las frecuencias absolutas y relativas.
5. Calcular la probabilidad de un suceso.	• Probabilidad de un suceso. • Regla de Laplace.	• Utilización de la regla de Laplace para calcular probabilidades.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 412

14 OBJETIVO 1
DISTINGUIR ENTRE EXPERIMENTO ALEATORIO Y DETERMINISTA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Un **experimento determinista** es aquel experimento que una vez estudiado podemos predecir, es decir, saber lo que sucederá antes de que ocurra.

Por ejemplo:

– Si ponemos un recipiente con agua a calentar, sabemos que a 100 °C el agua hervirá.

– Si un coche circula a 100 km/h, y tarda en hacer un trayecto 2 horas, habrá recorrido 200 km.

Para expresar los resultados de experimentos deterministas se suele emplear la frase: «Es seguro que…».

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede predecir, es decir, por muchas veces que repitamos el experimento en igualdad de condiciones, no se conoce el resultado.

El lenguaje utilizado para expresar experimentos aleatorios está relacionado con situaciones de incertidumbre, ya que se trata de situaciones de azar: «Es más probable que, es igual de probable que salga, es imposible, es poco probable, es más seguro, es improbable, es casi seguro…».

Por ejemplo:

– Si lanzamos un dado, no podemos predecir el número que saldrá.

– Cuando sacamos una bola de una caja que contiene bolas de diferentes colores, no podemos predecir el color que obtendremos.

1 **Clasifica los siguientes experimentos. Si el experimento es aleatorio, escribe un posible resultado.**

EXPERIMENTO	DETERMINISTA	ALEATORIO	
Lanzar un dado		X	Sacar un 3
El resultado de dividir 10 entre 2	X		
En una caída libre de 5 metros, conocer la velocidad que se alcanza			
Lanzar una moneda al aire			
Sacar una carta de una baraja española			
Saber la fecha de tu nacimiento			
Sacar una ficha roja de una caja donde hay 20 fichas rojas y 5 fichas azules			
Al lanzar un dado, obtener una puntuación mayor que 5			
El resultado de elevar un número al cuadrado			
El tiempo que va a hacer mañana			

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 413

OBJETIVO 2

OBTENER EL ESPACIO MUESTRAL DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO 14

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- El **espacio muestral** es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa por *E*.
- Cada uno de los resultados posibles se denomina **suceso elemental**.

EJEMPLO

EXPERIMENTO	ESPACIO MUESTRAL	SUCESOS ELEMENTALES
Lanzar una moneda	$E = \{\text{cara, cruz}\}$	cara (*c*) y cruz (*x*)
Lanzar un dado	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	1, 2, 3, 4, 5 y 6

Todos los resultados posibles.

Cada uno de los resultados posibles.

1 **Se tiene un dado en forma de tetraedro (ocho caras numeradas del 1 al 8).**

a) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

b) ¿Cuáles son los sucesos elementales del experimento aleatorio que consiste en tirar el dado?

2 **Determina el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar tres bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene tres bolas numeradas de 1 a 3.**

3 **Di cuál es el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar dos bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene dos bolas numeradas como 1 y 2.**

4 **Se lanzan dos dados y se suman los puntos. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener? Forma el espacio muestral.**

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 414

14 OBJETIVO 3
SUCESO ELEMENTAL, SUCESO SEGURO Y SUCESO IMPOSIBLE

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Un **suceso** está formado por uno o varios sucesos elementales.
- El **suceso seguro** está formado por todos los resultados posibles (sucesos elementales). Se verifica siempre.
- El **suceso imposible** no contiene ningún suceso elemental. Nunca se verifica.

EJEMPLO

En el experimento de lanzar un dado al aire, un **suceso seguro** es obtener un número menor que 7 y un **suceso imposible** es obtener el número 30.

1 **Se tiene una baraja de cartas española. Realizamos el experimento de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.**

a) Sacar oros.
b) Sacar un 5.
c) Sacar una figura.
d) Sacar bastos.

2 **Se tienen ocho cartas numeradas del 1 al 8. Realizamos el experimento aleatorio de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.**

a) Obtener número par.
b) Obtener múltiplo de 3.
c) Obtener número mayor que 4.

3 **De los siguientes experimentos, indica qué sucesos son seguros e imposibles.**

EXPERIMENTO	SUCESO SEGURO	SUCESO IMPOSIBLE
De una baraja española de 40 cartas, sacar picas		
En una bolsa con 2 bolas rojas y 3 verdes, obtener una bola azul		
En una caja con fichas numeradas del 1 al 4, obtener una ficha con un número menor que 5		
Al lanzar un dado al aire, obtener un número mayor que 6		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 0		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 3		
Al tirar dos dados al aire y multiplicar la puntuación de sus caras, obtener 40		

■ **MATEMÁTICAS 1.° ESO** ■ MATERIAL FOTOCOPIABLE © SANTILLANA EDUCACIÓN, S. L. ■

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 415

OBJETIVO 4

FRECUENCIA ABSOLUTA Y LA FRECUENCIA RELATIVA DE UN SUCESO 14

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- La **frecuencia absoluta (f_i)** de un suceso es el número de veces que aparece dicho suceso cuando se repite un experimento aleatorio n veces.
- La **frecuencia relativa (h_i)** de un suceso es el cociente entre su frecuencia absoluta y el número de veces que se ha repetido el experimento: $h_i = \frac{f_i}{n}$.

EJEMPLO

Roberto ha lanzado un dado 50 veces, obteniendo los resultados de la tabla.

El número de veces que aparece cada cara es su frecuencia absoluta (f_i).

La frecuencia relativa (h_i) la obtenemos dividiendo la frecuencia absoluta entre el número de veces que se repite el experimento.

CARA	1	2	3	4	5	6	Suma
f_i	7	6	14	9	10	4	**50**
h_i	0,14	0,12	0,28	0,18	0,20	0,08	**1**

1 **En un bombo hay diez bolas numeradas del 0 al 9. Se repite 100 veces el experimento de extraer una bola y reemplazarla a continuación. Los resultados obtenidos se expresan en la tabla siguiente.**

BOLA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
f_i	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11	**100**
h_i											

a) Completa la tabla calculando las frecuencias relativas.

b) Considera los sucesos: $A =$ múltiplo de 3, $B =$ número impar y $C =$ divisor de 6, y calcula.

Frecuencia relativa de A, B y C:

$A = \{3, 6, 9\}$ $\quad h_A = h_3 + h_6 + h_9 =$

$B =$

$C =$

Frecuencia relativa de $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$ y $A \cap C$:

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ $\quad h_A = h_1 + h_3 + h_5 + h_6 + h_7 + h_9 =$

$A \cap B =$

$A \cup C =$

$A \cap C =$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 416

14 OBJETIVO 5
CALCULAR LA PROBABILIDAD DE UN SUCESO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

La **probabilidad de un suceso** es el número al que se aproxima la frecuencia relativa de ese suceso conforme aumenta el número de veces de repeticiones de un experimento aleatorio.

EJEMPLO

Se lanza un dado de cuatro caras y se anotan las veces que aparece la cara 1.

LANZAMIENTOS	20	40	60	80	100
f_i	7	11	15	18	27
h_i	0,35	0,275	0,25	0,225	0,27

Observa que el número al que se aproxima la frecuencia del suceso aparecer cara 1 es 0,25. Por tanto, la probabilidad de obtener cara 1 al lanzar un dado de cuatro caras es $P = 0{,}25$.

1 **Tira una moneda 25 veces y completa la tabla.**

	RECUENTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
CARA			
CRUZ			

a) ¿Son las frecuencias relativas números próximas a 0,5? b) ¿Qué consecuencias obtienes?

REGLA DE LAPLACE

Cuando todos los **sucesos elementales** de un experimento aleatorio son **equiprobables**, la probabilidad de un suceso A es el cociente del número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles.

Esta expresión es la **regla de Laplace**: $P(A) = \dfrac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$

EJEMPLO

Se lanza un dado de seis caras al aire. El espacio muestral es: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Calcula las siguientes probabilidades.

SUCESOS	CASOS FAVORABLES	CASOS POSIBLES	$P = \dfrac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$
Salir número par	{2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{3}{6}$
Salir número par o menor que 5 (Se puede dar cualquiera de las opciones: número par o menor que 5)	{1, 2, 3, 4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{4}{6}$
Salir número par y 4 (Se tienen que dar las dos opciones a la vez: número par y 4)	{4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{1}{6}$

826464 _ 0411-0417.qxd 12/2/07 09:34 Página 417

2 **Hacemos quinielas con un dado de tres caras con el 1, dos caras con la X y la otra cara con el 2. Tras lanzar el dado, halla mediante la regla de Laplace (son sucesos elementales equiprobables).**

a) El espacio muestral: $E =$ **.....**

b) La probabilidad de obtener 1.

c) La probabilidad de obtener *X*.

d) La probabilidad de obtener 2.

3 **Una urna contiene 4 bolas: 1 roja, 1 azul, 1 verde y 1 blanca. Si se sacan 2 bolas a la vez, halla.**

a) El espacio muestral: $E =$ **.....**

b) La probabilidad de que una bola sea blanca y la otra roja.

c) La probabilidad de que las dos bolas sean rojas.

d) La probabilidad de que ninguna de las dos bolas sea blanca.

4 **Se saca una carta de una baraja española de 40 cartas. Mediante la regla de Laplace, halla la probabilidad de obtener.**

a) Un rey.

b) Oros.

c) Un 4 o un 6.

d) El rey de oros.

e) Una carta que no sea de copas.

f) Una figura de bastos.

g) Una carta que no sea figura.

h) Una carta menor que 5.

5 **En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Han tomado carne 16 hombres y 20 mujeres, y el resto ha tomado pescado. Completa la tabla, considerando que elegimos una persona al azar.**

	CARNE	**PESCADO**	Suma
HOMBRES	16		28
MUJERES	20		32
Suma	36		

a) ¿Qué probabilidad hay de que sea hombre?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya tomado pescado?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y haya tomado pescado?

6 **Si se lanzan dos dados y se suman los puntos obtenidos, halla.**

a) El espacio muestral: $E =$ **.....**

b) La probabilidad de que la suma sea 3.

c) La probabilidad de que la suma sea 7.

d) La probabilidad de que la suma sea superior a 10.

e) La probabilidad de que la suma sea 4 o 5.

ADAPTACIÓN CURRICULAR