

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

se pide:

- (0,75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f(x)$ .
- (0,75 puntos) Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de  $f(x)$ .
- (0,75 puntos) Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de  $f(x)$ .
- (0,75 puntos) Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $y = x + 2$ ,  $x = 1$ .

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4},$$

se pide:

- (2 puntos) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a  $r$  y  $s$ .
- (1 punto) Calcular la mínima distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ky - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0, \\ x - 4y + kz = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valores del parámetro  $k$  el sistema tiene soluciones distintas de  $x = y = z = 0$ .
- (1 punto) Resolverlo para el caso  $k = 3$ .

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar dos constantes  $a, b$ , tales que  $A^2 = aA + bI$ .
- (1 punto) Sin calcular explícitamente  $A^3$  y  $A^4$ , y utilizando sólo la expresión anterior, obtener la matriz  $A^5$ .

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} \ln x}{2^x}, & \text{si } x > 0, \\ x + k, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

donde  $\ln x$  significa logaritmo neperiano de  $x$ , se pide:

- (1 punto) Determinar el valor de  $k$  para que la función sea continua en  $\mathbb{R}$ .
- (1 punto) Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 1$ .

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay - z = a, \\ ax + 2z = -2, \\ x + z = -2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro  $a$ .
- (1 punto) Resolverlo en el caso  $a = 0$ .

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dadas las rectas:

$$r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}, \quad s \equiv \begin{cases} x+z=3, \\ 2x-y=2, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano  $\pi$  determinado por  $r$  y  $s$ .
- (1 punto) Hallar la distancia desde el punto  $A(0, 1, -1)$  a la recta  $s$ .

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Sea  $\pi$  el plano que contiene a los puntos  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 2, 0)$  y  $R = (0, 0, 3)$ . Se pide:

- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .
- (1 punto) Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano  $\pi$ .

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

---

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Encontrar la asíntota horizontal: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Dibujar la gráfica: 0,25 puntos.

d) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Por determinar los valores  $a = 0$ ,  $a = 2$ ; 0,5 puntos. Discusión de cada caso: 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.