

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

El examen consta de dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

**OPCIÓN A**

1. (2 puntos). Un punto de luz situado en  $P(0,1,1)$  proyecta la sombra de la recta:

$$x = y = -z$$

sobre el plano  $\pi: x - z = 0$ .

Calcular las coordenadas del punto de esta proyección que pertenece al plano  $z = 1$ .

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-5}{2} \quad s: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -4 + 3\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto  $P(2, -1, 1)$  y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = k \\ x + 2y + 3z = 2 \\ kx + ky - 4z = -1 \end{cases}$$

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores de  $k$ .

b) (1 punto). Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

4. (3 puntos). Dada la función:

$$f(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$$

a) (2 puntos). Hallar sus máximos y mínimos locales y/o globales.

b) (1 punto). Determinar el valor del parámetro  $a > 0$  para el cual es:

$$\int_0^a f(x) dx = -1$$

OPCIÓN B

1. (2 puntos). a) (1 punto). Hallar el punto P en el que se cortan las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad g(x) = +\sqrt{x^2 - 3}$$

b) (1 punto). Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en el punto P a cada una de las curvas anteriores y demostrar que son perpendiculares.

2. (2 puntos). Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2 + \operatorname{sen} x - \cos x}$$

Se pide:

a) (1 punto). Calcular sus extremos locales y/o globales en el intervalo  $[-\pi, \pi]$

b) (1 punto). Comprobar la existencia de, al menos, un punto  $c \in [-\pi, \pi]$  tal que  $f'(c) = 0$ . (Sugerencia: utilizar el teorema de Rolle). Demostrar que en  $c$  hay un punto de inflexión.

3. (3 puntos). Dadas las rectas:

$$r: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1} \quad s: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

b) (1,5 puntos). Calcular la distancia de  $s$  al plano anterior.

4. (3 puntos). Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) (1,5 puntos). Hallar  $(A - I)^2$ .

b) (1,5 puntos). Calcular  $A^4$  haciendo uso del apartado anterior.

## MATEMÁTICAS II

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

## OPCIÓN A

1. Cálculo de la proyección de la recta: 1,5 puntos  
Cálculo del punto de proyección contenido en el plano  $z = 0$ : 0,5 puntos.
2. Planteamiento: 1 punto  
Cálculo de la solución correcta: 1 punto
3. Apartado a): 2 puntos  
Apartado b): 1 punto
4. Apartado a): Obtención de la derivada, 1 punto  
Cálculo de máximos y mínimos, 1 punto  
Apartado b) Cálculo de la integral, 0,5 puntos.  
Determinación de  $a$ , 0,5 puntos.

## OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto  
Apartado b): Cálculo de las rectas, 0,5 puntos  
Demostrar que son perpendiculares, 0,5 puntos.
2. Apartado a): Cálculo correcto de la derivada, 0,5 puntos.  
Determinación de los máximos y mínimos, 0,5 puntos.  
Apartado b): Prueba de la existencia de  $c$ : 0,5 puntos  
Prueba de que  $c$  es un punto de inflexión, 0,5 puntos
3. Apartado a): 1,5 puntos  
Apartado b): 1,5 punto
4. Apartado a) 1,5 puntos  
Apartado b) 1,5 puntos

**Principales contenidos que se tendrán en cuenta en la elaboración  
de las Pruebas de Acceso a la Universidad  
para los estudiantes provenientes del Bachillerato LOGSE.**

**Matemáticas. Curso 2005-2006.**

De acuerdo con Decreto 47/2002, de 21 de marzo, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid, publicado en el BOCM con fecha 2 de abril de 2002, para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad se tendrán en cuenta los siguientes contenidos:

**ANÁLISIS.**

- Sucesiones de números reales. Sucesiones monótonas. Sucesiones acotadas. Límite de una sucesión. El número  $e$  como límite de una sucesión.
- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes.
- Funciones continuas. Operaciones algebraicas con funciones continuas. Composición de funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados y acotados.
- Derivada de una función en un punto. Interpretaciones (analítica, geométrica, física). Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Reglas de derivación (incluyendo la regla de la cadena, la derivación logarítmica, y las fórmulas de las derivadas de las funciones arcoseno y arcotangente). Derivadas iteradas.
- Aplicaciones de la derivada. Monotonía y convexidad. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica.
- Planteamiento y resolución de problemas de máximos y mínimos.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva de una función. Cálculo de primitivas inmediatas. Fórmula de integración por partes. Fórmula del cambio de variables (ejemplos simples). Integración de funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).

- Integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

## ÁLGEBRA LINEAL

- Las matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencias de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(Se pretende que el estudiante sea capaz de realizar con corrección manipulaciones algebraicas con matrices, aunque no se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Determinantes. Definición y propiedades. Cálculo de determinantes de orden dos y tres, utilizando la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Aplicación al desarrollo de determinantes de orden superior. *(No se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Matrices inversas. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz dependiente de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación en forma matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de parámetros. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento y resolución de problemas cuya solución puede obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

## GEOMETRÍA

- Vectores. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.

- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas. Ángulos entre rectas y planos.
- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Concepto de lugar geométrico en el plano. Ejemplos sencillos. La circunferencia. Ecuación de la recta tangente a una circunferencia. Ejemplo de lugar geométrico en el espacio: la ecuación cartesiana de la esfera. Plano tangente a la esfera.

**OBSERVACIÓN:** Uno de los objetivos recogidos en el currículo oficial de estas materias, es habituar al alumno a utilizar los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, páginas de Internet, etc), que pueden permitirle una mejor y más profunda comprensión de los distintos contenidos.

No obstante, de cara a la realización de las pruebas, consideramos que es esencial garantizar el principio de igualdad de oportunidades para todos los alumnos, evitando las posibles desigualdades en función de su capacidad de acceder a medios técnicos más o menos sofisticados.

Por esta razón, en el examen de la asignatura de Matemáticas sólo se podrán utilizar las calculadoras científicas habituales, excluyendo aquellas con capacidad de cálculo simbólico (cálculo de primitivas) o representación gráfica (dibujo de gráficas de funciones), que, actualmente, no pueden considerarse como de uso mayoritario entre los alumnos debido a su mayor coste.