Posición relativa de dos rectas

$$r:\begin{cases} x = x_1 + t\cdot v_x \\ y = y_1 + t\cdot v_y \\ z = z_1 + t\cdot v_z \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x = x_2 + s\cdot u_x \\ y = y_2 + s\cdot u_y \\ z = z_2 + s\cdot u_z \end{cases}$$

$$\mathbf{A}^* = \left(\begin{array}{cc|c} v_x & u_x & x_2 - x_1 \\ v_y & u_y & y_2 - y_1 \\ v_z & u_z & z_2 - z_1 \end{array}\right)$$

rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 3$	Se cruzan.
rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Se cortan.
rang $\mathbf{A} = 1$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Paralelas.
rang $\mathbf{A} = 1$	rang $\mathbf{A}^* = 1$	Coincidentes.

Posición relativa de dos planos

$$\pi_1: \quad A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$
$$\pi_2: \quad A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\mathbf{A}^* = \left(\begin{array}{ccc|c} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \end{array}\right)$$

rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Se cortan.
rang $\mathbf{A} = 1$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Paralelos.
rang $\mathbf{A} = 1$	rang $\mathbf{A}^* = 1$	Coincidentes.

Posición relativa de un plano y una recta

$$\pi: \quad A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$
$$r:\begin{cases} A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \\ A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{A}^* = \left(\begin{array}{ccc|c} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{array}\right)$$

rang $\mathbf{A} = 3$	rang $\mathbf{A}^* = 3$	Se cortan.
rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 3$	Paralelos.
rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Recta contenida en el plano.

Posición relativa de tres planos (no paralelos)

$$\pi_1: \quad A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$
$$\pi_2: \quad A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$
$$\pi_3: \quad A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

$$\mathbf{A}^* = \left(\begin{array}{ccc|c} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{array}\right)$$

rang $\mathbf{A} = 3$	rang $\mathbf{A}^* = 3$	Se cortan en un punto.
rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 3$	Se cortan dos a dos en rectas paralelas.
rang $\mathbf{A} = 2$	rang $\mathbf{A}^* = 2$	Se cortan en una recta común.