

1. Calcula los siguientes determinantes:

a)
$$\begin{vmatrix} 3 & a & a & a \\ a & 3 & a & a \\ a & a & 3 & a \\ a & a & a & 3 \end{vmatrix}$$

b)
$$\begin{vmatrix} abc & -ab & a^2 \\ -b^2c & 2b^2 & -ab \\ b^2c^2 & -b^2c & 3abc \end{vmatrix}$$

c)
$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

d)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

e)
$$\begin{vmatrix} x^2 & xy & y^2 \\ 2x & x+y & 2y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

f)
$$\begin{vmatrix} 1 & \sin \alpha & \cos \alpha \\ 1 & \sin \beta & \cos \beta \\ 1 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$

g)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

h)
$$\begin{vmatrix} 2a & a & a & a \\ a & 2a & a & a \\ a & a & 2a & a \\ a & a & a & 2a \end{vmatrix}$$

i)
$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & ab & b^2 \\ ab & a^2 & b^2 & ab \\ ab & b^2 & a^2 & ab \\ b^2 & ab & ab & a^2 \end{vmatrix}$$

j)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & x & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & x & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & x \end{vmatrix}$$

k)
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & n \\ -1 & 0 & 3 & 4 & n \\ -1 & -2 & 0 & 4 & n \\ -1 & -2 & -3 & 0 & n \\ -1 & -2 & -3 & -4 & n \end{vmatrix}$$

l)
$$\begin{vmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a+2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a+3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a+4 & 1 \\ a & a & a & a & 4 \end{vmatrix}$$

m)
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2a & c-a-b \end{vmatrix}$$

n)
$$\begin{vmatrix} a+b & a & a & a & a \\ a & a+b & a & a & a \\ a & a & a+b & a & a \\ a & a & a & a+b & a \\ a & a & a & a & a+b \end{vmatrix}$$

2. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -1$ y utilizando las propiedades de los determinantes,

calcula los determinantes de las siguientes matrices:

a)
$$\begin{pmatrix} f & e & d \\ c & b & a \\ i & h & g \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} -a & b & c \\ -a-d & a+b & f+c \\ -g & h & i \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} a+2d & c+2f & b+2e \\ 3d & 3f & 3e \\ -g & -i & -h \end{pmatrix}$$

3. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -1$ y utilizando las propiedades de los determinantes,

calcula los determinantes de las siguientes matrices:

a)
$$\begin{pmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} a+3d & c+3f & b+3e \\ -d & -f & -e \\ g & i & h \end{pmatrix}$$

e)
$$\begin{pmatrix} -3a & -3b & -3c \\ d & e & f \\ g-4d & h-4e & i-4f \end{pmatrix}$$

4. Si A y B son dos matrices cuadradas de orden 3 tales que: $|A| = 2$ y $|B| = 6$, encuentra el valor de: a) $|A \cdot B|$; b) $|2B|$; c) $|3A \cdot B|$; d) $|A^{-1} \cdot B|$

5. Encuentra el valor del determinante y la matriz inversa en los siguientes casos:

a) $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ b) $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

d) $U = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ e) $V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ f) $W = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

6. Dadas las siguientes matrices, calcula los valores del parámetro m para los que tienen inversa y en esos casos calcularlas:

a) $\begin{pmatrix} m & 5 & 2 \\ -8 & 9 & -4 \\ 3 & m & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ m & m & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & m & -6 \\ m & 1 & 2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & m & -8 \\ m & 6 & 4 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} m & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 7 & m & -5 \\ 2 & 4m & 3 & -9 \\ -5 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & m & 4m \\ 3 & 2 & -2 & 8 \\ -1 & 2 & -6 & m \\ 4 & -6 & m & 0 \end{pmatrix}$

7. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} -2 & x & 0 \\ -x & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$

d) $\begin{vmatrix} 6 & 2x & -2x \\ 4 & -2 & 6 \\ 2x+10 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$ e) $\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ f) $\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x+3 & x+4 & x+5 \\ x+6 & x+7 & x+8 \end{vmatrix} = 0$

8. Calcula el rango de las siguientes matrices según los valores del parámetro m :

a) $\begin{pmatrix} 1 & m^2-1 & m \\ 1 & 2m^2-2 & 2m-1 \\ 1 & 0 & m^2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} m & m & 1 & 1 \\ 1 & m & m & 1 \\ 1 & 1 & m & m \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} m & -1 & -1 & 0 \\ -m & m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & m & 1 \\ 1 & -1 & 0 & m \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & m & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \\ 5 & m+4 & -4 & -3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 1 & m+1 & 1 \\ 1 & 0 & m-1 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 5 & m+4 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & m & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

9. Comprueba que las siguientes matrices tienen el mismo determinante:

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1+a & 1 \\ 1 & 1-a \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1+b & 1 \\ 1 & 1-b \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

10. Sea A una matriz cuadrada de orden 4, cuyas filas son F_1, F_2, F_3 y F_4 y cuyo determinante vale 2. Sea la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calcula de forma razonada: a) El

determinante de la matriz $A \cdot B$. b) El determinante de la matriz 3^a . c) El determinante de la matriz cuyas filas son: $2F_1 + F_2, -F_2, 3F_4, F_3 + F_1$.