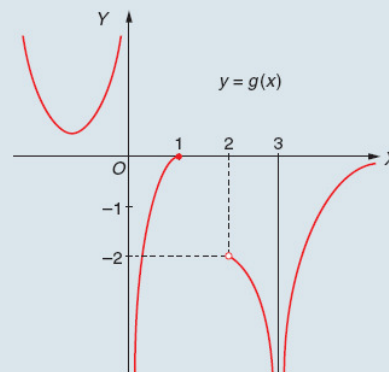
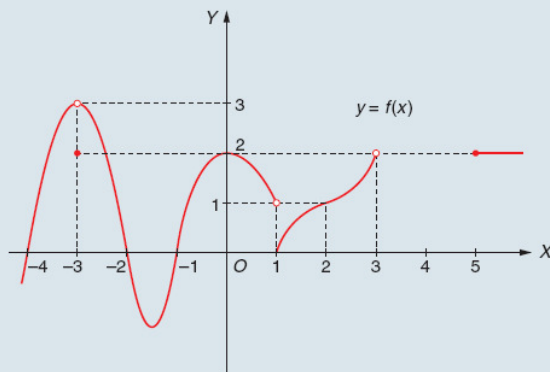


Unidad 9 – Límites de funciones

ACTIVIDADES FINALES

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 1. Determina, en las siguientes funciones, los datos pedidos:



- | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| • $f(-3)$ | • $f(-2)$ | • $f(0)$ | • $f(4)$ | • $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ |
| • $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ |
| • $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ | • $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ |

- 2. Representa gráficamente funciones que satisfagan, respectivamente, las siguientes condiciones:

- $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -2$; $f(-3) = -2$; $\text{Dom } f = \mathbb{R}$; $\text{Im } f = [-3, +\infty)$.
- g estrictamente decreciente en $(0, 6)$; asíntota vertical en $x = 6$; $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -2$; no existe $g(3)$.
- h acotada inferiormente por 2; $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 2$; asíntota vertical en $x = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

- 3. Calcula los siguientes límites:

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{3}{x + 2} \right]$ | d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{-x}$ | g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{-x}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{x^3}$ | e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2}}{5}$ | h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{3} \right]^x$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 3x - 1}{x^3 + 3}$ | f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^5}$ | i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 2}}$ |

- 4. Determina las asíntotas de cada una de las siguientes funciones:

- | | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ | b) $f(x) = \frac{2x^2}{x + 2}$ | c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ | d) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^3 - 9x}$ |
|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|

- 5. Halla los puntos de corte de la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{2x^2 - 1}$ con su asíntota oblicua.



■ 6. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 6}{x^2 + 3x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x + 6}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 6x - 9}{x - 3}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 6x - 3}{2x^2 + 5x}$

l) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x + 3}{x^2 - 5x + 4}$

m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2})$

n) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$

ñ) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{2x^2 + 1})$

o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 1}{5x - 1} \right)^{3x + 2}$

p) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{3}{x - 1}}$

q) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2} \right)^{\frac{x^2 + 1}{x - 1}}$

■ 7. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x^2 - 4}{x + 1} \cdot \frac{x^2 + 4}{x^2 - 2x} \right]$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} [x - 1]^{\frac{3}{x - 2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3)]$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{\sqrt{x} + 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1 + x}{2 + x} \right]^{\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x + 2}{x - 1} - \frac{x + 5}{x^2 - 1} \right]$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 5}{3x^2 + x} \right)^{x^2 - 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x - 4}}{x - 2}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x^2 + 4}{x + 4} \right]^{\frac{x}{x - 1}}$

l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{\sqrt{x + 7} - 3}$

■ 8. Calcula, utilizando infinitésimos equivalentes, los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(5x)}{\operatorname{sen}(2x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}^2(x - 2)}{x^2 - 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(7x)}{4x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - 1)}{2x - 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 1}{2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{sen} 2x}$

■ 9. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} [1 + 3x]^{4/x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x^2 + 3}{4x^2 + 5} \right]^{x/2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x - 1}{2x + 5} \right]^{\sqrt{x^2 + 3x} - x}$

■ 10. Calcula el valor de a ($a \neq 0$) para que se verifique $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 1} \right]^{ax} = e^{-5}$.

