

## Logaritmos

**49** Calcula:

a)  $\log_2 1024$

b)  $\log 0,001$

c)  $\log_2 \frac{1}{64}$

d)  $\log_{\sqrt{3}} 3$

e)  $\log_3 \sqrt{3}$

f)  $\log_2 \sqrt{8}$

g)  $\log_{1/2} \frac{2}{\sqrt{2}}$

h)  $\log_{\pi} 1$

a)  $\log_2 2^{10} = 10$

b)  $\log 10^{-3} = -3$

c)  $\log_2 2^{-6} = -6$

d)  $\log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$

e)  $\log_3 3^{1/2} = \frac{1}{2}$

f)  $\log_2 2^{3/2} = \frac{3}{2}$

g)  $\log_{1/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/2} = -\frac{1}{2}$

h) 0

**50** Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a)  $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b)  $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a)  $6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b)  $-5 - 3 - 0 = -8$

**51** Calcula la base de estos logaritmos:

a)  $\log_x 125 = 3$

b)  $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a)  $x^3 = 125; x = 5$

b)  $x^{-2} = \frac{1}{9}; x = 3$

**52** Calcula el valor de  $x$  en estas igualdades:

a)  $\log 3^x = 2$

b)  $\log x^2 = -2$

c)  $7^x = 115$

d)  $5^{-x} = 3$

a)  $x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$

b)  $2 \log x = -2; x = \frac{1}{10}$

c)  $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$

d)  $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$

**53** Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación.

a)  $\log \sqrt{148}$                       b)  $\ln (2,3 \cdot 10^{11})$                       c)  $\ln (7,2 \cdot 10^{-5})$

d)  $\log_3 42,9$                       e)  $\log_5 1,95$                       f)  $\log_2 0,034$

a) 1,085

b)  $\ln (2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,16 \rightarrow e^{26,161} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c)  $\ln (7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,54 \rightarrow e^{-9,54} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d)  $3,42 \rightarrow 3^{3,42} \approx 42,9$

e)  $0,41 \rightarrow 5^{0,41} \approx 1,95$

f)  $-4,88 \rightarrow 2^{-4,88} \approx 0,034$

**54** Calcula la base de cada caso:

a)  $\log_x 1/4 = 2$       b)  $\log_x 2 = 1/2$       c)  $\log_x 0,04 = -2$       d)  $\log_x 4 = -1/2$

• *Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar  $x$ .*

En c),  $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$ .

a)  $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b)  $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c)  $x^{-2} = 0,04 \rightarrow x = 5$

d)  $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

**55** Halla el valor de  $x$  en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b)  $\log x = \log 36 - \log 9$

c)  $\ln x = 3 \ln 5$

d)  $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e)  $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

• a) *Por logaritmo de un producto:  $\ln x = \ln (17 \cdot 13)$*

a)  $\ln x = \ln (17 \cdot 13) \Rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221$

b)  $\log x = \log \frac{36}{9} \Rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c)  $\ln x = \ln 5^3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$

d)  $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \Rightarrow x = \frac{25}{3}$

e)  $\ln x = \ln 2^4 - \ln \sqrt{25}$

$\ln x = \ln 16 - \ln 5$

$\ln x = \ln \frac{16}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$

- 56** Sabiendo que  $\log 3 = 0,477$ , calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

$$\log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log (3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3\,000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

- 57** Sabiendo que  $\log k = 14,4$ , calcula el valor de las siguientes expresiones:

a)  $\log \frac{k}{100}$     b)  $\log 0,1 k^2$     c)  $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$     d)  $(\log k)^{1/2}$

a)  $\log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b)  $\log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c)  $\frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d)  $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

- 58** Sabiendo que  $\ln k = 0,45$ , calcula el valor de:

a)  $\ln \frac{k}{e}$     b)  $\ln \sqrt[3]{k}$     c)  $\ln \frac{e^2}{k}$

a)  $\ln \frac{k}{e} = \ln k - \ln e = 0,45 - 1 = -0,55$

b)  $\ln \sqrt[3]{k} = \frac{1}{3} \ln k = \frac{1}{3} \cdot 0,45 = 0,15$

c)  $\ln \frac{e^2}{k} = 2 \ln e - \ln k = 2 - 0,45 = 1,55$

- 59** Calcula  $x$  para que se cumpla:

a)  $x^{2,7} = 19$     b)  $\log_7 3x = 0,5$     c)  $3^{2+x} = 172$

a)  $\log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$   
 $x = 10^{0,47} = 2,98$

b)  $7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$

c)  $\log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$

$$x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,685$$

**60** Si  $\log k = x$ , escribe en función de  $x$ :

a)  $\log k^2$

b)  $\log \frac{k}{100}$

c)  $\log \sqrt{10k}$

a)  $2 \log k = 2x$

b)  $\log k - \log 100 = x - 2$

c)  $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1 + x)$

**61** Comprueba que  $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$  (siendo  $a \neq 1$ ).

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser  $a \neq 1$  para que  $\log a \neq 0$  y podamos simplificar.

## CUESTIONES TEÓRICAS

**62** Explica si estas frases son verdaderas o falsas:

a) Todo número entero es racional.

b) Hay números irracionales que son enteros.

c) Todo número irracional es real.

d) Todos los números decimales son racionales.

e) Entre dos números racionales hay infinitos números irracionales.

f) Los números racionales llenan la recta.

a) V

b) F

c) V

d) F

e) V

f) F

**63** ¿Qué relación existe entre  $a$  y  $b$  en los siguientes casos?:

a)  $\log a = 1 + \log b$

b)  $\log a + \log \frac{1}{b} = 0$

a)  $\log a - \log b = 1 \rightarrow \log \frac{a}{b} = 1 \rightarrow \frac{a}{b} = 10 \rightarrow a = 10b$

b)  $\log \left( a \cdot \frac{1}{b} \right) = 0 \rightarrow \frac{a}{b} = 10^0 \rightarrow \frac{a}{b} = 1 \rightarrow a = b$

**64** ¿Cuáles de estas igualdades son verdaderas? Explica por qué:

a)  $\log m + \log n = \log (m + n)$

b)  $\log m - \log n = \frac{\log m}{\log n}$

c)  $\log m - \log n = \log \frac{m}{n}$

d)  $\log x^2 = \log x + \log x$

e)  $\log (a^2 - b^2) = \log (a + b) + \log (a - b)$

a) Falso.  $\log m + \log n = \log (m \cdot n) \neq \log (m + n)$

b) Falso.  $\log m - \log n = \log \left( \frac{m}{n} \right) \neq \frac{\log m}{\log n}$

c) Verdadero. Por una propiedad de los logaritmos.

d) Verdadero.  $\log x^2 = \log (x \cdot x) = \log x + \log x$

e) Verdadero.  $\log (a^2 - b^2) = \log [(a + b) \cdot (a - b)] = \log (a + b) + \log (a - b)$