

EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

EXPONENCIALES

1. Halla "x":

a) $2^{x+1} = 4^x$ b) $2^x = 1/16$ c) $3^{x+1} = 9^{x-2}$
d) $25^x = \sqrt{5}$ e) $25^x = \frac{1}{5}$ f) $3^{x^2-2} = 9$ g) $3^{2x-3} = 81$
h) $2^{x^2-3} = \frac{1}{4}$ i) $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$ j) $2^{x+1} = 16^x$ k) $3^{2x-1} = 81^x$

Sol: a) $x=1$; b) $x=-4$; c) $x=5$; d) $x=1/4$; e) $x=-1/2$; f) $x=2$; g) $7/2$; h) $x=1$; i) $4/3$; j) $1/3$; k) $-1/2$

2. Halla "x":

a) $27^{1/3} = x$ b) $x^{1/2} = 5$ c) $32^x = 2$ d) $x^{3/2} = 27$
e) $4^x = 32$ f) $x^{3/2} = 8$ g) $3^{2x} = 27$ h) $10^x = 0,001$
i) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$ j) $3^x = 9^{x+1}$ k) $9^{2x} = 27$ l) $2^{2x} = 8^2$
m) $10^{3x} = 100$ n) $10^{2x-1} = 0,01$

Sol: a) $x=3$; b) $x=25$; c) $x=1/5$; d) $x=9$; e) $x=5/2$; f) $x=4$; g) $3/2$; h) $x=-3$; i) -2 ; j) -2 ; k) $x=3/4$; l) $x=3$; m) $x=2/3$; n) $x=-1/2$

3. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$ b) $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$ c) $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$
d) $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$ e) $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$ f) $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$
g) $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$ h) $\frac{3^{x+1} \cdot 9^x}{3^x \cdot 3^{x^2+1}}$ i) $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$

Sol: a) 3^{3x+2} ; b) 2^{x^2+1} ; c) 2^{-x-1} ; d) $2 \cdot 3^{-x}$; e) $7 \cdot 2^{3-x}$; f) $\left(\frac{1}{e} + e^3\right) e^{-3x}$; g) $\frac{2^4}{3}$;
h) 3^{2x-x^2} ; g) $(e^3 - 1) e^{-x-1}$

4. Resuelve:

a) $3^{-x} + 9^{x+1} = 4$ b) $3^{2x+3} = 2187$ c) $3^{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{1}{9}$
d) $3^{x^2-3x+3} = 3$ e) $10^{\frac{x^2-1}{x+1}} = 10$ f) $3^{2x-1} - 3^{x+1} = 0$
g) $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{6x-3} = 500$ h) $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$ i) $3^{2(x+2)} - 4 \cdot 3^x - 77 = 0$

Sol: a) $x=-1$; b) $x=2$; c) $x=1$; d) $x=1, x=2$; e) $x=2$; f) $x=2$; g) 1 ; h) $x=3$; i) $x=0$

5. Resuelve:

a) $e^{x-2} = e^{2(x-1)}$

b) $4^{x+1} = 2^{2x-3}$

c) $2^{x-1} = 8^{x-3}$

d) $3^{2x+1} - 9^{x+2} = -702$

e) $5^{3x-2} = 625$

f) $5^{x^2-x-6} = 1$

g) $3^{2x-1} - 3^{2x} = -54$

h) $4^x - 2^{x+2} = 32$

i) $5^{x-2} = 25^{x-3}$

Sol: a) $x=0$; b) $x=0$; c) $x=4$; d) $x=1$; e) $x=2$; f) $x=-2, x=3$; g) $x=2$; h) $x=3$; i) $x=4$

6. Resuelve:

a) $3^{2x+5} = 27^{x+2}$

b) $3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^x + 3^{x-1} = 120$

c) $4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2}$

d) $2^{-x+5} = 8^{x+3}$

e) $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^x = 511$

f) $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^x = 3280$

g) $1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^x = 1365$

h) $1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^x = 19531$

i)

$1 + 6 + 36 + 216 + \dots + 6^x = 55987$

j) $1 + 7 + 49 + 343 + \dots + 7^x = 19608$

k) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29$

Sol: a) $x=-1$; b) $x=3$; c) $x=-1$; d) $x=-1$; e) $x=8$; f) $x=7$; g) $x=5$; h) $x=6$; i) $x=6$; j) $x=5$; k) $x=3$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3 \cdot 3^x = 27$

b) $5 \cdot 3^x = 405$

c) $2^x/4 = 4$

d) $4^{2x+1} = 1/4$

Sol: a) $x=2$; b) $x=4$; c) $x=4$; d) $x=-1$

8. Las siguientes ecuaciones exponenciales tienen soluciones enteras. Hallalas:

a) $2^{x^2} = 16$

b) $3^{x-3} = 81$

c) $\sqrt{3^x} = \frac{1}{9}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{3}$

Sol: a) $x=2$; b) $x=7$; c) $x=-4$; d) $x=-1/2$

9. Resuelve mediante un cambio de variable:

a) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

b) $3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 11$

c) $2^x + 2^{-x} = 65/8$

Sol: a) $x=2$; b) $x=2$; c) $x=3, x=-3$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3^{x+2} = 729$

b) $2^{3x-2} = 16$

c) $5^x + 5^{x+1} = 750$

d) $1000^{2+x} = 1$

Sol: a) $x=4$; b) $x=2$; c) $x=3$; d) $x=-2$

11. Resuelve:

a) $2^{2x+1} = 8^{x-1}$

b) $3^{x-1} = 3^{x^2-1}$

c) $\frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \frac{4^x}{2^5}$

Sol: a) $x=4$; b) $x=0, x=1$; c) $x=3, x=-2$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $2^{x+1} = 4^x$

b) $3^{x+2} = 9$

c) $4^{x-1} = 2^{x+1}$

d) $25^{x+2} = 5^{-x-2}$

e) $3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45$

f) $3^{x+1} - 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 12$

g) $2^{3x} - 2^{2x} - 4 = 0$

h) $3^{2x+1} - 12 \cdot 3^x + 3^2 = 0$

Sol: a) $x=1$; b) $x=0$; c) $x=3$; d) $x=-2$; e) $x=3$; f) $x=2$; g) $x=1$; h) $x=0, x=1$

13. Halla "x":

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 2^{x-1} + 2^x - 2^{x+1} = -4 & \text{b)} 5^x + 5^{x+1} - \frac{1}{5} = 1 & \text{c)} 32^x = \sqrt[3]{2^2} \\ \text{d)} 3^{x+1} \cdot 3^x = \frac{1}{27} & \text{e)} 3^{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{2x-1} & \text{f)} a^{2x-3} = \sqrt[3]{a} \end{array}$$

Sol: a) $x=3$; b) $x=-1$; c) $x=2/15$; d) $x=-2$; e) $x=0$; f) $x=5/3$

14. Simplifica las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^x \cdot 8^{\frac{2x}{3}} & \text{b)} 3^{2x-1} \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{\frac{x}{2}} & \text{c)} \frac{2^{x+1} \cdot 2^{-x+1}}{8^x \cdot 4^{-x}} \\ \text{d)} \frac{5^x \cdot 25^x}{625^x \cdot 125^x} & \text{e)} \frac{81^{x+1} \cdot 9^x}{3^{2x-3} \cdot 3^{4x}} & \text{f)} \frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^x}{81^{-x+1} \cdot 3^{2x}} \end{array}$$

Sol: a) $2^{\frac{9x}{2}}$; b) $3^{\frac{7x}{2}+1}$; c) 2^{2-x} ; d) 5^{-4x} ; e) 3^{6-x} ; f) 3^{x-1}

15. Resuelve:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x - 33 = 0 & \text{b)} 2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 2^{-1} = -2 \\ \text{c)} 2^{x+1} - 2^x + 3 \cdot 2^{-2} = 1 & \text{d)} 2^{2-x} - 2^{-x} + 2 = 2^3 \\ \text{e)} 2^x \cdot 2^{3-2x} + 2^2 = 2^3 & \text{f)} 5^{x-1} \cdot 5^{2x-3} = 3125 \end{array}$$

Sol: a) $x=1$; b) $x=0$; c) $x=-2$; d) $x=-1$; e) $x=1$; f) $x=3$

LOGARITMOS

1. Calcula los logaritmos que se indican:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| a) $\log^2 32$ | b) $\log^5 625$ | c) $\log 1000$ | d) $\log^3 81$ |
| e) $\ln e^3$ | f) $\log 10^5$ | g) $\ln e^x$ | h) $\log^2 64$ |
| i) $\log^3 729$ | j) $\log^2 128$ | | |

Sol: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3; f) 5; g) x; h) 6; i) 6; j) 7

2. Halla los logaritmos siguientes:

- | | | |
|------------------|--------------------|-------------------|
| a) $\log^2(1/8)$ | b) $\log^2(1/2)$; | c) $\log^2(1/32)$ |
| d) $\log^3(1/3)$ | e) $\log^3(1/9)$ | f) $\log^3(1/81)$ |
| g) $\log^5(1/5)$ | h) $\log^5 125$ | i) $\log^5 25$ |

Sol: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1; e) -2; f) -4; g) -1; h) 3; i) 2

3. Empleando la calculadora halla:

- | | | | | |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| a) $\log 8$ | b) $\log 3$ | c) $\log 121$ | d) $\log(5,74)$ | e) $\log(3,15)$ |
| f) $\log(102,31)$ | g) $\ln(4,15)$ | h) $\ln(3,19)$ | i) $\ln 103$ | |

4. Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| a) $\log_x 32 = 5$ | b) $\log_x 36 = 2$ | c) $\log_x 81 = 2$ |
| d) $\log_x 49 = 2$ | e) $\log_x 5 = \frac{1}{2}$ | f) $\log_x \frac{1}{16} = -4$ |
| g) $\log_x 5 = -\frac{1}{2}$ | h) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ | i) $\log_x 0,01 = -2$ |
| j) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$ | k) $\log_x 216 = 3$ | l) $\log_x 64 = 3$ |

Sol: a) x=2; b) x=6; c) x=9; d) x=7; e) x=25; f) x=2; g) x=1/25; h) x=4; i) x=10; j) x=1/16; k) x=6; l) x=4

5. Calcula x en las siguientes ecuaciones:

- | | |
|-------------------------------|----------------------|
| a) $\log x = \log 5 - \log 2$ | b) $\ln x = 2 \ln 3$ |
| c) $1 + 2 \log x = 3$ | d) $3 \log^3 x = -9$ |

Sol: a) x=5/2; b) x=9; c) x=10; d) x=1/27

6. Resuelve:

- | | | |
|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|
| a) $\log^2 16 = x$ | b) $\log(10000) = x$ | c) $\log^3 27 = x$ |
| d) $\log_a x = 0$ | e) $\log^9 x = 2$ | f) $\log_{16}^4 x = x$
% |
| g) $\log_o \sqrt[3]{3} = x$ | | |

Sol: a) x=4; b) x=4; c) x=3; d) x=1; e) x=81; f) x=1/4; g) x=1/6

7. Resuelve:

- | | | |
|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\log_x 0,0001 = -4$ | b) $\log_2 \frac{1}{32} = x$ | c) $\log_x 10 = \frac{1}{3}$ |
| d) $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$ | e) $\log 1 = x$ | f) $\log_3 \sqrt{81} = x$ |
| g) $\log_2 (\log_2 2^8) = x$ | h) $\log_5 \sqrt{5} = x$ | i) $\log_5 625 = x$ |

Sol: a) x=10; b) x=-5; c) x=10³; d) x=5/2; e) x=0; f) x=2; g) x=3; h) x=1/2; i) x=4

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| a) $\log x + \log 30 = 1$ | b) $\log(2x) = \log 32 - \log x$ |
|---------------------------|----------------------------------|

Sol: a) x=1/3; b) x=4

9. Resuelve:

a) $\log x = \log 2$ b) $\log x = 3$ c) $\log x = 5$
d) $\log_2 (32^2) = x$ e) $\log x = 2 \log 3$ f) $\log x - \log 10 = 2$
g) $4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81$ h) $\log_2 (x^2 + x + 2) = 2$
i) $\log_2 \left(\frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 1000$; c) $x = 100000$; d) $x = 10$; e) $x = 9$; f) $x = 1000$; g) $x = 4$; h) $x = 1$, $x = -2$; i) $x = 1$, $x = 13/3$

10. Resuelve:

a) $\log (3x + 25) = 2$ b) $\frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1$ c) $\log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2$
d) $3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8$ e) $\log 3 + \log (x - 1) = \log (2x)$
f) $\log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x$ g) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases}$

Sol: a) $x = 25$; b) $x = 3/2$; c) $x = -5/3$; d) $x = 3$; e) $x = 3$; f) $x = 1000$; g) $x = 100$, $y = 10$

11. Expresa los siguientes logaritmos en función de $\log 2$:

a) $\log 64$ b) $\log \frac{1}{16}$ c) $\log 5$ d) $\log 0,32$ e) $\log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$

Sol: a) $6 \log 2$; b) $-4 \log 2$; c) $1 - \log 2$; d) $5 \log 2 - 2$; e) $2 \log 2 - 1/3$

12. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

a) $\log 4$ b) $\log 5$ c) $\log 6$ d) $\log 9$ e) $\log 18$
f) $\log 30$ g) $\log 48$ h) $\log 72$ i) $\log 16$ j) $\log 40$
k) $\log 20$ l) $\log 32$

13. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

a) $\log 0,3$ b) $\log 0,48$ c) $\log \sqrt[3]{40}$ d) $\log \frac{48}{9}$ e) $\log \frac{18}{5}$
f) $\log 0,072$ g) $\log \frac{30}{4,8}$ h) $\log (1,8)^3$ i) $\log \sqrt[4]{\frac{9}{32}}$
j) $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$ k) $\log \left(\frac{8}{3} \right)^2$ l) $\log \left(\frac{5}{4} \right)^3$

14. Halla:

a) $\log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right)$ b) $\log_3 \left(\frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^1}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right)$
c) $\log \left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$ d) $\log_5 \left(\frac{5^{-2} \sqrt{625}}{25 \sqrt{125}} \right)$

Sol: a) $-5/2$; b) $-9/2$; c) $2/3$; d) $-7/2$

15. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

a) $\log 3$ b) $\log^2 e$ c) $\log^3 5$ d) $\log 5$ e) $\log^5 25$

Sol: a) $\ln 3 / \ln 10$; b) $1 / \ln 2$; c) $\ln 5 / \ln 3$; d) $\ln 5 / \ln 10$; e) $\ln 25 / \ln 5 = 2$

16. Determina los intervalos en los que puede variar x para que se verifique:

a) $0 < \log^3 x < 1$ b) $1 < \log^2 x < 4$ c) $2 < \ln x < 3$ d) $-1 < \log^2 x < 0$

e) $-2 < \ln x < 1$ f) $0 < \log x < 2$ g) $1 < \ln x^2 < 2$ h) $0 < \log^2 x < 3$

Sol: a) $1 < x < 3$; b) $2 < x < 16$; c) $e^2 < x < e^3$; d) $1/2 < x < 1$; e) $e^{-2} < x < e$; f) $1 < x < 100$;

g) $\sqrt{e} < x < e$; h) $1 < x < 8$

17. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?. Sol: $x < 1$

18. Prueba que $\ln 10 \cdot \log e = 1$

19. Si la base de un sistema de logaritmos es $1/3$. ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1? Sol: negativos

20. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2?. Sol: se le suma 3

21. Resuelve:

a) $\log^3 9 = x$ b) $\log_x(1/8) = -3$ c) $\log^2 x = 5$ d) $\log^3(\sqrt{3}/9) = x$

e) $\log^x 5 = -2$ f) $\ln(1/e^2) = x$ g) $\log^9(\sqrt{3}/3) = x$ h) $\log^{(1/2)} 8 = x$

i) $\log^3 x^4 = 8$ j) $\log x + \log 2 = \log 5$ k) $\log^{1/2} 2^3 = x$ l) $\log x - 1 = 2$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 2$; c) $x = 32$; d) $x = -3/2$; e) $x = 1/\sqrt{5}$; f) $x = -2$; g) $x = -1/4$; h) $x = -3$; i) $x = 9$; j) $x = 5/2$; k) $x = -3$; l) $x = 1000$

22. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

a) $\log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3$

b) $\ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3$

c) $\log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x)$

d) $2 \log x - \log(2x) = \log(x-1)$

e) $\ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x)$

f) $3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2$

Sol: a) $x = 12$; b) $x = 3$; c) $x = 3$; d) $x = 2$; e) $x = 0$; f) $x = 2$

23. Determina los intervalos en los que puede variar x:

a) $0 < \log^3 x < 2$ b) $1 < \log^2 x < 3$ c) $0 < \log x < 1/2$

d) $1/2 < \log^4 x < 1$ e) $-1 < \log^3 x < 2$ f) $-2 < \log^2 x < 3/2$

Sol: a) $1 < x < 9$; b) $2 < x < 8$; c) $1 < x < \sqrt{10}$; d) $2 < x < 4$; e) $1/3 < x < 9$; f) $1/4 < x < \sqrt{8}$

24. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

a) $2 \log_2 \left(\frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right)$ b) $\log \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}}$ c) $\ln \left(\frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right)$

d) $\log_3 \left(\frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right)$ e) $\log_5 \left(\frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right)$ f) $\log_4 \left(\frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right)$

Sol a) -1; b) -1; c) $13/2$; d) 0; e) -1; f) $3/4$

25. Resuelve:

a) $\log_{27} 3 = x$ b) $\log_2 \sqrt[3]{32} = x$ c) $\log_x 7 = 2$

d) $\log_3 \frac{81}{x} = 3$ e) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ f) $\log_{\sqrt{1000}} x = 0$

g) $\log_{49} \sqrt{7} = x$ h) $\log_2 \frac{x}{4} = -2$ i) $\log_x \sqrt{81} = 2$

j) $\log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1$ k) $\log_5 \frac{100}{x} = 2$ l) $\log_{\sqrt{x}} 9 = 2$

Sol: a) $x = 1/3$; b) $x = 5/3$; c) $x = 49$; d) $x = 3$; e) $x = 4$; f) $x = 1$; g) $x = 1/4$; h) $x = 1$; i) $x = 3$; j) $x = 9$; k) $x = 4$; l) $x = 9$

26. Resuelve las ecuaciones:

a) $\ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ b) $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3)$

c) $\log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x)$ d) $2 \log(x-1) = 2 \log 2$

e) $\log(x+1) - \log\sqrt{x-1} = \log(x-2)$ f) $\log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 1$; c) $x = -1, x = 2$; d) $x = -1, x = 3$; e) $x = 5$; f) $x = 1$