

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009035

Fecha y hora de registro: 2013-06-22 11:51:35.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Raquel Caro

Revisor: Pedro Luis Suberviola y Sergio Hernández

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

4. ECUACIONES DE 2º GRADO

Hay ecuaciones de segundo grado que ya sabes resolver. El curso próximo estudiarás como resolverlas todas. Pero en este curso vamos a aprender a resolver algunas. Por ejemplo, el siguiente problema ya sabes resolverlo:

Actividades resueltas

- ✚ Se aumenta el lado de una baldosa cuadrada en 3 cm y su área ha quedado multiplicada por 4, ¿Qué lado tenía la baldosa?

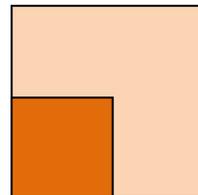
Planteamos la ecuación:

$$(x + 9)^2 = 16x^2$$

¡Esta ecuación si sabes resolverla! $x + 9 = 4x \rightarrow 9 = 3x$, luego el lado es de 3 cm.

Hay otra solución, $x + 9 = -4x \rightarrow 9 = 5x \rightarrow x = -9/5$, que no tiene sentido como lado de un cuadrado.

Vamos a estudiar de forma ordenada estas ecuaciones.



4.1. Concepto de ecuación de 2º grado

Una **ecuación de segundo grado** es una ecuación polinómica en la que la mayor potencia de la incógnita es 2. Las ecuaciones de segundo grado se pueden escribir de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a , b y c son números reales, con $a \neq 0$.

Ejemplo 1:

- ✚ Son ecuaciones de 2º grado por ejemplo

$$5x^2 - 8x + 3 = 0; \quad -6x^2 + 2x - 9 = 0; \quad x^2 - 25x - 1,1 = 0.$$

Ejemplo 2:

- ✚ Los coeficientes de las ecuaciones de 2º grado son números, por lo tanto pueden ser fracciones o raíces. Por ejemplo:

$$\frac{3}{5}x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0; \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{4} = 0; \quad -2,7x^2 + 3,5x - 0,2 = 0; \quad \sqrt{2}x^2 + 3x - \sqrt{5} = 0.$$

Actividades propuestas

33. Indica si son ecuaciones de segundo grado las siguientes ecuaciones:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$

c) $3x^2 - 5 = 0$

e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $7xy^2 - 2 = 0$

d) $6 - 8,3x = 0$

f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

34. En las siguientes ecuaciones de segundo grado, indica quiénes son a , b y c .

a) $7 - 8x^2 + 2x = 0$

b) $-6x^2 + 9x = 0$

c) $4x^2 - 5 = 0$

d) $x^2 - 3x + 5 = 0$

4.2. Resolución de ecuaciones de 2º grado incompletas

Llamamos **ecuación de 2º grado incompleta** a aquella ecuación de segundo grado en la que el coeficiente b vale 0 (falta b), o el coeficiente c vale 0 (falta c).

Ejemplo:

✚ La ecuación de 2º grado $3x^2 - 15 = 0$ es incompleta porque el coeficiente $b = 0$, es decir, falta b .

✚ La ecuación de 2º grado $3x^2 - 15x = 0$ es incompleta porque no tiene c , es decir, $c = 0$.

Las ecuaciones de 2º grado incompletas se resuelven de una manera u otra dependiendo del tipo que sean.

Si el coeficiente $b = 0$: Despejamos la incógnita normalmente, como hacíamos en las ecuaciones de primer grado:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Si el coeficiente $c = 0$: Sacamos x factor común:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0.$$

Para que el producto de dos factores valga cero, uno de los factores debe valer cero.

Por tanto $x = 0$, o $ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

Ejemplos:

✚ En la ecuación $2x^2 - 50 = 0$ falta la b . Para resolverla despejamos la incógnita, es decir, x^2 :

$$2x^2 - 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 50/2 = 25$$

Una vez que llegamos aquí, nos falta quitar ese cuadrado que lleva nuestra incógnita. Para ello, haremos la raíz cuadrada en los 2 miembros de la ecuación:

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Así hemos obtenido las dos soluciones de nuestra ecuación, 5 y -5 . En efecto, $2 \cdot 5^2 - 50 = 2 \cdot 25 - 50 = 0$, y $2 \cdot (-5)^2 - 50 = 2 \cdot 25 - 50 = 0$

✚ En la ecuación $3x^2 - 21x = 0$ falta la c . Para resolverla, sacamos x factor común:

$$3x^2 - 21x = 0 \Rightarrow 3x(x - 7) = 0$$

Una vez que llegamos aquí, tenemos dos opciones

1) $3x = 0 \Rightarrow x = 0$.

2) $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$.

Así hemos obtenido las dos soluciones de la ecuación $x = 0$ y $x = 7$.

Actividades resueltas

✚ Resuelve la ecuación de 2º grado $2x^2 - 72 = 0$:

Solución: Se trata de una ecuación de 2º grado incompleta donde falta la b . Por lo tanto, despejamos la incógnita: $2x^2 - 72 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 72/2 = 36 \Rightarrow x = \pm\sqrt{36} = \pm 6$. Las raíces son 6 y -6.

✚ Resuelve la ecuación de 2º grado $x^2 + 11x = 0$:

Solución: Se trata de una ecuación de 2º grado incompleta donde falta la c . Por lo tanto, sacamos factor común: $x^2 + 11x = 0 \Rightarrow x(x + 11) = 0$ y obtenemos las dos soluciones: $x = 0$ y $x + 11 = 0 \Rightarrow x = -11$.

Actividades propuestas

35. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado incompletas:

a) $3x^2 + 9x = 0$

b) $2x^2 - 8 = 0$

c) $x^2 - 81 = 0$

d) $2x^2 + 5x = 0$

4.3. Resolución de ecuaciones de 2º grado completas

Se llama **ecuación de segundo grado completa** a aquella que tiene valores distintos de cero para a , b y c . Para resolver las ecuaciones de segundo grado completas, usaremos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta fórmula nos permite calcular las dos soluciones de nuestra ecuación.

Llamaremos **discriminante** a la parte de la fórmula que está en el interior de la raíz:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Actividades resueltas

✚ Resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solución: Primero debemos saber quiénes son a , b y c : $a = 1$; $b = -5$; $c = 6$

Sustituyendo estos valores en nuestra fórmula, obtenemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Por lo tanto, nuestras dos soluciones son:

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

En efecto, $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$, y $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$, luego 3 y 2 son soluciones de la ecuación.

Actividades propuestas

36. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado completas:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

c) $3x^2 - 8x + 2 = 0$

d) $x^2 - x - 12 = 0$