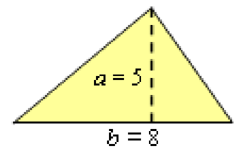
Tema 6. (I) Álgebra

Resumen

Una expresión algebraica es aquella en la que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales.
El álgebra utiliza esas expresiones para establecer relaciones de carácter genérico, pues las letras pueden tomar cualquier valor.

- El álgebra permite dar fórmulas generales. Así, el área de cualquier triangulo es $A = \frac{b \cdot a}{2}$, siendo b la base y a la altura.



Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es: $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.

- El álgebra permite expresar propiedades generales. Así, para indicar que una operación, por ejemplo la suma, cumple la propiedad conmutativa, se escribe: $a + b = b + a$
- El álgebra permite manejar números de valor desconocido. Así, si con la letra x se designa un número desconocido:

El doble de x es $2x$, que significa $2 \cdot x$. Por tanto, si x valiese 8, $2x$ valdría 16.

La mitad de x es $x : 2 = \frac{x}{2}$ $\rightarrow$ Si x valiese 100, $\frac{x}{2}$ valdría 50.

El cuadrado de x es x^2, que significa $x \cdot x \rightarrow$ si x valiese 7, $x^2 = 7 \cdot 7 = 49$.

La suma $2x + 5x$ es igual a $7x$. Igualmente: $\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}x = \frac{8}{3}x$; y $x - \frac{x}{3} = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$.

- El álgebra permite establecer relaciones entre números. Así, para indicar que dos números son consecutivos se les da valores x y $x + 1$. escribe

Monomios. Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tiene un término. Un término es: un número; una letra; o un producto de números por letras.

Ejemplos: a) Cualquier número es un término. Así, 8, –3 o $\frac{4}{3}$ son términos, que por no poder variar se llaman constantes.

b) Cualquier letra es un término. Así, a, b o x son términos.
c) Cualquier producto de números por letras es un término. Así, $3 \cdot a$, $-4 \cdot a \cdot x$ o $x \cdot x$ son términos. Esos términos suele escribirse omitiendo los puntos de multiplicar. Esto es:
$3 \cdot a = 3a$, $-4 \cdot a \cdot x = -4ax$ o $x \cdot x = x^2$.
d) La expresión $2a^2b - 4b + 5$ no es un monomio, pues esta formada por tres términos. Por tanto, si hay sumas o restas la expresión no es un monomio. Se llamará polinomio.

- En un monomio, al número se le llama coeficiente; a la letra o letras que lo multiplican se le llama parte literal.

Ejemplo: La parte literal de $3a$, $-4ax$ y x^2 es, respectivamente, a, ax y x^2. Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, –4 y 1.
Observa que cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sola con signo negativo, su coeficiente es –1. No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de $-ab^2$ y de x^3 son, respectivamente, –1 y 1.

- Valor numérico de un monomio es el valor que se obtiene cuando se sustituyen las letras por números. Así, en $-ab^2$, si $a = 3$ y $b = -2$, su valor es $-3 \cdot (-2)^2 = -3 \cdot 4 = -12$.

- El grado de un monomio es el grado de la parte literal, que es la suma de los grados de las letras que la forman.

Ejemplo: El grado de $3a$ es 1; el grado de x^2 es 2; el grado de $2a^2b$ es 3.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal. **Ejemplos**: a) Los monomios $3a$ y $5a$ son semejantes.
b) También son semejantes los monomios: x^2 y $6x^2$; y, $2a^2b$ y $3a^2b$.
c) No son semejantes: $3a$ y $2ab$. Tampoco lo son $2x^2$ y $3x$.

Suma y resta de monomios

Sólo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes.
Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.
Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ pueden sumarse y restarse. Esto es, pueden hacerse las operaciones: $3a+5a$ y $3a-5a$
b) Los monomios $2x^2$ y $3x$ no pueden sumarse ni restarse. Las operaciones $2x^2+3x$ y $2x^2-3x$ no pueden realizarse.

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejemplos:
a) $3a+5a=(3+5)a=8a$; b) $3a-5a=(3-5)a=-2a$; c) $2x+7x-5x=4x$
d) $2x^2+3x$ se deja indicada, como está. e) $2x+7x-5=9x-5$

- La suma y resta de expresiones algebraicas cumplen las mismas propiedades que la suma y resta de números. Habrá que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:
a) $2a+7a=7a+2a$; b) $5a-(a-3a)=5a-(-2a)=5a+2a=7a$

Producto de monomios

Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.
Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras.
Ejemplos:
a) $(3a)\cdot(5a)=(3\cdot5)\cdot(a\cdot a)=15a^2$; b) $(3a)\cdot(-5a)=(3\cdot(-5))\cdot(a\cdot a)=-15a^2$;
c) $x\cdot x\cdot x=x^3$ d) $(2x^2)\cdot(3x)=2\cdot3\cdot x^2\cdot x=6x^3$

División de monomios

Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.
Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción
Ejemplos:
a) $\dfrac{12a^2}{3a}=\dfrac{12}{3}\cdot\dfrac{a^2}{a}=4a$; b) $\dfrac{10a^2b}{15ab^3}=\dfrac{10}{15}\cdot\dfrac{a^2}{a}\cdot\dfrac{b}{b^3}=\dfrac{2}{3}\cdot a\cdot\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{2a}{3b^2}$
c) $\dfrac{5x^2}{15x}=\dfrac{5}{15}\cdot\dfrac{x^2}{x}=\dfrac{1}{5}x=\dfrac{x}{5}$ d) $\dfrac{-10x^2y}{5xy^2}=\dfrac{-10}{5}\cdot\dfrac{x^2}{x}\cdot\dfrac{y}{y^2}=-2x\cdot\dfrac{1}{y}=-\dfrac{2x}{y}$