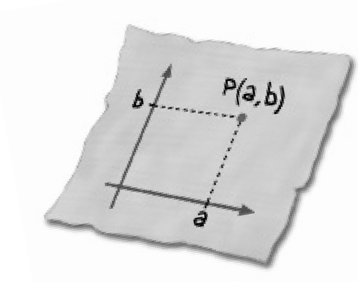
13 Funciones

El ingenio y la espada

René, un joven soldado, que en 1618 contaba con 22 años, paseaba por la ciudad de Breda sin rumbo fijo. Había decidido viajar para conocer el mundo y no se arrepentía lo más mínimo de haberlo hecho como soldado de fortuna. Podía alquilar su espada o su ingenio; nadie preguntaba por la espada y, sin embargo, se exigía prueba del ingenio.

Al llegar a una plaza le llamó la atención un grupo de gente que se agolpaba frente una fachada, queriendo leer un cartel que había pegado en ella. La curiosidad pudo con él y, desconociendo el idioma, pidió que lo tradujeran al francés o al latín. Se encontró con un problema matemático por cuya resolución ofrecía una recompensa un tal Beeckman, científico de renombre en el país.

Al día siguiente se presentó en su casa con la solución al problema. Beeckman se sorprendióal ver al soldado; sin embargo, al leer la solución volvió a mirar al joven y ya no vio la espada, sino su enorme talento.



El joven era René Descartes y su ingenio le hizo inmortal. A él deben su nombre los diagramas cartesianos, donde sustituye cada punto del plano por un par de números que lo identifican.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre la vida de René Descartes, famoso matemático del siglo XVII.**

Se puede encontrar información sobre la vida de René Descartes en este enlace:
http://www.biografiasyvidas.com/biografia/d/descartes.htm

En la siguiente página web se puede completar la biografía de este matemático:
http://www.astroseti.org/articulo/3548/biografia-de-rene-descartes/

2 **Investiga sobre el episodio que narra el texto y los trabajos que hicieron juntos Descartes y Beeckman.**

En esta página web se puede obtener más información sobre la vida de Descartes y también sobre los trabajos que realizó con Beekman:
http://www.webdianoia.com/moderna/descartes/desc_bio.htm

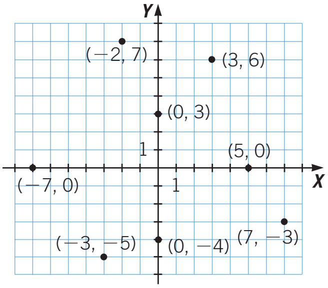
3 **¿Cuáles fueron los trabajos más importantes que realizó Descartes relacionados con las matemáticas?**

En la siguiente página web se puede completar la biografía de Descartes y encontrar datos sobre los trabajos que realizó:
http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/mateospetsuak/Descartes.asp

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Representa los siguientes puntos en un sistema de coordenadas cartesianas.**

a) (3, 6)
b) (7, −3)
c) (0, 3)
d) (0, −4)
e) (−2, 7)
f) (−3, −5)
g) (−7, 0)
h) (5, 0)



2 **Decide si las siguientes magnitudes son directa o inversamente proporcionales.**

a) El número de entradas que se compran para ir al cine y su precio.

b) La velocidad que lleva un coche y el tiempo que tarda en recorrer un trayecto.

c) El número de personas que realizan un trabajo y el tiempo que tardan en terminarlo.

a) A doble, triple,… número de entradas, le corresponde doble, triple,… precio. Son magnitudes directamente proporcionales.

b) A doble, triple,… velocidad, le corresponde la mitad, un tercio,… de tiempo. Son magnitudes inversamente proporcionales.

c) A doble, triple,… número de personas, le corresponde la mitad, un tercio,… de tiempo. Son magnitudes inversamente proporcionales.

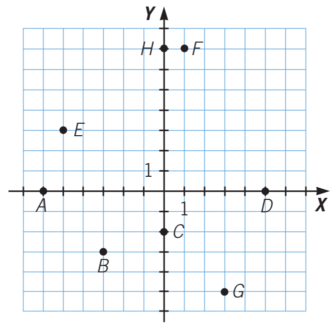
Funciones

EJERCICIOS

001 **Representa los siguientes puntos en un sistema de coordenadas cartesianas. ¿Cuántos hay en cada cuadrante?**

A$(-6, 0)$	***E***$(-5, 3)$
B$(-3, -3)$	***F***$(1, 7)$
C$(0, -2)$	***G***$(3, -5)$
D$(5, 0)$	***H***$(0, 7)$

Primer cuadrante: *F*
Segundo cuadrante: *E*
Tercer cuadrante: *B*
Cuarto cuadrante: *G*

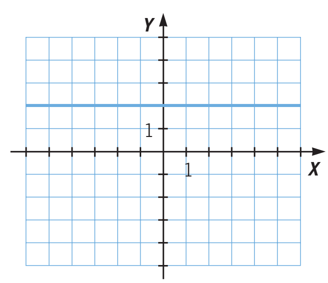


002 **Dado el punto *P*(*x*, *y*), con $x > 0$ e $y < 0$, ¿en qué cuadrante estará representado? Pon un ejemplo.**

Los puntos de este tipo están en el cuarto cuadrante, por ejemplo $(4, -3)$.

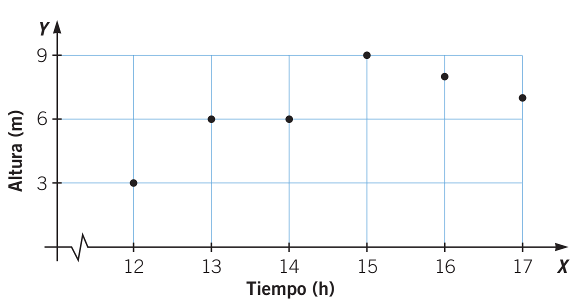
003 **Representa todos los puntos cuya ordenada sea 2. ¿Qué observas?**

Es una recta horizontal.



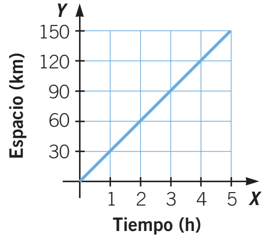
004 **Estudia si estos valores son de una función.**

Tiempo (h)	12	13	14	15	16	17
Altura (m)	3	6	6	9	8	7



Puede ser una función, porque a cada valor de *x* solo le corresponde un valor de *y*.

005 **¿Representa esta gráfica a una función?**



Sí, porque a cada valor de *x* solo le corresponde un valor de *y*.

006 **Cada kilo de fruta cuesta 2,50 €. En la función que relaciona cada peso con su precio, halla el valor de *y* para 2, 4, 6, 8 y 10 kilos.**

Peso (kg)	2	4	6	8	10
Precio (€)	5	10	15	20	25

007 **Indica cuáles de las siguientes relaciones son funciones y cuáles no.**

a) Título de un libro y número de páginas.

b) Velocidad y tiempo en recorrer un trayecto.

c) Hora del día y longitud de una sombra.

a) No es una función.

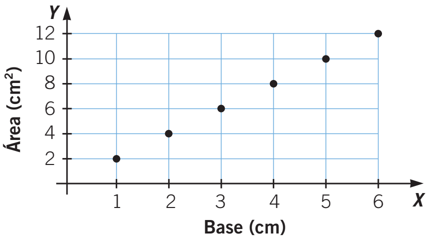
b) Es una función.

c) Es una función.

008 **En esta tabla de valores se relaciona la base con el área de un rectángulo de altura 2 cm.**

Base (cm)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Área (cm^2)	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**

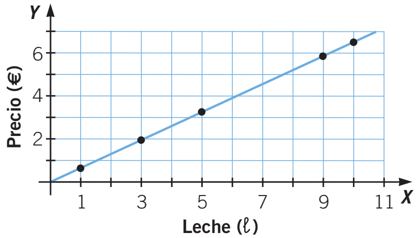
Representa los valores gráficamente.



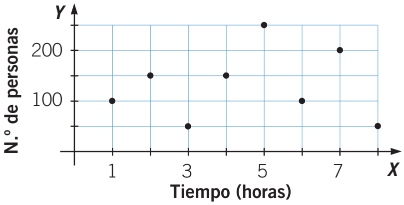
Funciones

009 **Copia y completa la tabla, y representa la función que relaciona las magnitudes.**

Leche (ℓ)	1	3	5	9	10
Precio (€)	0,65	1,95	3,25	5,85	6,50



010 **Esta gráfica relaciona las horas transcurridas desde la apertura de una exposición con el número de personas que asisten. Forma la tabla de valores correspondiente.**



Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6	7	8
N.º de personas	100	150	50	150	250	100	200	50

011 **Pon un ejemplo de una función expresada mediante una tabla de valores, y en cuya representación gráfica estén unidos sus puntos.**

Por ejemplo, la función que relaciona el área de un cuadrado y su lado.

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8
Área (cm^2)	1	4	9	16	25	36	49	64

012 **Dada la función que asocia a cada número entero su cuarta parte más 5:**
a) Halla su expresión algebraica. **b) Calcula $f(2)$ y $f(0)$.**

a) $y = \frac{x}{4} + 5$

b) $f(2) = \frac{2}{4} + 5 = \frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2}$ $f(0) = \frac{0}{4} + 5 = 5$

013 **Dada la función que asocia a cada número su triple menos 7 unidades:**
a) Halla su expresión algebraica. **b) Calcula $f(3)$ y $f(5)$.**

a) $y = 3x - 7$

b) $f(3) = 3 \cdot 3 - 7 = 9 - 7 = 2$ $f(5) = 3 \cdot 5 - 7 = 15 - 7 = 8$

014 **Expresa la relación que existe entre el lado de un cuadrado y su área, mediante una expresión algebraica.**

Si el lado es x y el área es y, la relación es $y = x^2$.

015 **La función que relaciona cada hora con su temperatura ambiental no tiene expresión algebraica. Razónalo. ¿Puedes poner otro ejemplo de función similar?**

No tiene expresión algebraica porque la temperatura no es predecible en función del tiempo.

Otro ejemplo sería la función que relaciona la edad con el peso de una persona.

016 **Determina si es continua la función que relaciona la edad con el peso de una persona. Algunos pares de valores vienen recogidos en la siguiente tabla:**

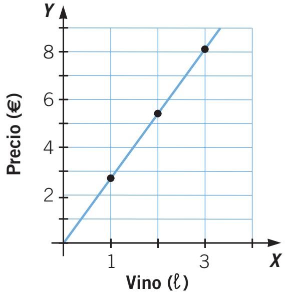
Edad (años)	0,5	1	2	5	8	11
Peso (kg)	5	6	9	15	21	34

Es una función continua, porque para cualquier edad se puede obtener un peso.

017 **En un almacén se vende el litro de vino a 2,70 €. Expresa esta situación con una función, dibuja la gráfica y determina si es continua.**

La función es $f(x) = 2{,}70x$.

Es una función continua.

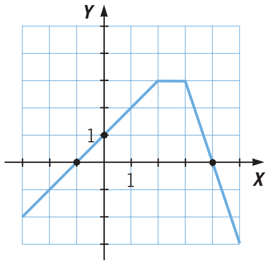


018 **Pon un ejemplo de función continua y otra con puntos de discontinuidad.**

Ejemplo de función continua: el precio de la carne dependiendo de su peso.

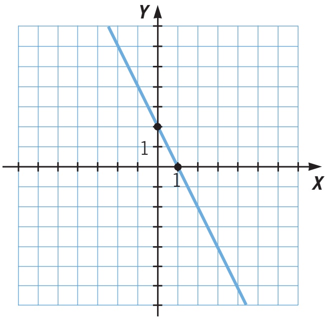
Ejemplo de función con puntos de discontinuidad: el coste de una llamada de teléfono dependiendo de su duración (si se tarifa por minutos).

019 **Determina los puntos de corte con los ejes de esta función.**



- Puntos de corte con el eje X: $(-1, 0)$ y $(4, 0)$
- Punto de corte con el eje Y: $(0, 1)$

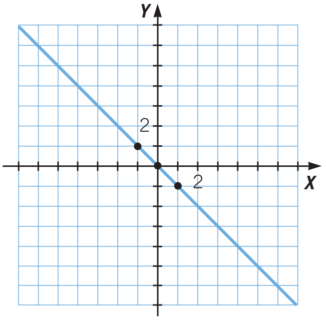
020 **Representa la función $y = -2x + 2$, y halla sus puntos de corte con los ejes.**



Puntos de corte

- Con el eje de abscisas:
  $y = 0 \rightarrow 0 = -2x + 2 \rightarrow x = 1$
  La recta corta al eje X en el punto (1, 0).
- Con el eje de ordenadas:
  $x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 + 2 \rightarrow y = 2$
  La recta corta al eje Y en el punto (0, 2).

021 **Representa la función $y = -x$. Obtén los puntos de corte con los ejes.**

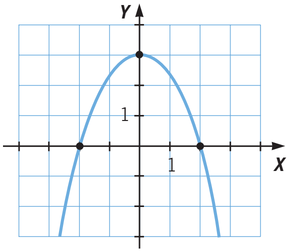


Puntos de corte

- Con el eje de abscisas:
  $y = 0 \rightarrow 0 = -x \rightarrow x = 0$
  La recta corta al eje X en el punto (0, 0).
- Con el eje de ordenadas:
  $x = 0 \rightarrow y = 0$
  La recta corta al eje Y en el punto (0, 0).

022 **Dibuja la gráfica de una función continua que corte dos veces al eje X y una vez al eje Y.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

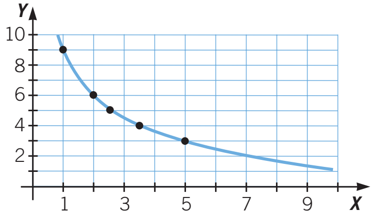


023 **¿Cuántos puntos de corte con el eje X tiene una función del tipo $y = x + a$? ¿Y con el eje Y?**

La función cortará una vez al eje X y otra vez al eje Y.

024 **Dibuja una gráfica que no tenga puntos de corte con los ejes.**

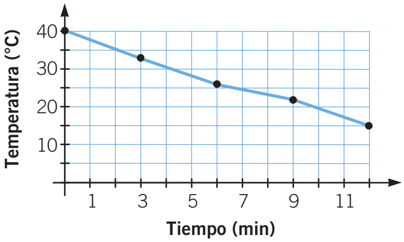
Respuesta abierta. Por ejemplo:



025 **Representa la evolución de la temperatura de una taza de café a lo largo del tiempo.**

Tiempo (min)	0	3	6	9	12
Temperatura (°C)	40	33	26	22	15

Indica cuándo crece y decrece la función.



La función es siempre decreciente.

026 **Un globo aerostático registra la temperatura del aire en función de la altitud.**

Altitud (km)	0	1	2	3	4	5
Temperatura (°C)	16	6	2	−1	−4	−6

Estudia si es creciente o decreciente.

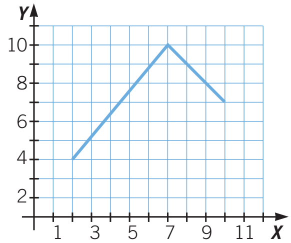
La función es siempre decreciente.

027 **Dibuja una función para cada una de las condiciones.**

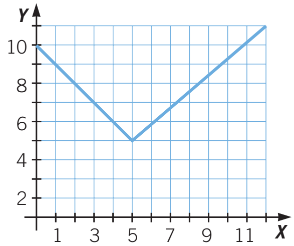
a) Crece de $x = 2$ hasta $x = 7$, y decrece de $x = 7$ hasta $x = 10$.

b) Decrece de $x = 0$ hasta $x = 5$, y crece de $x = 5$ hasta $x = 12$.

a)



b)

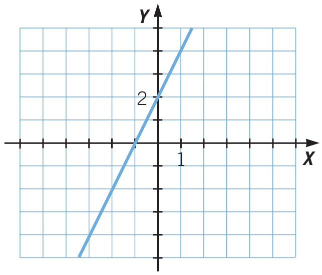


028 **Representa la gráfica de una función que cumpla que:**

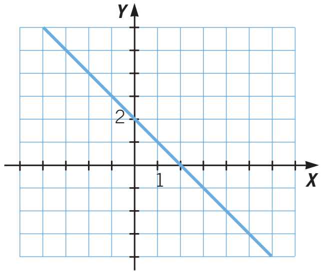
a) Siempre sea creciente.

b) Siempre sea decreciente.

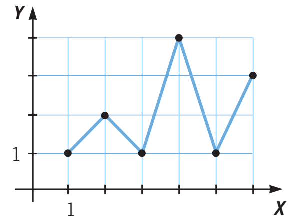
a)



b)



029 **Indica los máximos y los mínimos de la siguiente función:**



Máximos: (2, 2) y (6, 3)

Mínimos: (3, 1) y (5, 1)

030 **Los datos de la tabla muestran la velocidad de un motorista en función del tiempo transcurrido.**

Tiempo (min)	0	5	10	15	20	25
Velocidad (km/h)	0	45	90	45	60	30

Encuentra sus máximos y mínimos.

Máximos: (10, 90) y (20, 60) Mínimo: (15, 45)

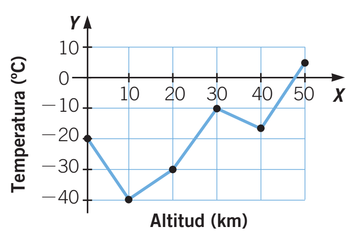
031 **Representa gráficamente los datos de esta tabla, y encuentra sus máximos y mínimos tanto absolutos como relativos.**

Altitud (km)	0	10	20	30	40	50
Temperatura (°C)	−20	−40	−30	−10	−18	5

Mínimos relativos: (10, −40) y (40, −18)

De ellos, el mínimo absoluto es (10, −40).

Máximo relativo y absoluto: (30, −10)



032 **Dibuja la gráfica de una función que tenga:**

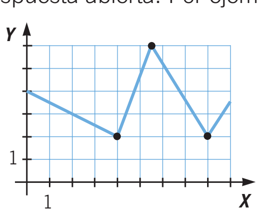
a) Un máximo y dos mínimos.

b) Un máximo y ningún mínimo.

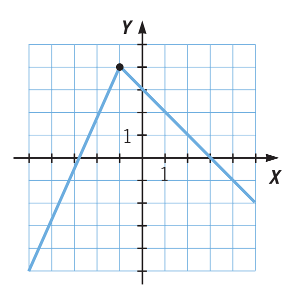
c) Ningún máximo ni mínimo.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

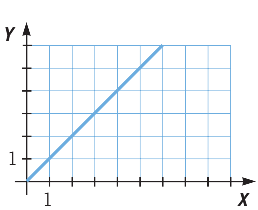
a)



b)



c)



033 **Un litro de un refresco cuesta 1,25 €.**

a) Haz una tabla que relacione el precio en función de los litros.

b) Averigua la expresión algebraica de la función.

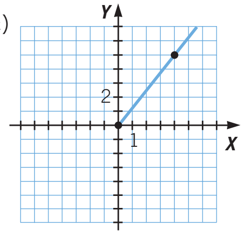
c) Representa gráficamente la función.

a)

N.º de litros	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	1,25	2,50	3,75	5	6,25	7,50

b) $\frac{x}{y} = \frac{4}{5} \rightarrow y = \frac{5}{4}x$

c)

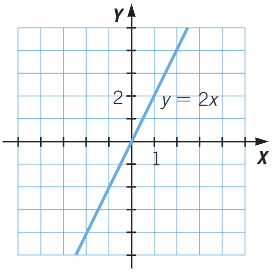


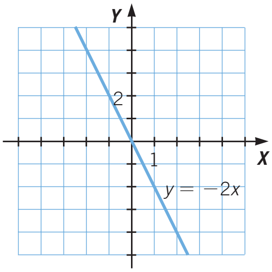
034 **Queremos colocar un tendido eléctrico y cada metro de cable pesa 3 kg. Averigua la expresión algebraica de la función.**

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (kg)	3	6	9	12	15	18

$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \rightarrow y = 3x$

035 **Representa las funciones $y = 2x$ e $y = -2x$. Estudia y compara su crecimiento.**



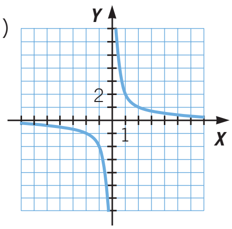


La función $y = 2x$ es creciente y la función $y = -2x$ es decreciente. Ambas son funciones de proporcionalidad directa.

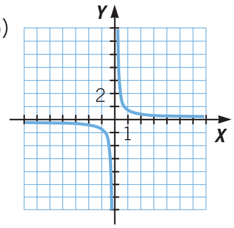
036 **Representa las siguientes funciones.**

a) $y = \dfrac{2}{x}$ **b)** $y = \dfrac{20}{x}$ **c)** $y = -\dfrac{3}{x}$

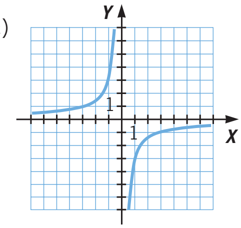
a)



b)



c)



037 **En un trayecto, a una velocidad de 2 km/h, tardo 1,5 h. ¿Cuánto tardaré a 15 km/h?**

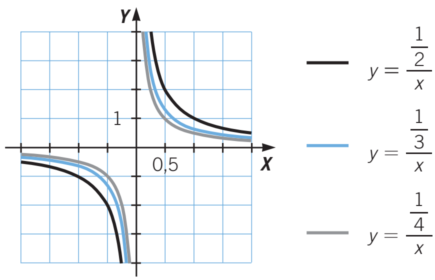
Velocidad	Tiempo
2 ⟶	1,5
15 ⟶	x

$$\left.\begin{array}{l} 2 \longrightarrow 1{,}5 \\ 15 \longrightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x \cdot 15 = 2 \cdot 1{,}5 \rightarrow x = 0{,}2 \text{ h} = 12 \text{ min}$$

038 **Dadas las funciones:** $y = \dfrac{\frac{1}{2}}{x}$ $\quad y = \dfrac{\frac{1}{3}}{x}$ $\quad y = \dfrac{\frac{1}{4}}{x}$

a) Representa estas funciones en el mismo sistema de coordenadas cartesianas.
b) ¿Qué gráfica está por encima de las otras?

a)



b) La gráfica que está por encima de las otras es:

$$y = \frac{\frac{1}{2}}{x}$$

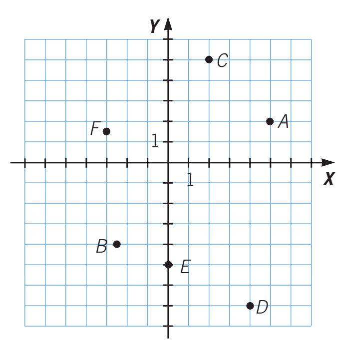
ACTIVIDADES

039 ● **Dibuja unos ejes cartesianos en un papel cuadriculado y representa estos puntos:**

***A*(5, 2)** **_D_(4, −7)**

$B\left(-\dfrac{5}{2}, -4\right)$ **_E_(0, −5)**

***C*(2, 5)** $F\left(-3, \dfrac{3}{2}\right)$



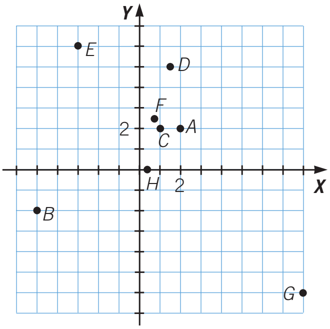
040 Representa en un sistema de coordenadas cartesianas los siguientes puntos:

$A(2, 2)$ $\quad$ $E(-3, 6)$

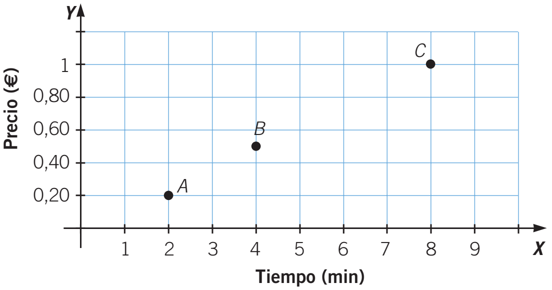
$B(-5, -2)$ $\quad$ $F\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{2}\right)$

$C(1, 2)$ $\quad$ $G(8, -6)$

$D\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ $\quad$ $H\left(\frac{2}{5}, 0\right)$



041 La gráfica relaciona el tiempo de una llamada telefónica con su precio. Indica el precio y el tiempo de las llamadas *A*, *B* y *C*.



a) ¿Qué unidad tomamos en cada eje?

b) Halla la tabla de valores que relaciona ambas magnitudes.

a) En el eje de abscisas, la unidad es 1 minuto. Y en el eje de ordenadas, la unidad es 0,20 €.

b)

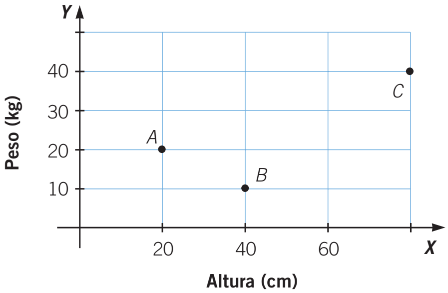
Tiempo (min)	2	4	8
Precio (€)	0,20	0,50	1

042 A partir de la gráfica, indica si las siguientes afirmaciones son ciertas.

a) *B* pesa más que *C*.

b) *C* es el más alto y el que pesa más.

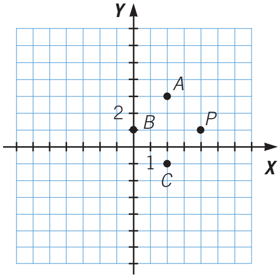
c) *B* es el más bajo y el menos pesado.



Son ciertas las afirmaciones de los apartados b) y c).

043 Representa en un sistema de coordenadas cartesianas los puntos *A*(2, 3), *B*(0, 1) y *C*(2, −1). Halla las coordenadas de otro punto que, junto con ellos, forme los vértices de un cuadrado.

El nuevo punto tiene de coordenadas *P*(4, 1).



044 Decide si estas relaciones son funciones.

a) A cada número natural le asociamos sus divisores.

b) A cada número natural le hacemos corresponder su doble más 3.

a) No es una función, pues un número natural puede tener más de un divisor.

b) Es una función.

045 El precio del kilogramo de cerezas es de 2,75 €.

a) Haz una tabla de valores donde figuren el peso y el precio.

b) Define las variables independiente y dependiente.

c) Obtén su expresión algebraica.

d) Evalúa si es o no una función.

a)

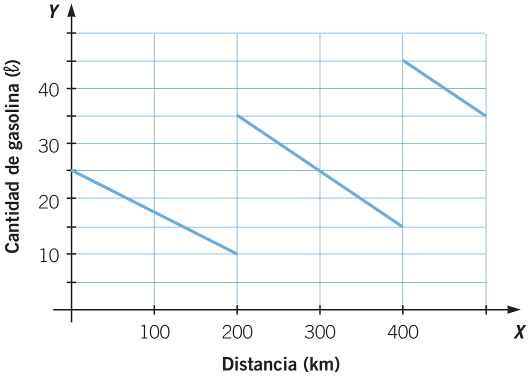
Peso (kg)	1	2	4	6
Precio (€)	2,75	5,50	11	16,50

b) La variable independiente es el peso y la dependiente es el precio.

c) La expresión algebraica es $y = 2{,}75x$.

d) Es una función, pues a cada valor del peso solo le corresponde un precio.

046 La gráfica representa la cantidad de gasolina que hay en el depósito de un coche durante un viaje.



a) ¿Cuántos litros hay en el depósito en el momento de la salida? ¿Y en la llegada?

b) ¿En qué kilómetros se repostó gasolina?

c) ¿Cuántos litros se repostaron durante el viaje?

d) Identifica las variables dependiente e independiente.

a) Hay 25 litros en la salida y 35 litros en la llegada.

b) Se repostó gasolina en los kilómetros 200 y 400.

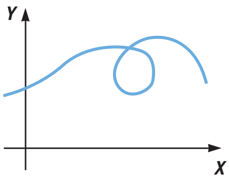
c) Se repostaron 55 litros en total: 25 litros la primera vez y 30 litros la segunda.

d) La variable independiente es la distancia recorrida, en km, y la variable dependiente es la cantidad de gasolina, en ℓ.

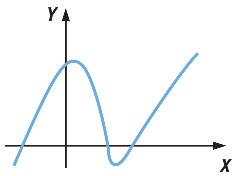
047 ●

Indica cuáles de las siguientes gráficas pertenecen a una función.

a)



b)



a) No es una función. Existen puntos con la misma abscisa y con dos valores diferentes en las ordenadas.

b) Es una función. Cada punto tiene una única ordenada para cada valor de abscisa.

048 ●●

Si en una cafetería hemos pagado 15 € por 6 cafés:

a) Haz una tabla de valores donde figuren el número de cafés y el precio.

b) Señala cuál es cada variable.

a)

N.º de cafés	1	2	4	6
Precio (€)	2,50	5	10	15

b) La variable independiente es el número de cafés y la variable dependiente es el precio, en €.

049 ●

Expresa estas relaciones mediante una tabla de cinco valores como mínimo.

a) Un número y su mitad.

b) El lado de un cuadrado y su área.

c) Un número y su inverso.

d) Un número y su triple.

a)

x	2	4	6	8	10
y	1	2	3	4	5

b)

x	1	2	3	4	5
y	1	4	9	16	25

c)

x	1	2	3	4	5
y	1	1/2	1/3	1/4	1/5

d)

x	1	2	3	4	5	6
y	3	6	9	12	15	18

050 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE EXPRESAN ALGEBRAICAMENTE ALGUNAS RELACIONES NUMÉRICAS?

¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona un número entero con su cuadrado?

PRIMERO. Se construye la tabla de valores.

Número	1	2	3	4	5	6	7	…
Cuadrado	1	4	9	16	25	36	49	…

SEGUNDO. Se escribe de forma algebraica el resultado.

$$x \rightarrow y = x^2$$

Dando un valor a la variable independiente, x, obtenemos el cuadrado de ese valor, que es la variable dependiente, y.

051 **Dada la función que asocia a cada número su mitad más 2 unidades:**

a) Construye una tabla de valores.

b) Encuentra su expresión algebraica.

c) Halla $f(-5)$ y $f(4)$.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	1,5	2	2,5	3

b) La expresión algebraica de la función es: $y = \frac{x}{2} + 2$

c) $f(-5) = \frac{-5}{2} + 2 = -0,5$ $\qquad f(4) = \frac{4}{2} + 2 = 4$

052 **Dada la función que asocia a cada número su opuesto más 5:**

a) Halla su expresión algebraica.

b) Calcula $f(2)$ y $f(-2)$.

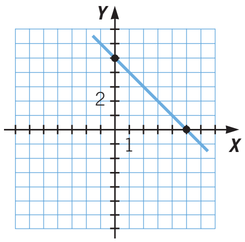
c) Representa la función.

a) $f(x) = -x + 5$

b) $f(2) = -2 + 5 = 3$

$f(-2) = -(-2) + 5 = 2 + 5 = 7$

c)



053 Escribe la expresión algebraica.

a) A cada número le asignamos su quinta parte.
b) A cada número le hacemos corresponder el cubo de su doble.
c) A cada número se le asocia el cuadrado de su tercera parte.

a) $y = \dfrac{x}{5}$ b) $y = (2x)^3$ c) $y = \left(\dfrac{x}{3}\right)^2$

054 En cada apartado se describe la relación entre dos magnitudes. Escribe esta relación mediante una expresión algebraica definiendo, previamente, las variables independiente y dependiente.

a) El precio del kilo de café es de 12,40 €.
b) El precio de los artículos de una tienda está rebajado en un 30 %.
c) El valor de un coche se deprecia un 10 % cada año.
d) La distancia recorrida por un ciclista que circula a 20 km/h.
e) El tiempo que tarda un autobús en realizar su recorrido completo es de 20 minutos.

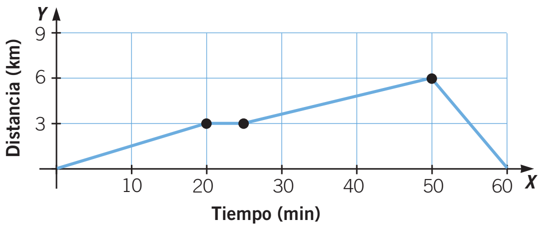
a) $x =$ kilos de café e $y =$ precio $\rightarrow y = 12{,}40x$

b) $x =$ precio original e $y =$ precio rebajado $\rightarrow y = \dfrac{70x}{100}$

c) $x =$ antigüedad del coche e $y =$ depreciación $\rightarrow y = 10x$

d) y e) $x =$ distancia recorrida e $y =$ tiempo $\rightarrow y = 20x$

055 La siguiente gráfica expresa la relación entre el tiempo, en minutos, y el espacio, en kilómetros, recorrido por una persona durante una hora.



a) Exprésalo en una tabla de valores.
b) ¿Cuánto tiempo ha estado parada?
c) ¿Y cuánto tiempo ha caminado?

a)

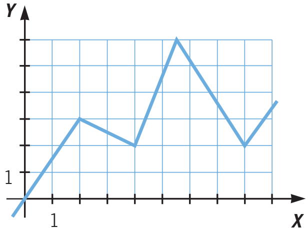
Tiempo (min)	0	20	25	50	60
Distancia (km)	0	3	3	6	0

b) 5 minutos

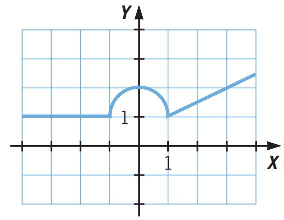
c) 55 minutos

056 **Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las gráficas de las siguientes funciones.**

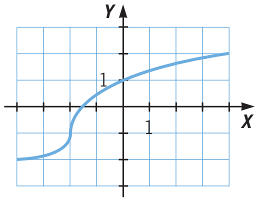
a)



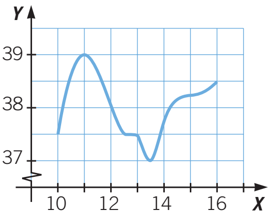
c)



b)



d)



a) Crece desde $x = 0$ hasta $x = 2$, desde $x = 4$ hasta $x = 5{,}5$ y desde $x = 8$ hasta $x = 9$.

Decrece desde $x = 2$ hasta $x = 4$ y desde $x = 5{,}5$ hasta $x = 8$.

b) Crece desde $x = -2$ hasta $x = 2$.

Nunca decrece.

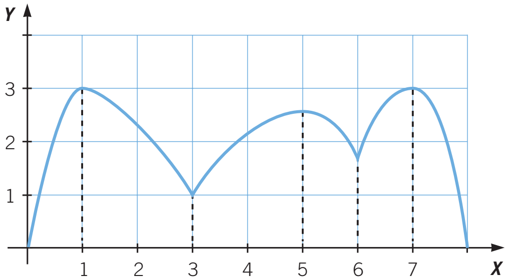
c) Crece desde $x = -1$ hasta $x = 0$ y desde $x = 1$ hasta $x = 3$.

Decrece desde $x = 0$ hasta $x = 1$.

d) Crece desde $x = 10$ hasta $x = 11$ y desde $x = 13{,}5$ hasta $x = 16$.

Decrece desde $x = 11$ hasta $x = 13{,}5$.

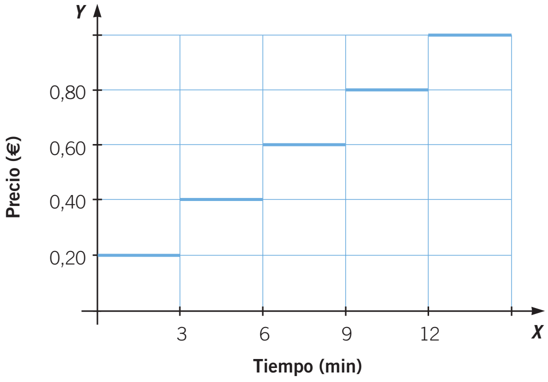
057 **Indica los máximos y mínimos.**



Los máximos son: (1, 3), (5; 2,5) y (7, 3)

Los mínimos son: (3, 1) y (6; 1,75)

058 La gráfica muestra el precio de una llamada telefónica con un determinado contrato.



a) Identifica las variables. ¿Es una función?

b) Averigua si es una función creciente o decreciente.

c) ¿Tiene máximos y mínimos?

d) ¿Cuánto costará una llamada de 8 minutos? ¿Y una de 7 minutos? ¿Y una de 2 minutos?

e) Si solo quiero gastar 1 €, ¿cuánto tiempo podré hablar?

f) ¿Es una función continua?

a) La variable dependiente es el tiempo y la independiente es el precio. Es una función.

b) Es una función constante a intervalos (escalonada) y creciente en los puntos de salto.

c) No tiene máximos ni mínimos.

d) Una llamada de 8 minutos costará 0,60 €; una de 7 minutos, 0,60 €, y otra de 2 minutos, 0,20 €.

e) Con 1 € podré hablar durante 15 minutos.

f) No es una función continua.

059 La velocidad de un motorista varía según se indica en la gráfica.

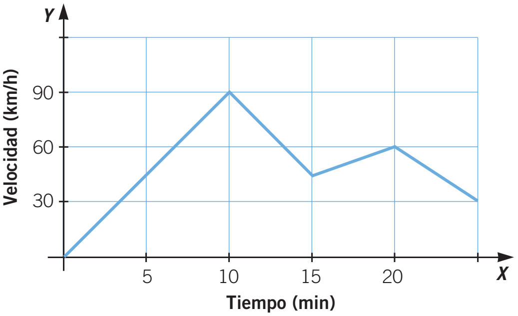
a) Indica los tramos donde la función crece.

b) Indica los tramos donde la función decrece.

c) Halla los máximos absolutos y relativos.

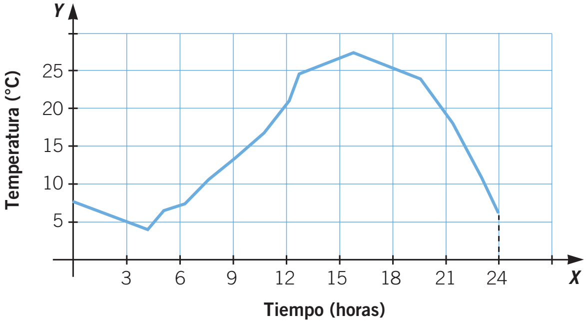
d) ¿Cuáles son los mínimos absolutos o relativos?

e) ¿Es una función continua?



a) Crece desde $x = 0$ hasta $x = 10$ y desde $x = 15$ hasta $x = 20$.
b) Decrece desde $x = 10$ hasta $x = 15$ y desde $x = 20$ hasta $x = 25$.
c) Los máximos relativos son: (10, 90) y (20, 60), y el máximo absoluto es: (10, 90)
d) Hay un mínimo relativo en (15, 45) y un mínimo absoluto en (0, 0).
e) Es una función continua.

060 **La gráfica muestra la temperatura de una ciudad durante 24 horas seguidas.**



Analiza su crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.

La temperatura decrece desde las 0 hasta las 4 horas y desde las 16 hasta las 24 horas.

La temperatura crece desde las 4 hasta las 16 horas.

La temperatura mínima se da a las 4 horas con 4 °C y la máxima a las 16 horas con 27 °C.

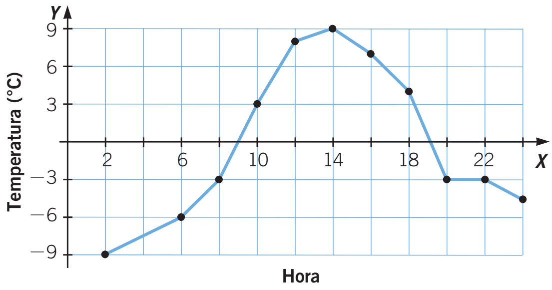
061 **Esta tabla muestra las temperaturas de una localidad a lo largo de un día.**

Hora	2	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura (°C)	−9	−6	−3	3	8	9	7	4	−3	−3	−5

a) Identifica las variables.
b) Representa la gráfica.
c) Halla los máximos relativos.
d) Halla los mínimos relativos.
e) ¿Es una función continua?
f) ¿Durante cuántas horas la temperatura ha superado los 0 °C?
g) ¿A qué hora se midió la temperatura mínima? ¿Y máxima?
h) ¿A qué horas la temperatura fue de 0 °C?

a) La variable independiente es la hora del día y la dependiente es la temperatura.

b)



c) Hay un máximo relativo en (14, 9).

d) Hay mínimos relativos en todos los puntos comprendidos entre 20 y 22.

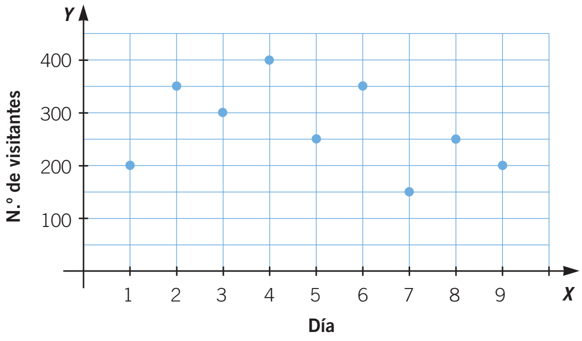
e) Es una función continua.

f) La temperatura ha superado los 0 °C desde las 9 hasta las 19 horas.

g) La temperatura mínima se midió a las 2 horas y la máxima a las 14 horas.

h) A las 9, 19 y 23 horas, respectivamente.

062 **La gráfica registra el número de visitantes a un museo durante 9 días. Señala cuáles de las afirmaciones son verdaderas.**



a) Hay un máximo en $x = 4$, porque el cuarto día se registró el mayor número de visitantes.

b) El número de visitantes fue distinto cada día.

c) Acudieron 250 visitantes en dos días.

d) Los últimos cinco días hubo en total más visitantes que en los cuatro primeros días.

a) Verdadera

b) Falsa: Hay varios días en los que coincidió el número de visitantes.

c) Verdadera

d) Falsa: En los cuatro primeros días acudieron 1 250 visitantes y en los cinco últimos días, 1 200 visitantes.

063 Elena sale del kilómetro 0 de una carrera con una velocidad de 3 km/h.

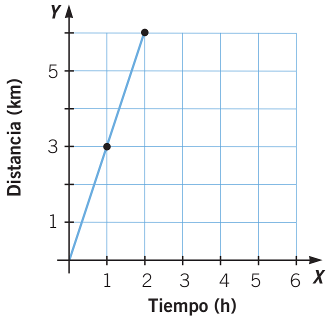
a) Copia y completa la tabla y dibuja su gráfica.

b) Halla la expresión algebraica de esta función.

c) En el momento en que pasa por el kilómetro 11, ¿cuánto tiempo hace que ha salido?

a)

Tiempo (h)	0	1	2	3	4	5
Distancia al km 0	0	3	6	9	12	15



b) $y = 3x$

c) $y = 3x \rightarrow 11 = 3x \rightarrow x = \frac{11}{3} = 3$ h 40 min

064 Los datos de la tabla son medidas de espacios y tiempos que se tardan en recorrerlos.

a) Copia y completa los datos de la tabla.

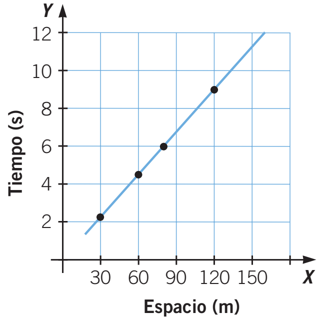
b) Representa los datos gráficamente.

c) Halla la expresión algebraica de esta función.

a) Se trata de una función de proporcionalidad directa.

Espacio (m)	120	30	60	80
Tiempo (s)	9	2,25	4,5	6

b)



c) $y = \frac{9}{120}x \rightarrow y = \frac{3}{40}x$

065 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DETERMINA LA ECUACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA CONOCIENDO UN PUNTO QUE LE PERTENECE?

Determina la ecuación de la función de proporcionalidad directa que pasa por el punto (2, −2).

PRIMERO. En la ecuación $y = mx$ se sustituye x por la primera coordenada e y por la segunda.

$$y = mx \xrightarrow{x\,=\,2,\ y\,=\,-2} -2 = m \cdot 2$$

SEGUNDO. Se calcula m.

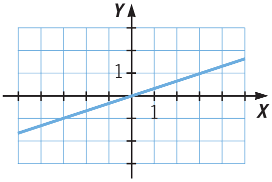
$$-2 = 2m \rightarrow m = \frac{-2}{2} = -1$$

Por tanto, la ecuación de la función es $y = -x$.

066 **Determina la ecuación y representa la función que verifica estas dos condiciones:**

- **Es una función de proporcionalidad directa.**
- **$f(3) = 1$**

$$y = \frac{x}{3}$$



067 **Determina la ecuación de la función de proporcionalidad directa que pasa por:**

a) (1, −1) **b) (3, −4)** **c) (−2, −1)**

¿Pasa alguna de estas funciones por el punto (7, 2)? ¿Y por el punto (0, −2)?

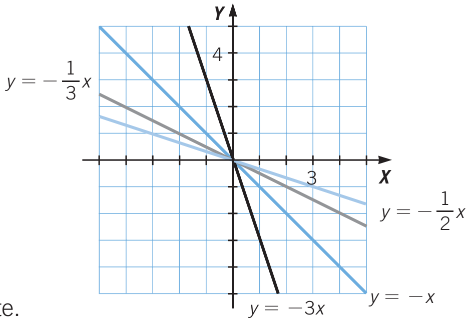
a) $y = -x$ b) $y = -\dfrac{4x}{3}$ c) $y = 2x$

Ninguna de las funciones pasa por (7, 2) ni por (0, −2).

068 **Representa en un mismo sistema de coordenadas estas funciones. Explica las diferencias que encuentres entre ellas.**

a) $y = -x$ **c)** $y = -3x$

b) $y = -\dfrac{1}{2}x$ **d)** $y = -\dfrac{1}{3}x$



La diferencia está en la pendiente.

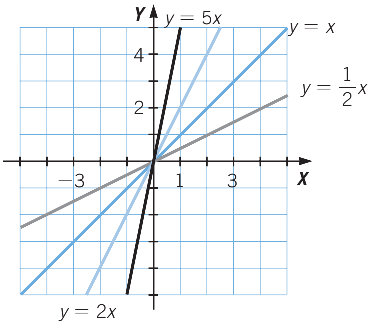
069 Representa en un mismo sistema de coordenadas estas funciones. Explica las diferencias que encuentres entre ellas.

a) $y = x$

b) $y = \frac{1}{2}x$

c) $y = 2x$

d) $y = 5x$

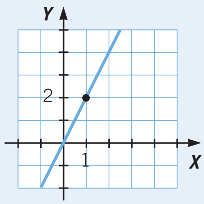


La diferencia está en la pendiente.

070 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DETERMINA LA ECUACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA CONOCIENDO SU GRÁFICA?

Determina la ecuación de esta función.



PRIMERO. Si la función es una recta y pasa por el origen de coordenadas, es una función de proporcionalidad directa y, por tanto, su ecuación es del tipo $y = mx$.

SEGUNDO. Se determina un punto por el que pasa.

La gráfica pasa por (1, 2).

TERCERO. Se calcula m.

$$y = mx \xrightarrow{x = 1,\ y = 2} 2 = m \cdot 1 \rightarrow m = 2$$

Por tanto, la ecuación de la función es $y = 2x$.

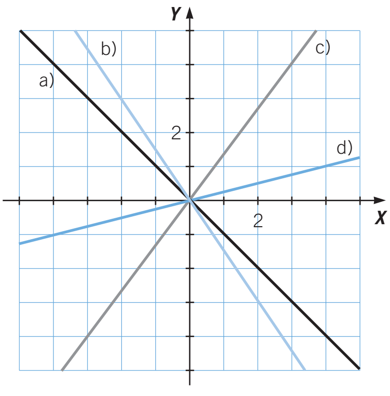
071 **Determina las ecuaciones de estas funciones:**

a) $y = -x$

b) $y = -\frac{3}{2}x$

c) $y = \frac{4}{3}x$

d) $y = \frac{1}{4}x$



072 La siguiente tabla corresponde a una función de proporcionalidad inversa.

a) Copia y completa la tabla.

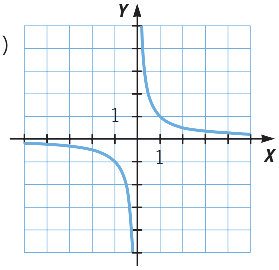
b) Escribe la expresión algebraica de la función.

c) Representa la función.

a)

x	1	2	3	4	5	...
y	2	1/2	1/3	**1/4**	1/5	...

b) $y = \frac{1}{x}$

c) 

073 La relación entre dos números positivos viene establecida por la siguiente tabla:

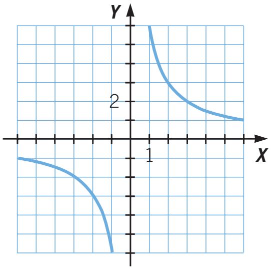
x	0,02	0,1	0,2	0,5	1	2	...
y	300	60	30	12	6	3	...

a) ¿Cuál es la expresión algebraica de esta relación?

b) Represéntala gráficamente.

c) Da valores a x muy próximos a cero. ¿Qué ocurre con los valores de y?

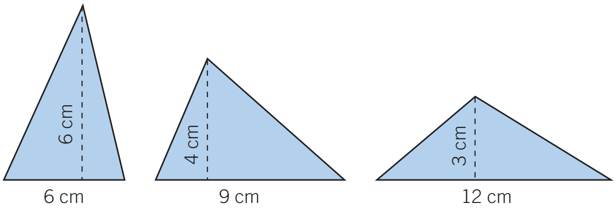
a) $y = \frac{6}{x}$

b) 

c) Los valores de y crecen rápidamente cuando x se aproxima a cero.

074 El área de un triángulo es de 18 cm^2.

a) Construye una tabla con diferentes valores de la base y la altura.

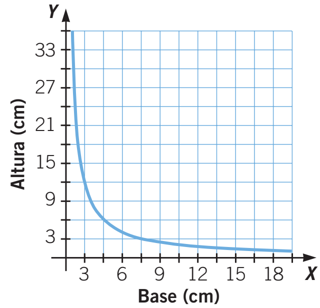


b) Determina la expresión algebraica que nos da la altura en función de la base, y represéntala gráficamente.

a)

Base (cm)	1	2	3	4	6	9	12	36	18
Altura (cm)	36	18	12	9	6	4	3	1	2

b) La expresión algebraica es: $y = \dfrac{36}{x}$

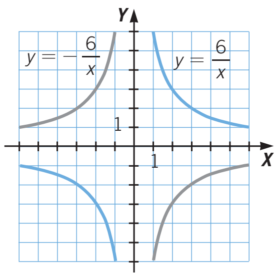


075 Dadas las funciones $y = \dfrac{6}{x}$ e $y = -\dfrac{6}{x}$.

a) Represéntalas gráficamente.

b) Escribe las características que las diferencian.

a)



b) Son gráficas simétricas respecto de los dos ejes, siendo una positiva y la otra negativa.

076 Dada la función $y = -\dfrac{5}{x}$:

a) ¿Para qué valores es decreciente la función?

b) ¿Tiene máximos o mínimos?

c) Haz una tabla de valores, dando valores a x de -1 a 0 y de 1 a 0, y tomando valores cada vez más cercanos a 0. ¿A qué valores se acerca la función?

a) La función nunca es decreciente, excepto en $x = 0$.

b) No tiene máximos ni mínimos.

c)

x	-1	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$-0{,}001$	0,001	0,01	0,1	0,5	1
y	5	10	50	500	5000	-5000	-500	-50	-10	-5

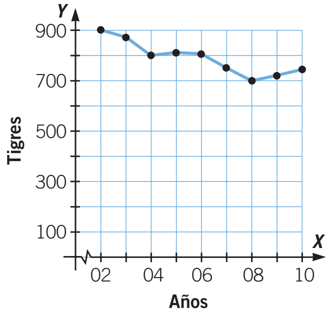
Cuando la función se acerca a cero por la izquierda se aproxima a $-\infty$, y cuando lo hace por la derecha se aproxima a ∞.

077 La siguiente tabla, publicada por una ONG dedicada a la conservación de las especies, representa la población de tigres de Bengala en la India desde 2002 hasta 2010.

Año	02	03	04	05	06	07	08	09	10
Tigres	900	870	800	810	805	750	700	720	750

a) Representa los pares de valores gráficamente.
b) Interpreta los resultados obtenidos.

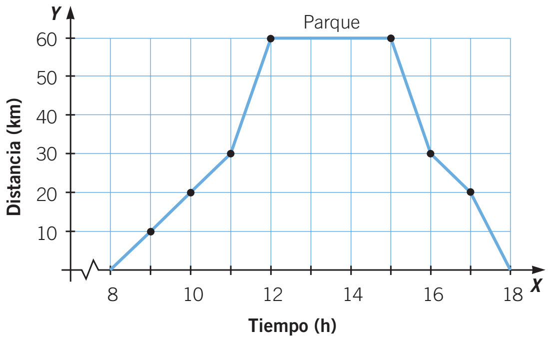
a)



b) El número de tigres ha disminuido en los períodos de 2002 a 2004 y de 2005 a 2008, incrementándose de 2004 a 2005 y de 2008 a 2010.

078 ●●

Hacemos una excursión en bicicleta a un parque situado a 60 km. Para llegar hay que recorrer un camino con subidas y bajadas. Después, descansamos y regresamos.



a) ¿Qué significado tienen los números situados en el eje de abscisas? ¿Y los del eje de ordenadas?
b) ¿A qué hora salimos?
c) ¿Cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la primera cuesta hasta la cima?
d) ¿Cuánto tiempo tardamos en subirla? ¿Y en bajarla?
e) ¿Cuánto tiempo estamos en el parque?
f) ¿Cómo es el camino de regreso?
g) ¿En qué tramo crece la función? ¿Dónde decrece?
h) ¿Es una función continua?

a) Los números del eje de abscisas son las horas que han transcurrido y los que están en el eje de ordenadas indican los kilómetros recorridos.
b) Salimos a las 8 horas.
c) Hay 60 km.
d) Tardamos 4 horas en subirla y 3 horas en bajarla.
e) Estamos 3 horas.
f) Tiene un primer tramo de 30 km de pendiente más favorable, otro de llano o pendiente desfavorable de 10 km y los últimos 20 km son también favorables.
g) Crece de 8 a 12 horas y decrece de 15 a 18 horas.
h) Es continua.

079 ●●

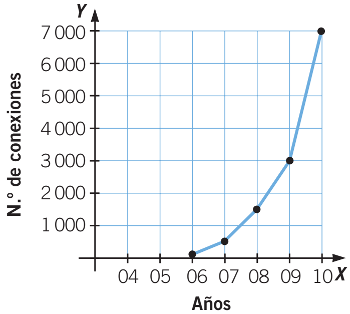
Se ha hecho un estudio en una ciudad del número de familias que se conectan a Internet cada año.

Años	06	07	08	09	10
N.º de conexiones	100	500	1 500	3 000	7 000

a) Representa los pares de valores gráficamente.

b) Interpreta los resultados.

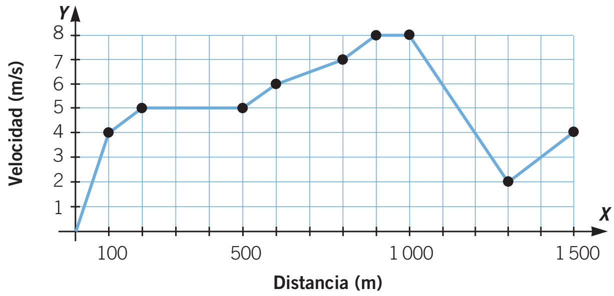
a)



b) Cada año se conecta a Internet un mayor número de familias, ya que al menos se duplica cada año.

080 ●●

La siguiente gráfica muestra la variación de la velocidad de un atleta en una carrera de 1 500 m.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Por qué?

b) ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Por qué?

c) ¿En qué momentos de la carrera su velocidad es de 6 m/s?

d) ¿Cuándo crece la velocidad?

e) ¿Y cuándo decrece?

f) ¿En qué momentos mantiene constante la velocidad?

g) ¿Es una función continua?

h) ¿Cuál es la velocidad máxima?

i) ¿Tiene algún mínimo relativo esta función?

j) ¿Qué velocidad lleva a los 300 m?

a) La variable independiente es la distancia recorrida, y se encuentra en el eje de abscisas.

b) La variable dependiente es la velocidad, depende de la distancia recorrida, y está en el eje de ordenadas.

c) La velocidad es de 6 m/s a los 600 m y a los 1 100 m.

d) Crece de 0 a 200 m, de 500 a 900 m y de 1 300 a 1 500 m.

e) Decrece de 1 000 a 1 300 m.

f) Es constante desde 200 hasta 500 m, con una velocidad de 5 m/s, y desde 900 hasta 1 000 m, con una velocidad de 8 m/s.

g) Sí, es continua.

h) Su velocidad máxima es de 8 m/s.

i) Sí, tiene un mínimo en $x = 1\,300 \rightarrow m_1 = (1\,300, 2)$

j) 5 m/s

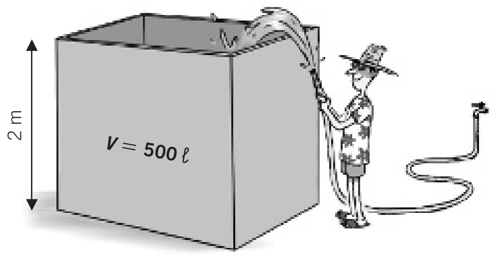
El corredor comenzó aumentando su velocidad rápidamente hasta 4 m/s, y después aumentó más lentamente hasta alcanzar 5 m/s. Durante 300 m mantuvo esta velocidad constante, y luego volvió a aumentar la velocidad progresivamente hasta alcanzar 8 m/s a 900 m de la salida. Mantuvo esta velocidad durante 100 m, pero después su velocidad disminuyó hasta 2 m/s en los siguientes 300 m. Finalmente, en los últimos 200 m aumentó la velocidad hasta alcanzar 4 m/s y terminó la carrera.

081 ●●●

Queremos construir un depósito prismático con estas medidas.

a) Haz una tabla con los diferentes valores de las dimensiones que puede tener.

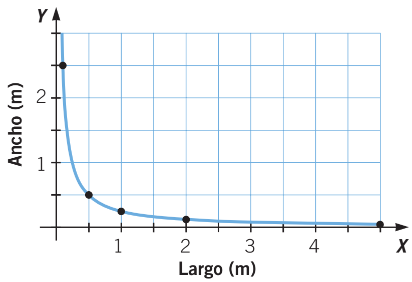
b) Escribe la función correspondiente y represéntala.



a)

Largo (m)	0,1	0,5	1	2	5
Ancho (m)	2,5	0,5	0,25	0,125	0,05

b) $y = \dfrac{0{,}250}{x}$



082 **Los alumnos de 2.º ESO quieren ir de viaje de estudios. Para obtener fondos acuerdan vender polvorones. Deciden comprar 360 cajas que venderán entre todos los que vayan de viaje.**

a) Haz una tabla que relacione el número de alumnos que van a viajar con el número de cajas que ha de vender cada uno.

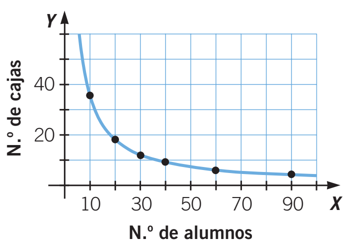
b) Escribe su expresión algebraica y representa la función.

c) Comprueba que el producto del número de alumnos por el de cajas es constante. ¿Qué significa esto?

a)

N.º de alumnos	10	20	30	40	60	90
N.º de cajas por alumno	36	18	12	9	6	4

b) $y = \dfrac{360}{x}$

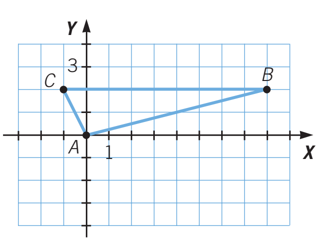


c) Esto significa que las dos variables están en proporcionalidad inversa.

083 **Un triángulo tiene por vértices los puntos $A(0, 0)$, $B(8, 2)$ y $C(-1, 2)$. Calcula el área de este triángulo.**

Tomando el lado BC como base, la altura será el eje de ordenadas, por lo que la base mide 9 u y la altura 2 u.

El área es: $A = \dfrac{9 \cdot 2}{2} = 9 \text{ u}^2$



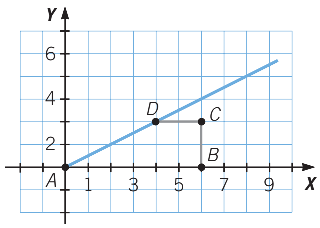
084 **Un trapecio, de lados paralelos *AB* y *CD*, tiene por vértices los puntos *A*(0, 0), *B*(6, 0), *C*(6, 2) y *D*. Calcula la ecuación de la función que determina el lado *AD* para que el área del trapecio sea 8 u².**

El lado *AB* es una de las bases que mide 6 u.

La altura es *BC* y mide 2 u.

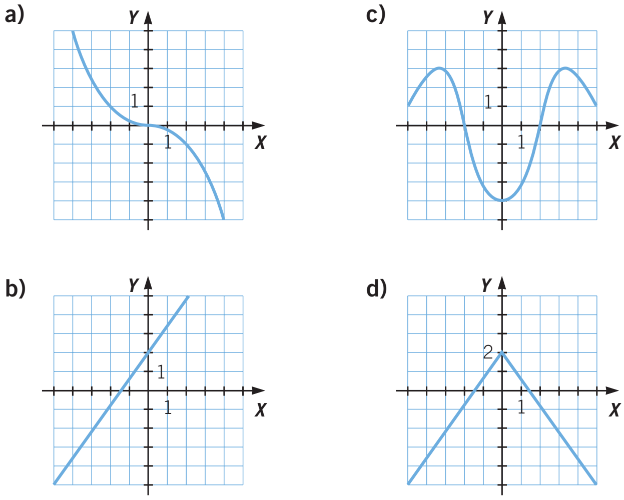
$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h \rightarrow 8 = \frac{6+b}{2} \cdot 2 \rightarrow b = 2 \rightarrow D(4, 2)$$

Por tanto, la recta que pasa por (0, 0) y (4, 2) es $y = 2x$.



085 **Se dice que una función es par si $f(-x) = f(x)$ para cualquier valor de x, y que es impar si $f(-x) = -f(x)$ para cualquier valor de x.**

Determina si estas funciones son pares, impares o no son pares ni impares.



a) Es impar.

b) No es par ni impar.

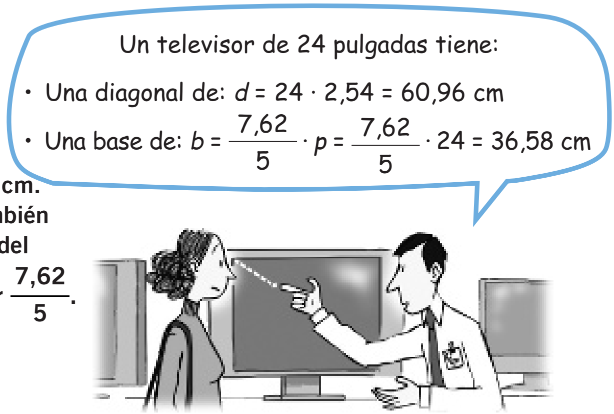
c) Es par.

d) Es par.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

086 ●●●

El tamaño de un televisor se expresa en pulgadas. El número de pulgadas indica la longitud de su diagonal, siendo 1 pulgada = 2,54 cm. Mediante esta medida también se puede calcular la base del televisor multiplicando por $\frac{7{,}62}{5}$.



Eres capaz de... Comprender

a) ¿Cuánto mide la diagonal y la base de un televisor de 32 pulgadas?

Eres capaz de... Resolver

b) Según las recomendaciones de la Asociación Nacional de Ópticos, el tamaño del televisor ha de mantener cierta relación con la distancia a la que nos debemos situar del mismo.

La distancia mínima aconsejable se halla multiplicando por 5 las pulgadas que tiene el televisor. ¿Cuántas pulgadas puede tener el televisor?

Eres capaz de... Decidir

c) Si el largo de la mesa donde se va a situar es de 20 cm, ¿crees que cabrá el televisor?

a) Diagonal: $d = 32 \cdot 2{,}54 = 81{,}28$ cm Base: $b = \frac{7{,}62}{5} \cdot 32 = 48{,}77$ cm

b) La función que relaciona el tamaño de la pantalla y la distancia es $y = 5x$.

Como máximo, la distancia al televisor es de: 1,80 m = 180 cm = 70,87 p

$$y = 5x \rightarrow 70{,}87 = 5x \rightarrow x = 14{,}17 \text{ p}$$

El tamaño máximo del televisor debe ser de 14,17 pulgadas.

Como mínimo, la distancia al televisor es de: 1,40 m = 140 cm = 55,12 p

$$y = 5x \rightarrow 55{,}12 = 5x \rightarrow x = 11{,}02 \text{ p}$$

El tamaño mínimo del televisor es de 11,02 pulgadas, al que le corresponde $b = \frac{7{,}62 \cdot 11{,}02}{5} = 16{,}8$ cm, que será, como mínimo, el largo de la mesa.

c) $20 = \dfrac{7{,}62}{5} \cdot p \rightarrow \quad p = 13{,}12$ cm

En una mesa que tiene de largo 20 cm, se puede situar, como máximo, una televisión de 13 pulgadas.

No puede colocar una televisión de 14 pulgadas, tamaño máximo según el apartado anterior, pero sí de 13 pulgadas.

087 ●●● **La principal noticia de los medios de comunicación es la constatación del incremento de gases contaminantes vertidos a la atmósfera durante los últimos años. Los tres periódicos de máxima tirada han informado utilizando una gráfica que refleja este preocupante aumento.**

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuántos millones de m³ de gases se emitieron a la atmósfera en el primer año según estos periódicos? ¿Y en el tercer año?

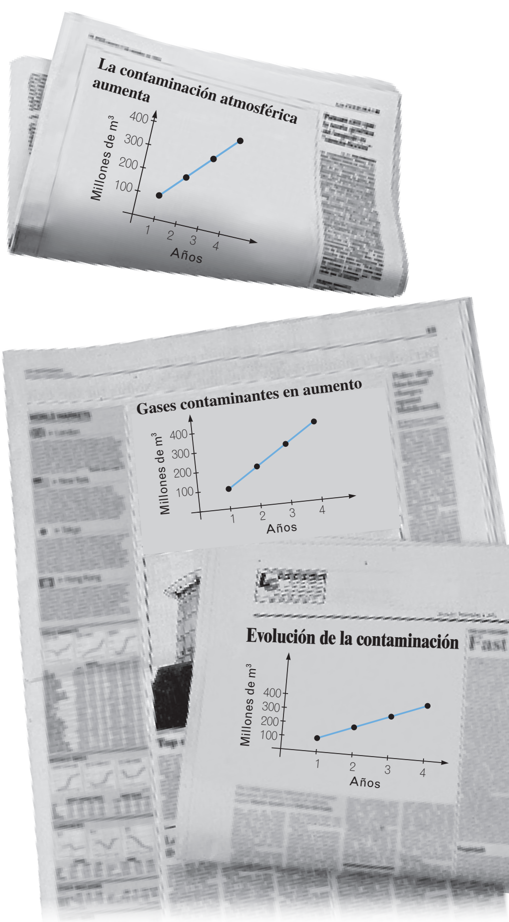
ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) Si la emisión de gases sigue la misma trayectoria según cada periódico, ¿cuántos millones de m³ se emitirán dentro de 10 años?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) A la vista de los resultados obtenidos, ¿crees que están bien elaboradas las gráficas?

d) ¿Qué diferencias encuentras entre ellas?



a) En el primer año se emitieron 100 millones de m^3, y en el tercero, 300 millones de m^3.

b) Según las tres gráficas, la emisión de gases es de 100 m^3 cada año. Dentro de 10 años se emitirán 10 millones de m^3.

c) Las tres gráficas reflejan los mismos datos, por lo tanto son correctas.

d) La diferencia está en las escalas de los ejes horizontal y vertical. Según se quiera hacer mayor o menor la pendiente de la gráfica, se aumenta o disminuye la escala de los ejes.