

La Pax Augusta

El día se mostraba luminoso, como queriendo sumarse a la celebración de la victoria en la última batalla. Hacía diez años que las guerras civiles habían terminado, olvidadas ya ante una prosperidad que parecía no tener fin.

El mismo César Augusto hablaría ante el Senado. Corrillos de senadores esperaban su llegada elucubrando sobre el carácter de su discurso.

Por fin llegó Augusto y, después de saludar a los senadores, comenzó su discurso:

–Senadores del pueblo de Roma, hace ya diez años que vivimos en paz... Todos deseamos que la situación se mantenga y para ello es preciso obrar con justicia.

Tras una breve pausa, Augusto continuó:

–Necesitamos un nuevo censo de la población y de los bienes de todos los habitantes del imperio, porque conociendo esto podremos imponer los impuestos y tributos de manera justa, evitando los engaños y abusos que podrían llevarnos otra vez a una situación de guerra.

El emperador, recogiendo el manto sobre su brazo, se mostró complacido al ver el entusiasmo que su idea produjo en los senadores.



DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1 César Augusto es considerado el más importante emperador romano. Busca información sobre su vida y la época en que vivió.**

Se puede encontrar información sobre la vida de César Augusto en esta página:

<http://www.artehistoria.jcyl.es/historia/personajes/4403.htm>

En la siguiente página se puede completar esta información:

<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/a/augusto.htm>

- 2 Investiga sobre el primer censo que César Augusto mandó realizar.**

En esta página web se puede obtener información sobre el primer censo que César Augusto mandó realizar:

<http://www.aciprensa.com/navidad/comentario.htm>

- 3 ¿Qué aportaciones a las matemáticas se pueden atribuir a la civilización romana?**

En la siguiente página web se puede encontrar información sobre cómo la civilización romana contribuyó al desarrollo de las matemáticas:

<http://blogs.que.es/lengua-/2008/11/11/matematicas-roma>

En este otro enlace también se pueden encontrar datos sobre las aportaciones a las matemáticas que se pueden atribuir a la civilización romana:

http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/3/3_ocaso_matematica_helena.pdf

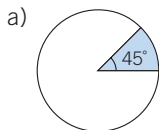
EVALUACIÓN INICIAL

- 1 Copia y completa la tabla:**

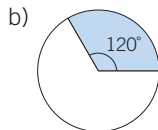
Factor	Factor	Producto
1	5	5
7	4	28
3	7	21
5	6	30

- 2 Dibuja, en una circunferencia de 3 cm de radio, estos sectores circulares.**

a) De amplitud 45° .



b) De amplitud 120° .



- 3 Calcula los siguientes porcentajes.**

a) 70 % de 2400

b) 18 % de 540

$$a) 70 \% \text{ de } 2400 = \frac{70}{100} \cdot 2400 = \frac{70 \cdot 2400}{100} = 1680$$

$$b) 18 \% \text{ de } 540 = \frac{18}{100} \cdot 540 = \frac{18 \cdot 540}{100} = 97,2$$

Estadística

EJERCICIOS

001 En un estudio sobre el deporte que se practica, se ha elegido a 250 personas de una ciudad. Determina la población, la muestra y la variable estadística.

- Población: todos los habitantes de la ciudad.
- Muestra: las 250 personas elegidas.
- Variable estadística: el deporte que se practica. Se trata de una variable cualitativa.

002 Escribe tres variables cualitativas, tres cuantitativas continuas y otras tres cuantitativas discretas.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Cualitativas: equipo de fútbol favorito, país de nacimiento e idioma.
- Cuantitativas continuas: pluviosidad de una región, velocidad de un automóvil y tiempo que se tarda en recorrer 100 metros.
- Cuantitativas discretas: número de hijos de una familia, corredores de una maratón y vehículos que cruzan la frontera en un día.

003 Decide si es más conveniente estudiar la población o la muestra en cada caso.

- a) La estatura de los alumnos de un instituto.
b) El peso de los jugadores de un equipo de fútbol.
c) El modelo de teléfono móvil que utilizan los alumnos de una clase de 2.º ESO.
d) Los gustos musicales de los habitantes de una ciudad.

- a) Una muestra, ya que la población es muy grande.
b) La población, ya que está formada por pocos individuos.
c) La población, ya que está formada por pocos individuos.
d) Una muestra, ya que la población puede ser grande.

004 Realiza un recuento de estas edades:

13 12 17 11 19 15 13 14 15 16 17 18 14
17 14 15 17 13 16 18 19 17 15 15 16

Edades	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Recuento	1	1	3	3	5	3	5	2	2

005 Después de lanzar 20 veces una moneda, los resultados (C = cara, + = cruz) han sido:

C C + C + + + + + + C C
C + C C + C C C + C + +

Efectúa un recuento y organiza los datos.

Cara	12
Cruz	12

- 006** Lanza un dado 30 veces y anota los resultados. Después, haz un recuento y organiza los datos obtenidos. ¿Cuál es la variable que estás estudiando?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Cara	1	2	3	4	5	6
Recuento	3	5	6	4	5	7

La variable estudiada es el número que sale al lanzar el dado.

- 007** Vuelve a realizar el experimento anterior, y clasifica los resultados en números pares o impares. ¿De qué tipo es ahora la variable?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Pares	14
Impares	16

La variable es cualitativa.

- 008** En una clase de 20 alumnos de 2.º ESO, el número de horas dedicadas a realizar un trabajo de Matemáticas han sido:

4 6 7 3 6 8 5 9 8 7
5 4 7 8 4 6 5 8 10 7

Forma una tabla con el recuento de datos, y calcula las frecuencias de los valores que toma su variable.

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i
3	1	0,05
4	3	0,15
5	3	0,15
6	3	0,15
7	4	0,2
8	4	0,2
9	1	0,05
10	1	0,05

- 009** Anota el color de los ojos de tus compañeros, y realiza una tabla de frecuencias.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i
Azules	3	0,15
Marrones	10	0,5
Verdes	5	0,25
Negros	2	0,1
	20	1

Estadística

010 Copia y completa la siguiente tabla, sabiendo que el número de suspensos es 4.

Nota	S	A	N	Sb	Total
Frecuencia f_i	4	8	6	4	22

011 Organiza estos datos en una tabla de frecuencias.

164 168 170 170 168 170 174 170 168 172

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
164	1	1	0,1	0,1
168	3	4	0,3	0,4
170	4	8	0,4	0,8
172	1	9	0,1	0,9
174	1	10	0,1	1

012 Haz una tabla de frecuencias con las edades de los socios de un club deportivo.

19 21 24 24 24 25 24 21 26 19
20 22 29 23 28 27 22 23 24 19

¿Qué porcentaje tiene menos de 20 años?

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
19	3	3	0,15	0,15
20	1	4	0,05	0,2
21	2	6	0,1	0,3
22	2	8	0,1	0,4
23	2	10	0,1	0,5
24	5	15	0,25	0,75
25	1	16	0,05	0,8
26	1	17	0,05	0,85
27	1	18	0,05	0,9
28	1	19	0,05	0,95
29	1	20	0,05	1

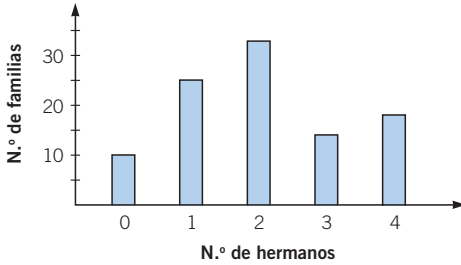
Los socios menores de 20 años son los que tienen 19 años, es decir, el 15 % del total.

013 Copia y completa la siguiente tabla de frecuencias. Construye también una tabla de frecuencias acumuladas.

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
1	3	3	0,15	0,15
2	4	7	0,2	0,35
3	2	9	0,1	0,45
4	6	15	0,3	0,75
5	5	20	0,25	1

014 Realiza un diagrama de barras con el número de hermanos que hay en 100 familias de una ciudad.

N.º de hermanos	0	1	2	3	4
N.º de familias	10	25	33	14	18

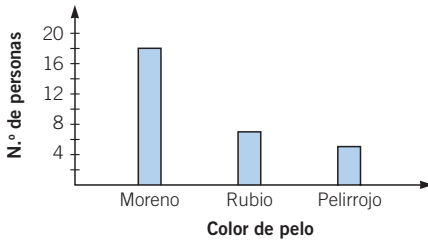


015 El color de pelo de 30 personas es:

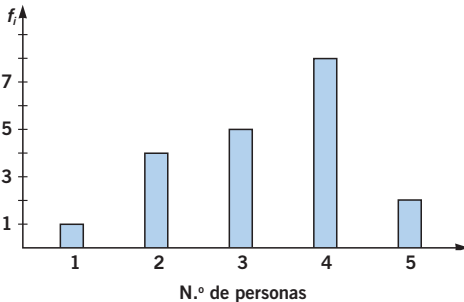
M = moreno R = rubio P = pelirrojo

M R P M M M M R R P P M M M M
 M M P R R R P M M M M R M M M

Organiza los datos en un diagrama de barras.



016 Este gráfico representa el número de veces que utiliza el transporte público en una semana un grupo de personas.



a) ¿Qué tipo de variable estamos estudiando?

b) Construye la tabla correspondiente.

a) Variable cuantitativa discreta b)

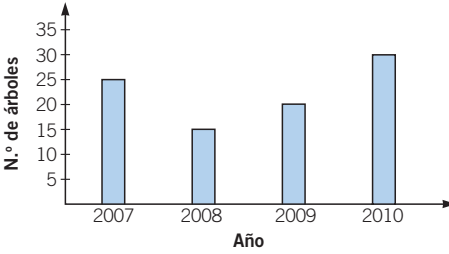
N.º de personas	1	2	3	4	5
N.º de veces	1	4	5	8	2

Estadística

017 La tabla muestra el número de árboles plantados en un parque en los últimos años.

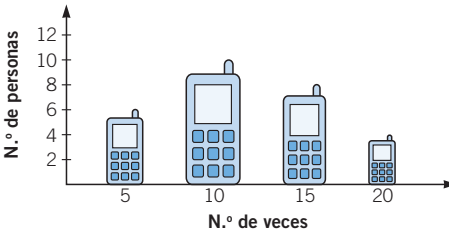
Año	2007	2008	2009	2010
N.º de árboles	25	15	20	30

Representa los datos mediante un diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente.

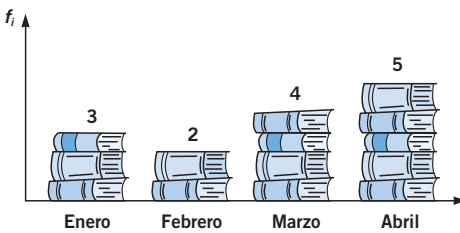


018 Recoge datos sobre el número de veces que utilizan el móvil tus compañeros en un día y represéntalo mediante un pictograma.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



019 Este pictograma muestra los libros que toma prestados de una biblioteca Miguel durante cuatro meses.



a) Construye la tabla de frecuencias.

b) ¿Qué mes tomó prestados más libros?

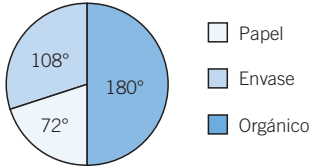
a)

Mes	N.º de libros
Enero	3
Febrero	2
Marzo	4
Abril	5

b) Tomó prestados más libros en Abril.

020 Haz un diagrama de sectores con estos datos:

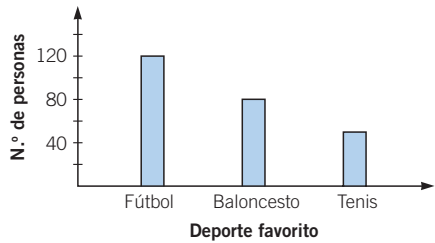
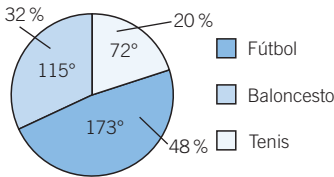
Tipo de residuos	Papel	Envase	Orgánico
Cantidad (t)	100	150	250



021 Dibuja un diagrama de barras y otro de sectores con los siguientes datos:

Deporte favorito	Fútbol	Baloncesto	Tenis
N.º de personas	120	80	50

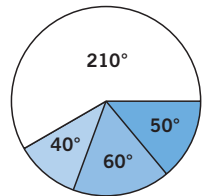
¿Cuál de las dos representaciones te parece más adecuada? ¿Por qué?



El diagrama de sectores representa mejor el porcentaje de personas que eligen cada deporte.

022 Este diagrama de sectores muestra las respuestas de un grupo de personas sobre el color de vehículo que prefieren.

- ¿Cuál es el color que prefiere la mayoría?
- Si hemos entrevistado a 720 personas, ¿cuántas prefieren cada color?



- El color preferido es el blanco.
- Blanco: 420 Verde: 80 Azul: 120 Rojo: 100

023 La nota de la evaluación es la media de los cinco exámenes realizados en el trimestre:

4 5 8 7 7

¿Cuál es la nota media de la evaluación?

$$\text{La nota media es: } \bar{x} = \frac{4 + 5 + 8 + 7 + 7}{5} = 6,2$$

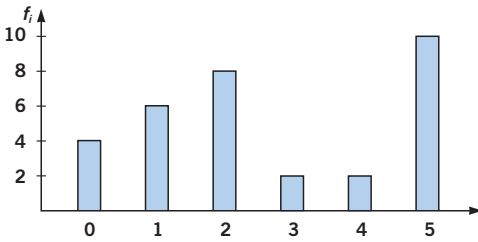
Estadística

024 En la tabla aparece el número de ordenadores que tienen los trabajadores de una empresa. Copia y completa la tabla, y halla la media.

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
0	2	0
1	25	25
2	65	130
3	8	24
	100	179

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 25 + 2 \cdot 65 + 3 \cdot 8}{100} = \frac{179}{100} = 1,79 \text{ ordenadores}$$

025 Este diagrama de barras muestra el número de llamadas telefónicas recibidas por un grupo de personas.



Realiza la tabla de frecuencias y complétala para calcular la media aritmética.

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
0	4	0
1	6	6
2	8	16
3	2	6
4	2	8
5	10	50
	32	86

$$\bar{x} = \frac{86}{32} = 2,6875 \text{ llamadas}$$

026 Las edades de un grupo de 8 amigas son: 16, 15, 17, 15, 17, 14, 15 y 16 años, respectivamente. Calcula la media de edad y la mediana.

$$\bar{x} = \frac{14 + 3 \cdot 15 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 17}{8} = 15,625 \text{ años}$$

14, 15, 15, 15, 16, 16, 17, 17

$$Me = \frac{15 + 16}{2} = 15,5 \text{ años}$$

027 Las temperaturas diarias, en °C, obtenidas en una ciudad, durante un mes son:

18 19 22 16 21 20 19 18 17 22 21 23 25 19 20
19 22 21 20 24 23 21 19 14 23 19 18 19 20 21

Compara la temperatura media y la mediana del mes.

14, 16, 17, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 20, 20, 20, 20, 21, 21,
21, 21, 21, 22, 22, 22, 23, 23, 23, 23, 24, 25

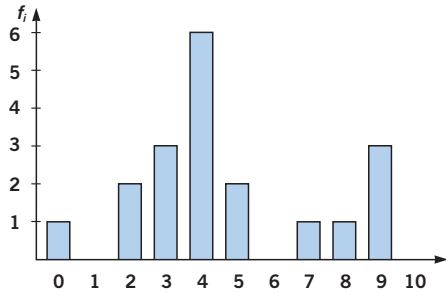
$$\bar{x} = \frac{603}{30} = 20,1 \text{ °C}$$

$$Me = \frac{20 + 20}{2} = 20 \text{ °C}$$

La media es ligeramente mayor que la mediana.

028 Los datos sobre los libros leídos por un grupo de personas en el último año se representan en este diagrama de barras:

¿Cuál es la mediana? ¿Y la media?



0, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9

$$\bar{x} = \frac{89}{19} = 4,68 \text{ libros}$$

$$Me = 4 \text{ libros}$$

029 Halla la moda de los datos que se presentan en esta tabla de frecuencias:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	2	1	5	4	2	1	2	2	1	1

$Mo = 3$, que se repite 5 veces.

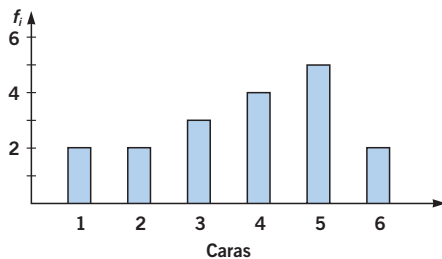
030 Se ha lanzado 18 veces un dado de parchís, obteniéndose estos resultados:

1 4 5 5 6 2 3 5 2 3 4 4 5 6 3 1 5 4

Representa gráficamente los datos y calcula la moda.

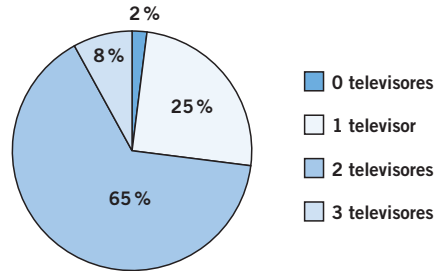
x_i	f_i
1	2
2	2
3	3
4	4
5	5
6	2

$$Mo = 5$$



031 El siguiente diagrama de sectores muestra el número de televisores que hay en cada una de las 100 viviendas de una urbanización.

Calcula las medidas de centralización.



x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	F_i
0	2	0	2
1	25	25	27
2	65	130	92
3	8	24	100
	100	179	

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 25 + 2 \cdot 65 + 3 \cdot 8}{100} = 1,79 \text{ televisores}$$

$Me = 4$ televisores

$Mo = 2$ televisores

ACTIVIDADES

032 Indica cuáles son la población, la muestra y los individuos de estos estudios estadísticos referidos a los alumnos de tu centro educativo.



- Número de asignaturas aprobadas.
- Altura de la madre de cada alumno.
- Marca del coche de los padres de cada alumno.

En los tres casos tenemos que:

- Población: todos los habitantes del centro.
- Muestra: los alumnos elegidos para realizar el estudio.
- Individuos: cada uno de los alumnos a los que se les pregunta.

033 Se quiere realizar un estudio sobre el número de piezas de fruta consumidas a lo largo del día por los jóvenes de edades entre los 12 y 14 años. Para ello se eligen 10 alumnos de 2.º ESO de cada uno de los 15 centros educativos de una ciudad.



Corrige las siguientes afirmaciones.

- La población que se va a estudiar es los habitantes de la ciudad.
- La muestra es los 10 alumnos escogidos de un centro.
- La variable estadística es el conjunto de los alumnos de 2.º ESO escogidos.
- El tamaño de la muestra es 15.
- La muestra es el conjunto de alumnos de 2.º ESO.
- La población se calcula multiplicando los 10 alumnos escogidos por los 15 centros.

- a) La población que se va a estudiar es los alumnos de 2.º ESO de los 15 centros educativos de la ciudad.
- b) La muestra es los 10 alumnos escogidos de cada uno de los 15 centros.
- c) La variable estadística es el número de piezas de fruta consumidas.
- d) El tamaño de la muestra es 150.
- e) La población es el conjunto de alumnos de 2.º ESO de los 15 centros.
- f) La muestra se calcula multiplicando los 10 alumnos escogidos por los 15 centros.

034 Clasifica en variables cualitativas y cuantitativas cada una de las siguientes características referidas a la población.

- a) Medida del pie.
- b) Lugar de nacimiento.
- c) Profesión.
- d) Deporte que se practica.
- e) Número de días de vacaciones al año.
- f) Comida preferida.
- g) Tiempo dedicado al sueño diario.

Decide si las cuantitativas son discretas o continuas.

- a) Cuantitativa continua
- b) Cualitativa
- c) Cualitativa
- d) Cualitativa
- e) Cuantitativa discreta
- f) Cualitativa
- g) Cuantitativa continua

035 Una variable estadística toma los siguientes valores:

2 3 1 2 2 2 4 3 4 5 2 1

- a) Realiza un recuento.
- b) Calcula las frecuencias absolutas.
- c) Halla las frecuencias relativas.
- d) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

a)

Dato	Recuento	
1		2
2		5
3		2
4		2
5		1

b), c) y d)

Dato	f_i	h_i
1	2	0,17
2	5	0,41
3	2	0,17
4	2	0,17
5	1	0,08

Estadística

036

● Construye una tabla de frecuencias, incluyendo frecuencias absolutas, relativas y acumuladas a partir de estos datos.

a)

Dato	1	3	4	6	10
Frecuencia absoluta	2	4	3	1	5

b)

Dato	0	3	6	9	12
Frecuencia absoluta	3	2	13	2	5

a)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
1	2	2	0,13	0,13
3	4	6	0,27	0,4
4	3	9	0,2	0,6
6	1	10	0,07	0,67
10	5	15	0,33	1

b)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
0	3	3	0,12	0,12
3	2	5	0,08	0,2
6	13	18	0,52	0,72
9	2	20	0,08	0,8
12	5	25	0,2	1

037

● ● Las notas obtenidas en un examen por los alumnos de una clase han sido:

5 4 3 6 8 5 4 9 6 7 8 10

4 3 2 5 5 6 7 9 6 8 6 5

a) Realiza una tabla de frecuencias con las notas obtenidas.

b) Construye otra tabla de frecuencias agrupando los datos en insuficiente (1, 2, 3, 4), suficiente (5), bien (6), notable (7, 8), sobresaliente (9, 10).

a)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
2	1	1	0,0417	0,0417
3	2	3	0,0833	0,125
4	3	6	0,125	0,25
5	5	11	0,2083	0,4583
6	5	16	0,2083	0,6666
7	2	18	0,0833	0,7499
8	3	21	0,125	0,8749
9	2	23	0,0833	0,9582
10	1	24	0,0417	1

b)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
Insuficiente	6	6	0,25	0,25
Suficiente	5	11	0,2083	0,4583
Bien	5	16	0,2083	0,6666
Notable	5	21	0,2083	0,8749
Sobresaliente	3	24	0,125	1

038 La estatura, en cm, de cada uno de los 24 alumnos de una clase es:

147 148 149 149
 152 153 153 154
 158 158 159 159
 150 150 151 151
 156 157 157 158
 160 160 160 161

- a) Realiza el recuento de datos.
 b) Construye una tabla de frecuencias incluyendo el porcentaje de cada dato.

a)

Dato	Recuento	
147		1
148		1
149		2
150		2
151		2
152		1
153		2
154		1
156		1
157		2
158		3
159		2
160		3
161		1

b)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
147	1	1	0,0417	0,0417
148	1	2	0,0417	0,0834
149	2	4	0,0833	0,1667
150	2	6	0,0833	0,25
151	2	8	0,0833	0,3333
152	1	9	0,0417	0,375
153	2	11	0,0833	0,4583
154	1	12	0,0417	0,5
156	1	13	0,0417	0,5417
157	2	15	0,0833	0,625
158	3	18	0,125	0,75
159	2	20	0,0833	0,8333
160	3	23	0,125	0,9583
161	1	24	0,0417	1

Estadística

039 Copia y completa esta tabla de frecuencias:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	8	0,25
3	7	0,2188
7	4	0,125
20	13	0,4062
	32	1

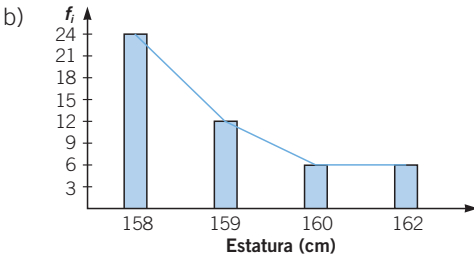
040 La estatura, en cm, de un grupo de jóvenes es:

158 158 158 158 159 159 160 162
 158 158 158 158 159 159 160 162
 158 158 158 158 159 159 160 162
 158 158 158 158 159 159 160 162
 158 158 158 158 159 159 160 162
 158 158 158 158 159 159 160 162

- a) Construye una tabla de frecuencias, incluyendo las frecuencias acumuladas.
 b) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente.

a)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
158	24	24	0,5	0,5
159	12	36	0,25	0,75
160	6	42	0,125	0,875
162	6	48	0,125	1



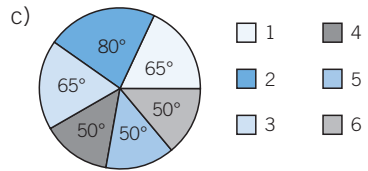
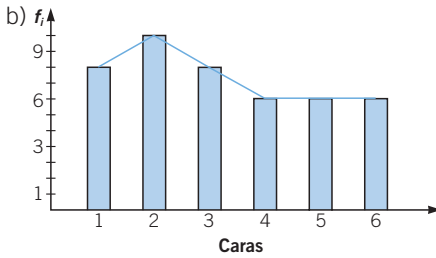
041 Los resultados de lanzar 50 veces un dado son:

1 3 2 5 3 2 1 6 4 3
 3 2 2 5 6 6 1 3 2 1
 2 4 3 1 2 4 3 1 5 5
 6 2 1 2 6 5 4 4 4 2
 3 6 6 2 1 5 3 4 1 5

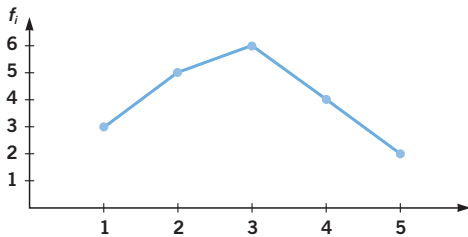
- a) Construye la tabla de frecuencias.
 b) Representa el diagrama de barras y el polígono de frecuencias absolutas.
 c) Representa el diagrama de sectores con los porcentajes de cada dato.

a)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
1	9	9	0,18	0,18
2	11	20	0,22	0,4
3	9	29	0,18	0,58
4	7	36	0,14	0,72
5	7	43	0,14	0,86
6	7	50	0,14	1



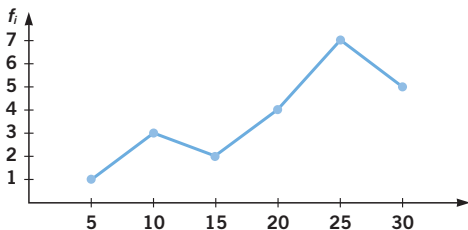
042 Observa este polígono de frecuencias:



Indica, razonadamente, cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

- a) La frecuencia absoluta de 5 es 0,3.
 - b) La frecuencia absoluta acumulada de 4 es 4.
 - c) La frecuencia relativa de 5 es 2.
 - d) El porcentaje de 4 es 20%.
- a) Falsa: La frecuencia absoluta de 5 es 2.
 - b) Falsa: La frecuencia absoluta acumulada de 4 es 18.
 - c) Falsa: La frecuencia relativa de 5 es 0,1.
 - d) Cierta

043 Construye la tabla de frecuencias a partir del siguiente polígono de frecuencias:



Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
5	1	1	0,0454	0,0454
10	3	4	0,1363	0,1817
15	2	6	0,0909	0,2726
20	4	10	0,1818	0,4544
25	7	17	0,3182	0,7726
30	5	22	0,2273	1

Estadística

044

Dibuja el diagrama de sectores correspondiente a cada tabla.

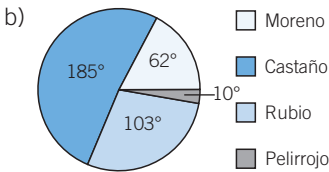
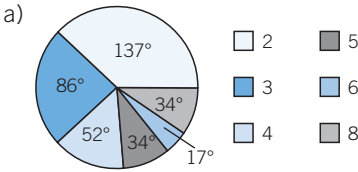


a) $X = N.º$ de hermanos

X	2	3	4	5	6	8
f_i	8	5	3	2	1	2

b) $X =$ Color del pelo

X	Moreno	Castaño	Rubio	Pelirrojo
f_i	6	18	10	1



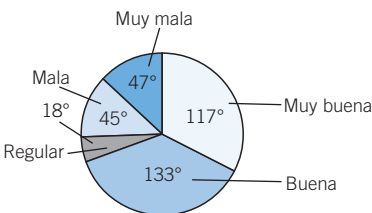
045



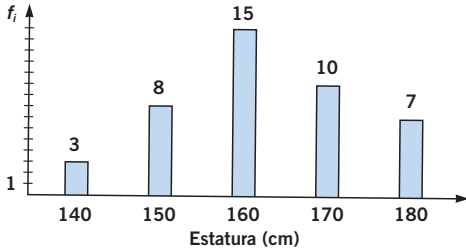
En una población de 100 000 habitantes se realiza una encuesta a 2 000 personas sobre la opinión que tienen de la construcción de un aparcamiento, obteniéndose estos resultados:

Valoración	N.º de personas
Muy buena	650
Buena	740
Regular	100
Mala	250
Muy mala	260

Realiza el gráfico estadístico que creas más adecuado para esta información e interprétalo.



046 En el diagrama de barras aparecen representada la estatura de un grupo de personas.

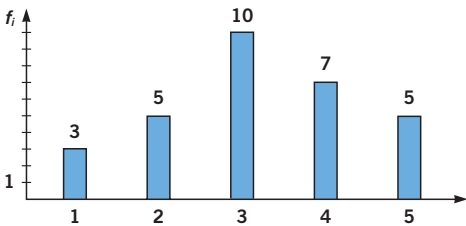


Razona qué afirmación es cierta:

- 30 miden más de 160 cm.
- 26 miden entre 140 y 160 cm.
- 35 miden menos de 180 cm.
- 3 miden más de 130 cm.

Es cierta la afirmación que indica que 26 personas miden entre 140 y 160 cm.

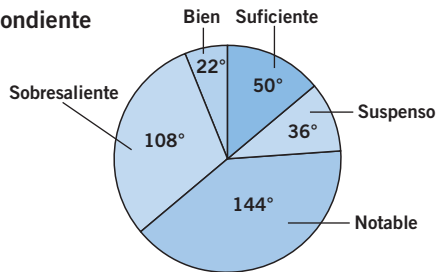
047 Construye la tabla de frecuencias a partir del siguiente diagrama de barras:



Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
1	3	3	0,1	0,1
2	5	8	0,17	0,27
3	10	18	0,33	0,6
4	7	25	0,23	0,83
5	5	30	0,17	1

048 Este es el diagrama de sectores correspondiente a las notas de 40 alumnos.

- Construye la tabla de frecuencias correspondiente.
- Calcula los porcentajes de cada calificación.
- ¿Cuántos alumnos han aprobado la asignatura?



Dato	Ángulo	f_i	h_i	%
Suspense	36°	4	0,1	10 %
Suficiente	50°	6	0,14	14 %
Bien	22°	2	0,06	6 %
Notable	144°	16	0,4	40 %
Sobresaliente	108°	12	0,3	30 %

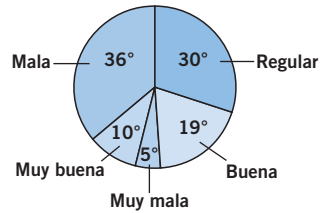
c) Han aprobado la asignatura: $6 + 2 + 16 + 12 = 36$ alumnos

Estadística

049



Observa el siguiente diagrama de sectores, en el que se representan los resultados de una encuesta realizada a 5 000 personas sobre la calidad del agua de su localidad:



- Construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas de cada opinión. Incluye también las frecuencias acumuladas.
- ¿Cuántas personas consideran el agua es muy mala?
- ¿Cuántas personas creen que el agua es mala o regular?
- ¿Y cuántas creen que es buena o muy buena?

a)

Dato	%	f_i	F_i	h_i	H_i	Ángulo
Muy mala	5 %	250	250	0,05	0,05	18°
Mala	36 %	1806	2056	0,36	0,41	130°
Regular	30 %	1500	3556	0,3	0,71	108°
Buena	19 %	944	4500	0,19	0,9	68°
Muy buena	10 %	500	5000	0,1	1	36°

- Consideran que el agua es muy mala 250 personas.
- Consideran que es mala o regular $1806 + 1500 = 3306$ personas
- Creen que es buena 944 personas.

050



Calcula la media de los siguientes conjuntos de datos.

- a) 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 2 b) 2, 3, 2, 4, 5, 6, 5, 6, 6, 5

$$a) \bar{x} = \frac{1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 2}{15} = 1,6$$

$$b) \bar{x} = \frac{2 + 3 + 2 + 4 + 5 + 6 + 5 + 6 + 6 + 5}{10} = 4,4$$

051



Determina la media, la mediana y la moda de estos datos.

- 11, 11, 12, 11, 13, 12, 11, 12, 12, 11, 11
- 20, 23, 27, 24, 25, 26, 25, 26, 26, 25
- 5, 10, 5, 10, 15, 10, 5, 10, 15, 20, 10
- 1, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 2, 2

$$a) \bar{x} = \frac{11 \cdot 6 + 12 \cdot 4 + 13}{11} = 11,5 \quad Me = 11 \quad Mo = 11$$

$$b) \bar{x} = \frac{20 + 23 + 24 + 25 \cdot 3 + 26 \cdot 3 + 27}{10} = 24,7$$

$Me = 25$ Hay dos modas, 25 y 26.

$$c) \bar{x} = \frac{5 \cdot 3 + 10 \cdot 5 + 15 \cdot 2 + 20}{11} = 10,45 \quad Me = 10 \quad Mo = 10$$

$$d) \bar{x} = \frac{1 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 2}{18} = 1,67 \quad Me = 2 \quad \text{Hay dos modas, 1 y 2.}$$

- 052** El año pasado las entradas a un país de visitantes procedentes del extranjero, expresadas en miles, fueron:

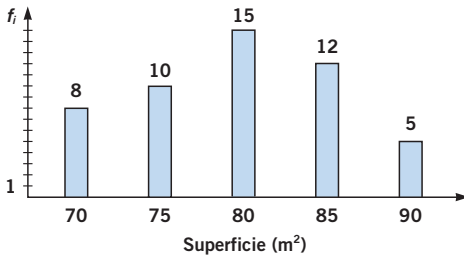
Enero	3 002
Febrero	2 920
Marzo	3 523
Abril	4 223
Mayo	5 041
Junio	5 064
Julio	9 060
Agosto	10 401
Septiembre	6 506
Octubre	4 778
Noviembre	3 126
Diciembre	3 782

¿Cuál fue la media de visitantes? ¿Y la mediana?

$$\bar{x} = \frac{61\,426}{12} = 5\,118,8 \text{ visitantes}$$

$$Me = \frac{4\,223 + 4\,778}{2} = 4\,500,5 \text{ visitantes}$$

- 053** En el siguiente diagrama de barras se muestran los metros cuadrados de la vivienda habitual de un grupo de familias.



- ¿A cuántas familias se ha encuestado?
 - ¿Cuántos viven en una casa de más de 80 m²?
 - ¿Cuál es la superficie media de las viviendas?
 - ¿Cuál es la mediana de los datos representados? ¿Y la moda?
- Se ha encuestado a 50 familias.
 - De las familias encuestadas, 17 familias viven en una casa de más de 80 m².
 - La superficie media de las viviendas es de 79,6 m².
 - La mediana es 80, y la moda, 80.

Estadística

054

El número de restaurantes en 20 ciudades es:

60 50 50 61 51 64 62 65 53 68
70 70 71 56 60 58 60 59 69 54



- a) ¿Qué porcentaje de ciudades tienen más de 60 restaurantes?
b) Calcula la media, mediana y moda de los restaurantes.

a) El 45% de las ciudades estudiadas tienen más de 60 restaurantes.

$$b) \bar{x} = \frac{1211}{20} = 60,55 \text{ restaurantes}$$

$$Me = 60 \text{ restaurantes} \quad Mo = 60 \text{ restaurantes}$$

055

Las edades de los padres de 20 alumnos de 2.º ESO de un instituto son:

43 40 44 46 50 51 52 46 47 45
40 43 44 46 44 46 48 49 48 46

- a) Construye una tabla de frecuencias.
b) Calcula media, mediana y moda.

a)

Dato	f_i	F_i	h_i	H_i
40	2	2	0,1	0,1
43	2	4	0,1	0,2
44	3	7	0,15	0,35
45	1	8	0,05	0,4
46	5	13	0,25	0,65
47	1	14	0,05	0,7
48	2	16	0,1	0,8
49	1	17	0,05	0,85
50	1	18	0,05	0,9
51	1	19	0,05	0,95
52	1	20	0,05	1

$$b) \bar{x} = \frac{918}{20} = 45,9 \text{ años}$$

$$Me = 46 \text{ años} \quad Mo = 46 \text{ años}$$

056

Un frutero tiene sacos de cebollas de 2 kg, 5 kg y 10 kg. Durante un día ha vendido 10 sacos de 2 kg, 5 sacos de 5 kg y 2 sacos de 10 kg.

- a) ¿Cuál es el número medio de kilogramos de cebollas que ha vendido?
b) ¿Qué saco de cebollas ha sido el más vendido?

$$a) \bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 5 \cdot 5 + 10 \cdot 2}{17} = \frac{65}{17} = 3,82 \text{ kg}$$

b) El saco de 2 kg ha sido el más vendido.

- 057 Las edades, en años, de los 10 primeros visitantes a una exposición son las siguientes:

22 30 34 22 18 10 41 22 21 20

- a) Calcula la media de las edades de los 10 primeros visitantes.
b) ¿Qué edad se repite con mayor frecuencia?

$$a) \bar{x} = \frac{22 + 30 + 34 + 22 + 18 + 10 + 41 + 22 + 21 + 20}{10} = 20,8 \text{ años}$$

- b) La edad que más se repite es 22 años.

058 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA E INTERPRETA LA MODA?

Calcula la moda de las notas obtenidas en un examen por nueve estudiantes:

7 8 4 3 4 5 7 9 6

Notas	f_i
3	1
4	2
5	1
6	1
7	2
8	1
9	1

PRIMERO. Se organizan los datos en una tabla de frecuencias.

SEGUNDO. Se estudia la columna de las frecuencias obtenidas y se elige el número o los números mayores.

En este caso, es el 2.

Hay dos modas, que son las notas 4 y 7.

TERCERO. Se interpretan los resultados.

Lo más frecuente en este grupo es encontrar alumnos que han obtenido un 4 o un 7.

- 059 En el servicio de urgencias de un hospital han ingresado 26 pacientes de estas edades:

87 14 52 65 74 43 28

31 18 10 21 28 49 53

9 12 17 25 93 42

64 75 34 41 18 3



- a) ¿Cuál es la edad media de los pacientes?
b) ¿Cuál es la mediana? ¿Y la moda?

3, 9, 10, 12, 14, 17, 18, 18, 21, 25, 28, 28, 31, 34, 41, 42, 43, 49, 52, 53, 64, 65, 74, 75, 87, 93

$$a) \bar{x} = \frac{1006}{26} = 38,7 \text{ años}$$

$$b) Me = \frac{31 + 34}{2} = 32,5 \text{ años}$$

Hay dos modas: 18 y 28

060



Esta es la tabla que resume un estudio sobre el número de hijos de las familias de una ciudad.

N.º de hijos	Porcentaje
0	12,5%
1	30%
2	30%
3	15%
4	12,5%

Sabiendo que se preguntó a un número de familias comprendido entre 620 y 650, ¿puedes deducir a cuántas familias se entrevistó?

Todos los porcentajes deben corresponder a un número entero de respuestas.

Si el 12,5% del total es un número entero, esto significa que al multiplicar por 0,125; el resultado tiene que ser un número entero múltiplo de 8, por lo que puede ser 624, 632, 640 o 648.

De la misma manera, si el 30% del total es un número entero, esto significa que, al multiplicar por 0,3; el resultado es un número entero, por lo que debe ser múltiplo de 10.

Por tanto, la única solución posible es 640 familias.

061



El peso medio de 6 amigas es 62 kg. Si los pesos de 5 de ellas son: 58, 65, 59, 65 y 72 kg, ¿cuánto pesa la sexta amiga?



Si el peso medio es 62 kg, la suma de los pesos es $62 \cdot 6 = 372$ kg, por lo que el peso de la sexta amiga es:

$$372 - (58 + 65 + 59 + 65 + 72) = 372 - 319 = 53 \text{ kg}$$

062



Si en una tabla conocemos las frecuencias relativas, ¿podrías calcular las frecuencias absolutas?

Para conocer las frecuencias absolutas necesitamos, además de las frecuencias relativas, el tamaño de la muestra o alguna de las frecuencias absolutas.

063

¿Puede existir una serie de datos que no tenga media? ¿Y que no tenga mediana? ¿Y moda? Razona tu respuesta.

Si los datos corresponden a una variable cualitativa no tendrá media ni mediana, ya que los valores de la variable no son numéricos.

La moda existe siempre, aunque puede no ser única.

064

Si a todos los datos obtenidos en un estudio estadístico:

a) Les sumamos una cierta cantidad.

b) Los multiplicamos por un mismo número.

¿Qué le sucede a la media de la nueva serie?

Sugerencia: elige un ejemplo con pocos datos y calcula la media.

Realiza las operaciones que se indican y vuelve a calcular la media.

Después, compara las dos medias obtenidas y generaliza el resultado.

a) La media resultante es la media original más la cantidad sumada.

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} \\ \bar{x}_2 &= \frac{(x_1 + a) + (x_2 + a) + \dots + (x_N + a)}{N} = \\ &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N + a \cdot N}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} + a = \bar{x}_1 + a\end{aligned}$$

b) La media resultante es la media original multiplicada por la cantidad.

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} \\ \bar{x}_2 &= \frac{(x_1 \cdot a) + (x_2 \cdot a) + \dots + (x_N \cdot a)}{N} = \\ &= \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_N) \cdot a}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} \cdot a = \bar{x}_1 \cdot a\end{aligned}$$

065

Inventa una situación con seis datos en la que se cumpla que:

$$\bar{x} = 6 \quad Me = 4 \quad Mo = 5$$

Como $Me = 4$ y es una cantidad par de datos, la suma de los dos datos intermedios será 8.

Teniendo en cuenta que hay un 5, los dos datos son 3 y 5, y habrá dos números por encima y otros dos por debajo.

La suma de los 6 datos será 36 porque la media es 6.

Además, como 5 aparece 3 veces, serán los tres números mayores, por lo que la media no es 6.

Por ser $Mo = 5$, tenemos que 5 es el dato que más se repite.

Si 5 aparece 2 veces, la suma de los 3 datos desconocidos será 23, los números menores que 3 serán 1 y 2 (ya que no se pueden repetir, por ser la moda 5), y el número mayor será 20.

Solución: 1, 2, 3, 5, 5, 20

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

066



En la asignatura de Matemáticas, el profesor nos ha dicho que a lo largo de la evaluación vamos a realizar dos trabajos, un examen parcial y un examen global. Además, todas las pruebas van a ser calificadas con notas del 1 al 10.

Para obtener la calificación final, el profesor nos ha explicado que las puntuaciones se van a repartir de este modo:

- Los dos trabajos tienen el mismo valor.
- El examen parcial vale el doble que cada uno de los trabajos.
- El examen global vale cuatro veces más que los trabajos.



A esto el profesor lo ha llamado *media ponderada*.

Me gustaría que mi nota final fuese al menos un 7...

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

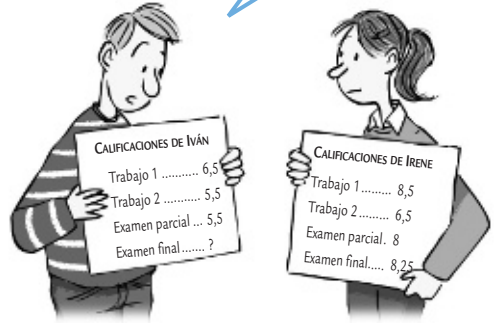
- a) Teniendo en cuenta el reparto de puntuación en los trabajos y los exámenes, ¿cuál será la calificación final de Irene?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) ¿Qué nota debe sacar Iván en el examen global?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- c) Marta ha sacado 9 en el examen parcial y 8 en el examen global. Ella está convencida de que su calificación final será 9. ¿Crees que es posible?



$$a) \text{ Media ponderada} = \frac{\text{Trabajo 1} + \text{Trabajo 2} + 2 \cdot \text{Parcial} + 4 \cdot \text{Final}}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{8,5 + 6,5 + 2 \cdot 8 + 4 \cdot 8,25}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

Irene tendrá un 8 como nota final.

$$b) 7 = \frac{6,5 + 5,5 + 2 \cdot 5,5 + 4x}{8} \Rightarrow 56 = 23 + 4x$$

$$\rightarrow 4x = 33 \rightarrow x = 8,25$$

Para sacar un 7 de media, Iván necesita sacar, al menos, un 8,25 en el examen final.

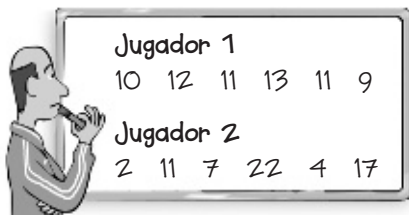
$$c) 9 = \frac{x + y + 2 \cdot 9 + 4 \cdot 8}{8} \rightarrow 22 = x + y$$

Para que Marta saque un 9, tendría que sacar más de 10 en los trabajos. Por tanto, no es posible que su calificación final sea 9.

067

La liga de baloncesto de una ciudad está en su fase final, y los partidos que faltan por disputar son importantes para decidir quién será el campeón este año. En uno de los equipos participantes hay dudas sobre la elección de alguno de sus jugadores.

En los últimos partidos de este equipo dos de sus jugadores han obtenido estas puntuaciones, respectivamente.



Jugador 1	10	12	11	13	11	9
Jugador 2	2	11	7	22	4	17

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- ¿Cuántos han sido los puntos máximos de cada uno de los jugadores?
- ¿Y los puntos mínimos?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- ¿Cuánto tienen que encestar en el próximo partido para que ambos jugadores consigan obtener la misma media de puntos?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- En los últimos minutos de un partido, ambos jugadores están en el banquillo. El entrenador no está seguro de a quién debe sacar para conseguir la victoria.

Si tú fueras el entrenador, ¿a cuál de ellos elegirías para jugar el final de ese partido?

- Los puntos máximos del jugador 1 han sido 13, y los del jugador 2, han sido 22.
- Los puntos mínimos del jugador 1 han sido 9, y los del jugador 2, han sido 2.
- Media del jugador 1:

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 11 + 13 + 11 + 9}{6} = \frac{66}{6} = 11 \text{ puntos}$$

- Media del jugador 2:

$$\bar{x} = \frac{2 + 11 + 7 + 22 + 4 + 17}{6} = \frac{66}{6} = 11 \text{ puntos}$$

Hasta este partido, los dos jugadores han obtenido la misma media, por tanto, en el próximo partido tendrían que obtener los mismos puntos para que la media siga siendo la misma.

- Sería preferible sacar a jugar al segundo jugador, ya que aunque las medias coinciden, los resultados son más extremos y puede ser un revulsivo para el equipo.

