9 Funciones de proporcionalidad directa e inversa

ACTIVIDADES INICIALES

9.I. **¿Por qué se negó el genio a realizar el deseo? ¿Lo has adivinado ya?**

La escala de temperaturas que usa el genio es distinta.

9.II. **Si todavía no lo has descubierto, aquí tienes una pista: el genio no conocía los grados Celsius. ¿Ya lo tienes?**

Misma respuesta.

9.III. **En los países anglosajones se usa la escala de temperaturas Fahrenheit. 32 ºF equivalen a 0 ºC, y 100 ºC se corresponden con 212 ºF. Con estos datos, ¿a cuántos grados Fahrenheit equivale un grado Celsius?**

A un aumento de 180 ºF le corresponden 100 ºC, así que1 ºC son 1,8 ºF.

9.IV. **Para pasar una temperatura de ºC a ºF se utiliza esta fórmula: ºF = ºC · 1,8 + 32. ¿A qué temperatura equivalen 42 ºC? ¿Y 21 ºC? En grados Fahrenheit, ¿la segunda temperatura es la mitad de la primera?**

42 ºC = 107,6 ºF; 21 ºC = 69,8 ºF. En grados Fahrenheit, la segunda temperatura no corresponde a la mitad de la primera.

9.V. **La escala Kelvin (K) toma como punto de referencia de la temperatura el cero absoluto, equivalente a unos –273 ºC. La temperatura en ºC se obtiene sumando 273 a la temperatura en Kelvin, y viceversa. Es la escala que utiliza el genio, ¿Puedes descubrir ahora por qué el deseo de Aladino era una mala idea?**

Si el genio toma como referencia la temperatura en grados Kelvin, 42 ºC equivalen a 315 K, y la mitad, 157,5 K, corresponden a –115,5 ºC.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

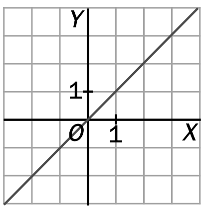
9.1. **Actividad resuelta.**

9.2. **(TIC) Representa las siguientes funciones.**

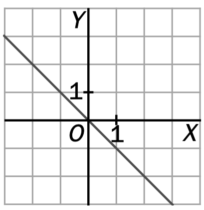
a) $y = x$ **b)** $y = -x$ **c)** $y = 2x$ **d)** $y = -2x$

¿Qué relación hay entre las gráficas?

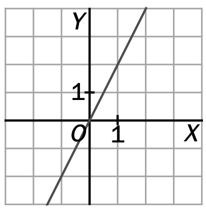
a)



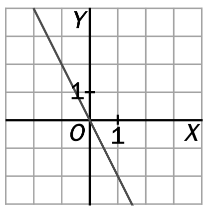
b)



c)



d)



Todas son rectas que pasan por el origen. Los coeficientes positivos de la *x* se relacionan con funciones crecientes, y los –, con funciones decrecientes. Las graficas de a y b y de c y d son simétricas respecto al eje *Y*.

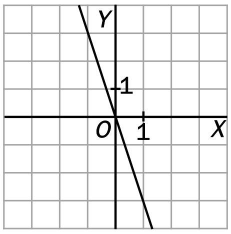
9.3. La razón de proporcionalidad entre dos magnitudes es –3.

a) Escribe la fórmula de la función.

b) Representa gráficamente la función.

a) $y = -3x$

b)



9.4. (TIC) Completa la tabla en tu cuaderno.

x	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
y		**–1**				**1**

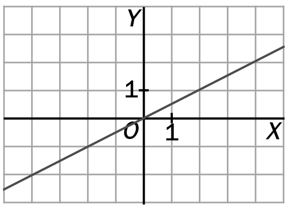
a) Escribe la fórmula de la función que relaciona las dos magnitudes.

b) Representa gráficamente la función.

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–1,5	–1	– 0,5	0	0,5	1

a) $y = \dfrac{1}{2}x$

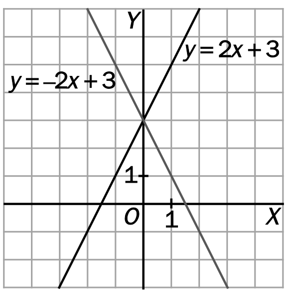
b)



9.5. Actividad interactiva.

9.6. Actividad resuelta.

9.7. (TIC) Representa en los mismos ejes las siguientes funciones afines. a) $y = 2x + 3$ b) $y = -2x + 3$ ¿Qué relación hay entre las gráficas?



Ambas gráficas pasan por el punto (0, 3).

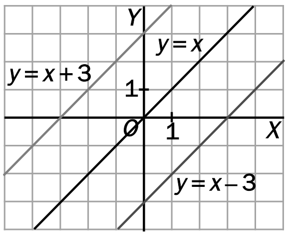
La del coeficiente de x positivo es creciente, y la otra, decreciente.

Son simétricas respecto a *OY*.

9.8. (TIC) Representa en los mismos ejes las siguientes funciones lineales.

a) $y = x$ **b)** $y = x + 3$ **c)** $y = x - 3$

¿Qué relación hay entre las gráficas?



Todas las rectas tienen la misma pendiente. Son paralelas entre sí.

9.9. (TIC) Una compañía de telefonía cobra 0,30 euros fijos de establecimiento de llamada y 0,10 euros por cada minuto hablado.

a) Escribe la función que relaciona el coste de una llamada con su duración.

b) ¿Cuánto cuesta una llamada de 15 minutos?

a) Si x es la duración de la llamada e y el coste de la misma: $y = 0,30 + 0,10x$.

b) $y = 0,30 + 0,10 \cdot 15 = 1,80$ € costará la llamada.

9.10. Actividad resuelta.

9.11. Da la pendiente y la ordenada en el origen.

a) $y = -x + 2$ **c)** $y = 3x$ **e)** $y = x - 3$

b) $y = 2x - 1$ **d)** $y = -2$ **f)** $y = -2x - 4$

a) $m = -1$, $n = 2$ c) $m = 3$, $n = 0$ e) $m = 1$, $n = -3$

b) $m = 2$, $n = -1$ d) $m = 0$, $n = -2$ f) $m = -2$, $n = -4$

9.12. (TIC) Escribe la ecuación de una recta con pendiente –2 y que pase por el punto (0, 5).

$m = -2$, $n = 5 \Rightarrow y = -2x + 5$

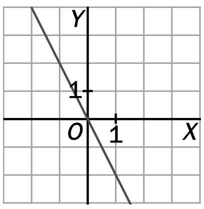
9.13. (TIC) Escribe la ecuación de una recta con la misma pendiente que $y = x - 2$ y con la misma ordenada en el origen que $y = 5x + 3$.

La pendiente de $y = x - 2$ es $m = 1$. La ordenada en el origen de $y = 5x + 3$ es $n = 3$.

La recta pedida es $y = x + 3$.

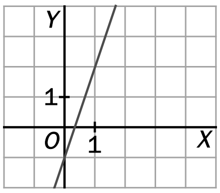
9.14. (TIC) Representa una recta con pendiente –2 y que pase por el origen de coordenadas.

$m = -2$, $n = 0 \Rightarrow$ La recta es $y = -2x$.

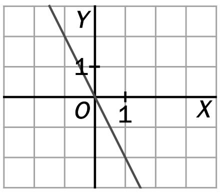


9.15. Indica la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas.

a)



b)



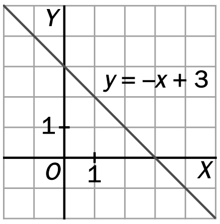
a) $m = 3$, $n = –1$

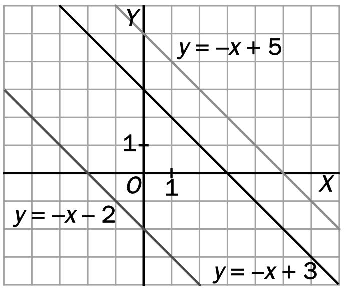
b) $m = –2$, $n = 0$

9.16. Actividad resuelta.

9.17. (TIC) Representa en una misma gráfica dos rectas paralelas a la dada que corten el eje de ordenadas en los puntos (0, –2) y (0, 5).

Escribe también las ecuaciones de las rectas.





$y = –x + 5$

$y = –x – 2$

9.18. Dada la siguiente tabla.

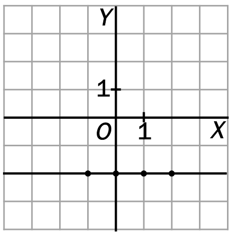
x	**–1**	**0**	**1**	**2**
y	**–2**	**–2**	**–2**	**–2**

a) Escribe la ecuación de la recta asociada.

b) Dibuja la gráfica.

a) $y = –2$

b)



9.19. Escribe la ecuación del eje de abscisas y la ecuación del eje de ordenadas.

Algunos puntos del eje de abscisas son (0, 0), (1, 0), (–1, 0), (2, 0)… Su ecuación es $y = 0$, ya que todos los puntos de este eje tienen la segunda coordenada nula.

Algunos puntos del eje de ordenadas son (0, 1), (0, 2), (0, –3)… Su ecuación es $x = 0$, ya que todos los puntos de este eje tienen nula la primera coordenada.

9.20. Actividad resuelta.

9.21. Actividad resuelta.

9.22. a) Completa la siguiente tabla, que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales.

x	**2**	**4**	**10**	
y	**20**	**10**		**2**

b) ¿Cuál es la función que relaciona las dos magnitudes?

c) Realiza otra tabla con valores negativos y representa gráficamente la función.

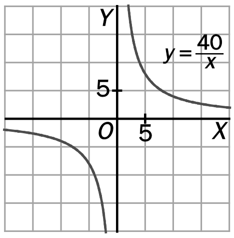
a) El producto de los valores correspondientes de las magnitudes es 40.

x	2	4	10	20
y	20	10	4	2

b) $y = \dfrac{40}{x}$

c)

x	–2	–4	–10	–20
y	–20	–10	–4	–2



9.23. (TIC) Con un grifo se tarda 8 horas en llenar una piscina.

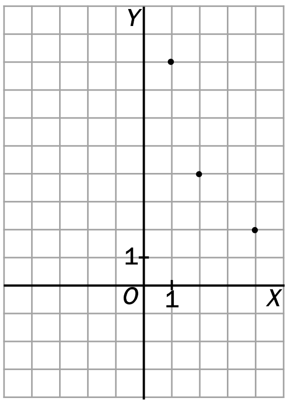
a) Encuentra la fórmula que exprese cómo obtener el tiempo de llenado en función del número de grifos.

b) Representa gráficamente la función.

a) El número de grifos y las horas que se tarda en llenar la piscina son magnitudes inversamente proporcionales. Si *x* es el número de grifos e *y* el número de horas que se tarda en llenar la piscina, se obtiene que $x \cdot y = 8$. Por tanto, la fórmula pedida es $y = \dfrac{8}{x}$.

b)

x	1	2	4
y	8	4	2



9.24. a) Representa la función $y = \dfrac{-4}{x}$ elaborando una tabla de valores en la que x solo tome valores positivos y otra en la que solo los tome negativos.

b) ¿Qué relación hay entre las representaciones gráficas de las funciones $y = \dfrac{-4}{x}$ e $y = \dfrac{4}{x}$?

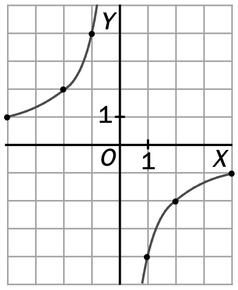
a) $y = \dfrac{-4}{x}$

x positivas

x	1	2	4
y	–4	–2	–1

x negativas

x	–4	–2	–1
y	1	2	4



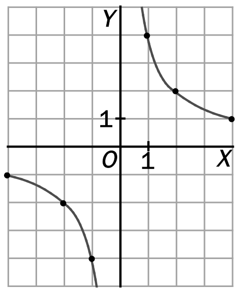
b) $y = \dfrac{4}{x}$

x positivas

x	1	2	4
y	4	2	1

x negativas

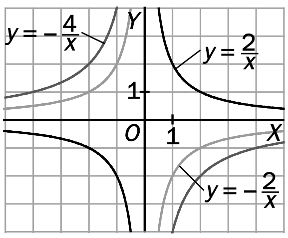
x	–4	–2	–1
y	–1	– 2	–4



Son simétricas respecto del eje *X*.

9.25. (TIC) Representa en la misma gráfica las funciones $y = \dfrac{2}{x}$, $y = \dfrac{-2}{x}$, $y = \dfrac{-4}{x}$.

¿Puedes describir cómo va a ser la gráfica según el valor y el signo de la constante de proporcionalidad inversa?



Si el valor de la constante es positivo, la función es decreciente. Si es negativo, creciente.

Cuanto mayor es el valor absoluto de esa constante es mayor que 1, más alejados del origen están los puntos de la función cuya abscisa tiene un valor próximo a 0.

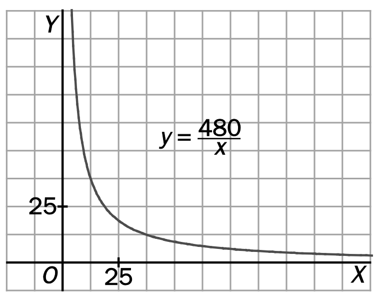
9.26. Imagina que un coche pudiera circular a velocidad constante durante un recorrido de 480 kilómetros.

a) ¿Cuánto tiempo duraría el viaje si circulase a 40, 60, 80 o 120 kilómetros por hora?

b) Escribe la fórmula y haz la gráfica de la función que relaciona velocidad y tiempo.

a) $t = \dfrac{480}{40} = 12$ h; $t = \dfrac{480}{60} = 8$ h; $t = \dfrac{480}{80} = 6$ h; $t = \dfrac{480}{120} = 4$ h

b) Si x es la velocidad e y el tiempo que tarda en hacer el recorrido, $y = \dfrac{480}{x}$. Utilizando los valores anteriores para la representación gráfica, se obtiene:



9.27. Actividad interactiva.

9.28. Cuando salgas a dar un paseo, cuenta el número de pasos que das cada 2 minutos.

a) Encuentra la función que define el movimiento.

b) ¿Qué mide la pendiente?

a) La respuesta depende de los pasos que dé cada alumno en 2 minutos.

Si suponemos que se dan 120 pasos en 2 minutos, en 1 se darán 60 pasos. Siendo x el tiempo en minutos transcurrido e y el número de pasos dados en ese tiempo, la función sería: $y = 60x$.

b) La pendiente mide el número de pasos dados en un minuto.

9.29. Supón que tenéis que pagar una visita al teatro de 500 euros entre todos los alumnos que vayáis. ¿A cuánto toca cada uno?

Exprésalo mediante una función del número de alumnos y represéntala.

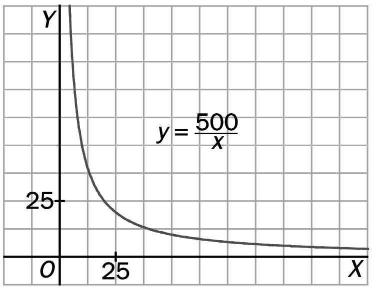
Lo que paga cada uno depende del número de alumnos que vayan. Por ejemplo:

Si van 10 alumnos, cada uno toca a: $\frac{500}{10} = 50$ €.

Si van 20, $\frac{500}{20} = 25$ €; si van 40, $\frac{500}{40} = 12{,}50$ €; si van 50, $\frac{500}{50} = 10$ €.

Representando el número de alumnos por x y el dinero que paga cada uno por y, se obtiene $y = \frac{500}{x}$.

Utilizando los valores anteriores para representar la función gráficamente, resulta:



EJERCICIOS

Funciones de proporcionalidad directa. Funciones lineales

9.30. Indica cuáles de las siguientes fórmulas son funciones de proporcionalidad directa, funciones lineales o ninguna de ellas.

a) $f(x) = x + 2$	**c)** $y = -6x + 2$	**e)** $f(x) = 5x$
b) $f(x) = 5$	**d)** $f(x) = 3x^2$	**f)** $y = 7x$
a) Lineal	c) Lineal	e) De proporcionalidad directa
b) Lineal	d) Ninguna de las dos	f) De proporcionalidad directa

9.31. Escribe la fórmula de:

a) Una función de proporcionalidad directa creciente .

b) Una función lineal decreciente.

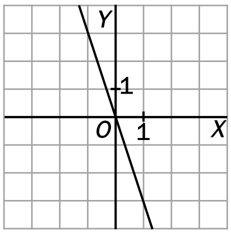
a) La fórmula es de la forma $y = mx$ con $m > 0$. Por ejemplo, $y = 5x$.

b) La fórmula es de la forma $y = mx + n$ con $m < 0$. Por ejemplo, $y = -5x + 4$.

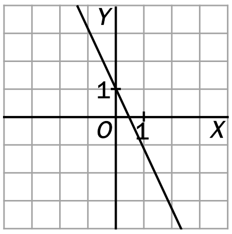
9.32. Clasifica en funciones de proporcionalidad directa y lineales las siguientes funciones y represéntalas gráficamente.

a) $y = -3x$ **b)** $y = x$ **c)** $y = 1 - 2x$ **d)** $y = x + 2$

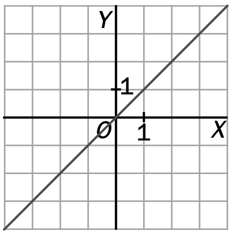
a) De proporcionalidad directa



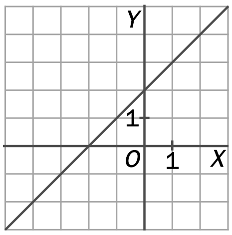
c) Lineal



b) De proporcionalidad directa

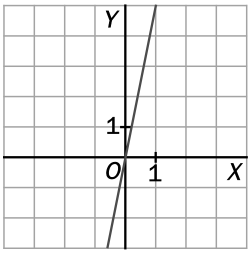


d) Lineal

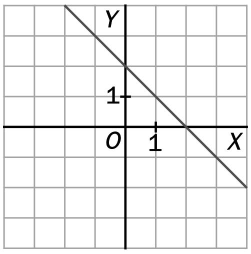


9.33. Asocia a cada gráfica la fórmula que le corresponda teniendo en cuenta si son funciones de proporcionalidad directa o lineales, y si son crecientes o decrecientes.

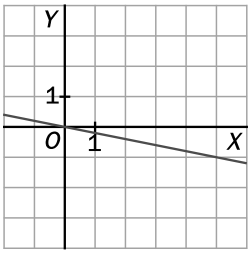
a)



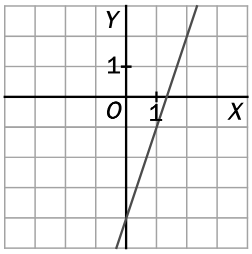
b)



c)



d)



A: $y = 3x - 4$ **B:** $y = -x + 2$ **C:** $y = 5x$ **D:** $y = -\frac{1}{5}x$

a) Es de proporcionalidad directa y creciente. Su fórmula es la C: $y = 5x$.

b) Es lineal y decreciente. Su fórmula es la B: $y = -x + 2$.

c) Es de proporcionalidad directa y decreciente. Su fórmula es la D: $y = -\frac{1}{5}x$.

d) Es lineal y creciente. Su fórmula es la A: $y = 3x - 4$.

9.34. Halla la ecuación de la función de proporcionalidad directa que pasa por el punto (3, 6).

Su fórmula deber ser de la forma $y = mx$.

Como pasa por (3, 6), se verifica que si $x = 3$, $y = 6$. Sustituyendo en la fórmula y despejando m: $6 = 3m \Rightarrow m = 2$.

Por tanto, la ecuación es $y = 2x$.

9.35. Indica cuál de los siguientes puntos pertenece a la gráfica de la función lineal $y = -x + 9$.

***A*(0, –9)** ***B*(–1, 10)** ***C*(9, 0)** ***D*(–3, 6)**

Para que el punto pertenezca a la gráfica de la función, debe cumplir su fórmula.

A: $-9 \neq -0 + 9$. No la cumple.

B: $10 = -(-1) + 9$. Sí la cumple.

C: $0 = -9 + 9$. Sí la cumple.

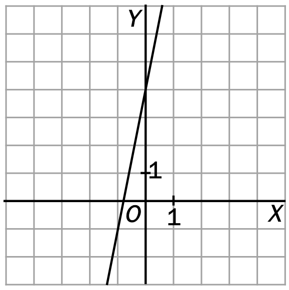
D: $6 \neq -(-3) + 9$. No la cumple.

9.36. (TIC) Dada la función lineal $f(x) = 5x + 4$:

a) ¿Cuál es la imagen del 0?

b) Represéntala gráficamente.

a) $f(0) = 5 \cdot 0 + 4 = 4$

b) 

9.37. (TIC) Halla la función lineal que pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(7, 4)$.

Observando los puntos, cada vez que se avanzan 5 unidades en el eje X se avanza 1 unidad en el Y. Esto es, por cada unidad que se avanza en X, en Y se avanza $\frac{1}{5}$. Por tanto, la pendiente es $m = \frac{1}{5}$, y la función, $y = \frac{1}{5}x + n$.

Para calcular n, como la función pasa por el punto A, si $x = 2$, $y = 3$.

Por tanto, $3 = \frac{1}{5} \cdot 2 + n \Rightarrow n = 3 - \frac{2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$

La función es $y = \frac{1}{5}x + \frac{13}{5}$.

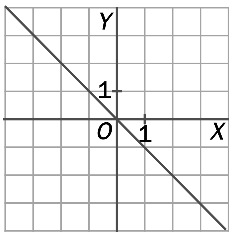
Pendiente y ordenada en el origen. Rectas paralelas

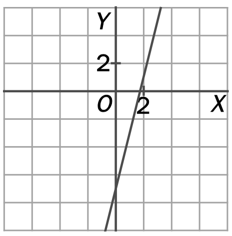
9.38. (TIC) Dadas las funciones siguientes: $f(x) = -x$ $\quad g(x) = 4x - 7$ $\quad h(x) = -2x + 1$.

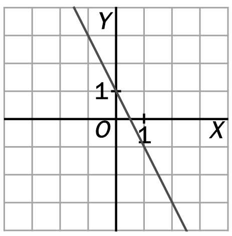
a) Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una.

b) Represéntalas gráficamente.

a) En la función f: $m = -1$ y $n = 0$. En g: $m = 4$ y $n = -7$. Y en h: $m = -2$ y $n = 1$.

b) 





9.39. Indica cuáles de las siguientes funciones pasan por el origen de coordenadas.

a) $y = -4{,}5x$ b) $y = 7x + 6$ c) $y = 9 - x$ d) $y = 3$

Pasan por el origen las que tienen $n = 0$. Por tanto, la única función que pasa por el origen es la a.

9.40. Indica cuáles de las siguientes funciones son crecientes y cuáles decrecientes.

a) $y = 8x$ b) $y = -3x + 9$ c) $y = 2x - 8$ d) $y = 3 - 7x$

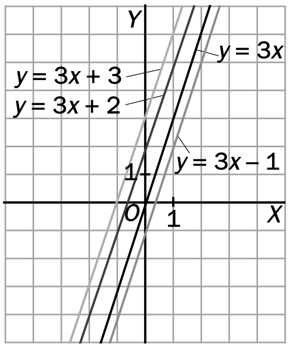
Son crecientes las funciones cuya pendiente es positiva. Por tanto, las de los apartados a y c.

9.41. (TIC) Representa en los mismos ejes cartesianos las funciones siguientes.

$y = 3x + 2$ $y = 3x - 1$ $y = 3x + 3$ $y = 3x$

a) ¿Cómo son las rectas?

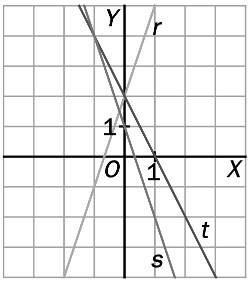
b) ¿Cómo son las pendientes?



a) Las rectas son paralelas.

b) Las pendientes son iguales y positivas. Por tanto, son crecientes.

9.42. Relaciona cada una de las rectas con las características indicadas.



a) Su pendiente es 3 y pasa por el punto (0, 2).

b) Pasa por los puntos (–1, 4) y (2, –2).

c) Su pendiente es –3, y su ordenada en el origen, 1.

a) La recta *r*

b) La recta *t*

c) La recta *s*

9.43. Escribe la ecuación de una recta paralela al eje *Y* que pasa por el punto (–3, 0). ¿Es una función?

Su ecuación es de la forma $x = a$. Como pasa por el punto (–3, 0), la ecuación es $x = -3$.

No es una función, ya que para $x = -3$, y toma infinitos valores.

9.44. Escribe la ecuación de una recta paralela a $y = -7x + 4$ que tenga la misma ordenada en el origen que $y = 3x$.

Por ser una recta paralela a $y = -7x + 4$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -7$.

La ordenada en el origen de $y = 3x$ es $n = 0$. Por tanto, la recta pedida es $y = -7x$.

9.45. (TIC) Escribe la ecuación de una recta paralela a $y = 9x + 5$ y que pase por el origen de coordenadas. ¿Qué tipo de función es?

Por ser paralela a $y = 9x + 5$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = 9$.

Como pasa por el origen de coordenadas, la ordenada en el origen es $n = 0$. Por tanto, la recta pedida es $y = 9x$.

Es una función de proporcionalidad directa.

9.46. (TIC) Calcula la ecuación de una recta paralela a $y = 4 - 2x$ que pase por el punto (3, 0).

Por ser paralela a $y = 4 - 2x$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -2$. Por tanto, su ecuación es $y = -2x + n$.

Como pasa por el punto (3, 0), sustituyendo en la ecuación se tiene que $0 = -2 \cdot 3 + n \Rightarrow n = 6$.

La ecuación de la recta buscada es $y = -2x + 6$.

9.47. (TIC) Dada la ecuación de la recta $y = -3x + 4$.

a) Escribe la ecuación de una recta paralela que corte al eje *Y* en el punto (0, –1).

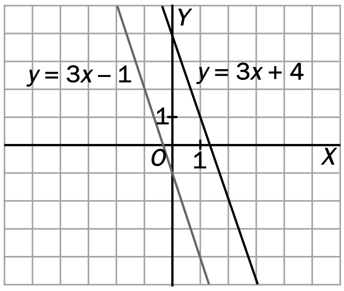
b) Represéntalas en los mismos ejes.

a) Por ser una recta paralela a $y = -3x + 4$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -3$.

Como corta el eje *Y* en el punto (0, –1), la ordenada en el origen es $n = -1$.

Por tanto, la recta es $y = -3x - 1$.

b)



9.48. Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas.

a) Paralela al eje *Y* y a 3 unidades de distancia del origen de coordenadas.

b) Sus puntos tienen como ordenada 12.

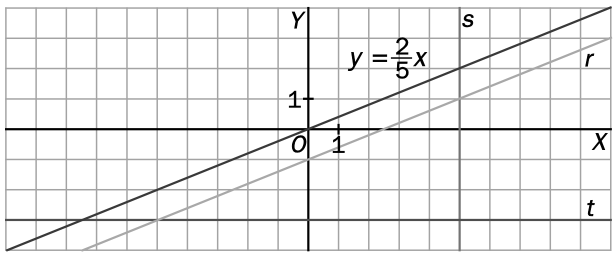
c) Paralela a $y = -2x + 5$ y que pase por el origen de coordenadas.

a) $x = 3$ o $x = -3$

b) $y = 12$

c) Su pendiente es –2, y su ordenada en el origen $0 \Rightarrow y = -2x$.

9.49. Con los datos de la gráfica, escribe las ecuaciones de las rectas *r*, *s*, *t*.



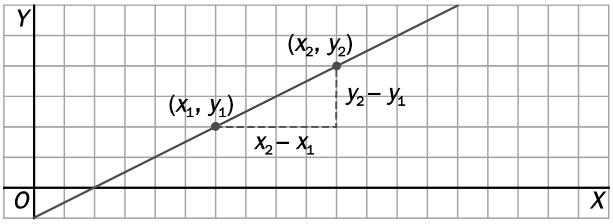
La recta *r* es paralela a $y = \frac{2}{5}x$, luego su pendiente es $m = \frac{2}{5}$. Como corta el eje *Y* en el punto (0, –1), su ordenada en el origen es $n = -1$. Por tanto, su ecuación es $y = \frac{2}{5}x - 1$.

La recta *s* es paralela al eje *Y* y pasa por el punto (5, 0). Su ecuación es $x = 5$.

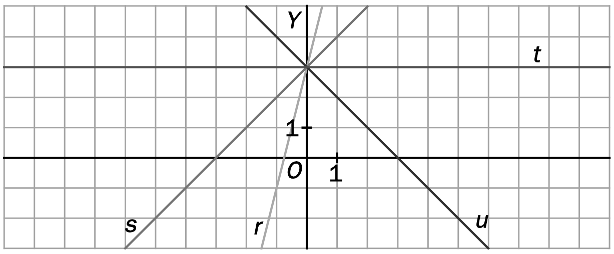
La recta *t* es paralela al eje *X* y corta el eje *Y* en el punto (0, –3). Su ecuación es $y = -3$.

9.50. Conocidos dos puntos de una recta: (x_1, y_1), (x_2, y_2), se puede hallar su pendiente aplicando la siguiente fórmula.

$$m = \frac{\text{Variación de la } y}{\text{Variación de la } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Calcula la pendiente de las siguientes rectas.



Todas las rectas pasan por el punto (0, 3). Por tanto, su ordenada en el origen es $n = 3$.

La recta r pasa además por el punto (–1, –1). Su pendiente es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-1-0} = 4$. Por tanto, su ecuación es $y = 4x + 3$.

La recta s pasa también por (–3, 0). Su pendiente es $m = \frac{0-3}{-3-0} = 1$. Su ecuación es $y = x + 3$.

La recta t es paralela al eje OX. Su pendiente es 0, y su ecuación, $y = 3$.

La recta u pasa también por (3, 0). Su pendiente es $m = \frac{0-3}{3-0} = -1$. Su ecuación es $y = -x + 3$.

Funciones de proporcionalidad inversa

9.51. Indica cuáles de las siguientes funciones son de proporcionalidad inversa.

a) $y = \frac{3}{2}x$ **b)** $y = \frac{-6}{x}$ **c)** $y = -x + 3$ **d)** $y = \frac{10}{x}$

Son de proporcionalidad inversa las funciones b y d.

9.52. Dada la función $y = \frac{5}{x}$:

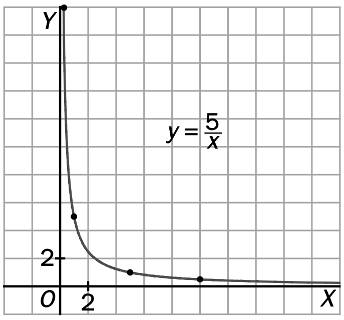
a) Construye una tabla para valores positivos de x.

b) Representa gráficamente la parte de la función correspondiente al semieje positivo de las x.

a)

x	0,25	0,5	1	5
y	20	10	5	1

b)



9.53. (TIC) Representa gráficamente la función $y = \frac{-5}{x}$.

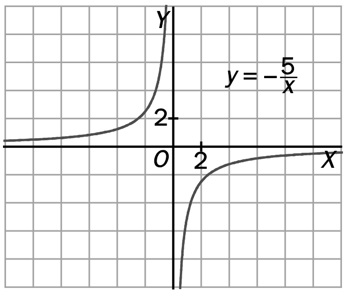
Para ello, elabora dos tablas de valores, una con valores positivos de *x* y otra con valores negativos, y luego representa los puntos de ambas en los mismos ejes de coordenadas.

x positivas

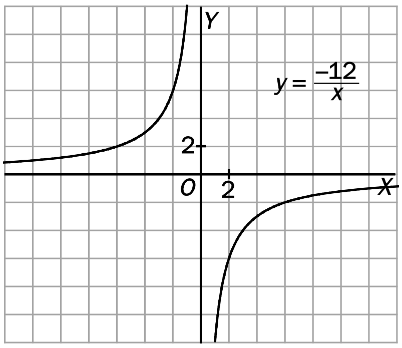
x	0,25	0,5	1	5
y	–20	–10	–5	–1

x negativas

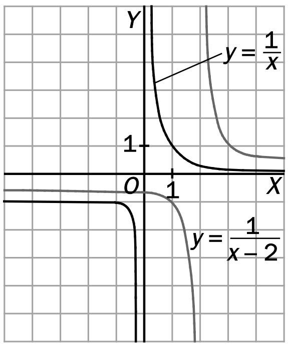
x	–0,25	–0,5	–1	–5
y	20	10	5	1



9.54. (TIC) Representa gráficamente la función $y = \frac{-12}{x}$.



9.55. (TIC) Dibuja la gráfica de la función $y = \frac{1}{x-2}$ y compárala con $y = \frac{1}{x}$. ¿Qué observas?

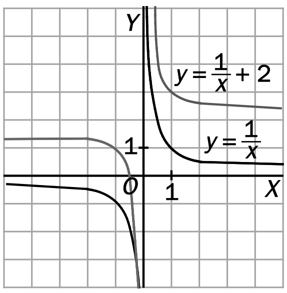


La función tiene la misma gráfica que $y = \frac{1}{x}$ trasladada 2 unidades a la derecha.

9.56. (TIC) Representa en los mismos ejes de coordenadas las funciones $y = \frac{1}{x}$ e $y = \frac{1}{x} + 2$.

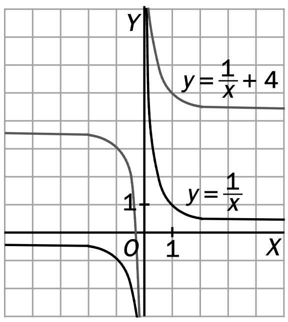
a) Explica qué tienen en común y en qué se diferencian las gráficas de las dos funciones.

b) A partir de la gráfica de $y = \frac{1}{x}$, dibuja la gráfica de la función $y = \frac{1}{x} + 4$ sin elaborar una tabla de valores.



a) Las gráficas son iguales, aunque la segunda función está trasladada 2 unidades en vertical, hacia arriba, respecto a la primera.

b) Basta con dibujar la función trasladada 4 unidades hacia arriba.



9.57. Escribe la fórmula de una función de proporcionalidad inversa que cumpla las siguientes condiciones.

a) Su gráfica se obtiene trasladando 5 unidades hacia abajo la gráfica de $y = \frac{-1}{x}$.

b) Su gráfica se obtiene trasladando 2 unidades a la izquierda la gráfica de $y = \frac{-1}{x}$.

a) $y = \frac{-1}{x} - 5$

b) $y = \frac{-1}{x+2}$

PROBLEMAS

9.58. La siguiente tabla muestra la velocidad de un coche en un momento de deceleración.

Tiempo (minutos)	0	1	2	3
Velocidad (km/h)	90	70	50	30

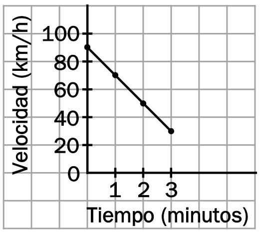
a) Representa los datos gráficamente.

b) ¿De qué tipo de función se trata?

c) Escribe la expresión de la función.

d) Si el coche continúa disminuyendo la velocidad a ese ritmo, ¿en qué minuto se detendrá?

a)



b) Es una función lineal.

c) Si x es el tiempo e y la velocidad, la expresión es $y = mx + n$.

La ordenada en el origen es $n = 90$. Por tanto, la fórmula es

$y = mx + 90$.

Sustituyendo el punto (1, 70), $70 = m + 90 \Rightarrow m = 70 - 90 = -20$.

La expresión es $y = -20x + 90$.

d) En el momento en que se detenga, la velocidad, y, será 0.

Sustituyendo en la fórmula, $0 = -20x + + 90 \Rightarrow 20x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{20} = 4{,}5$.

El coche se detendrá a los 4,5 minutos.

9.59. (TIC) Una ONG envía alimentos a un país en vías de desarrollo. Con cada 6 euros aportados alimenta a 30 niños al día.

a) Da la fórmula que relaciona la cantidad de dinero aportada con los niños a los que da de comer la ONG al día.

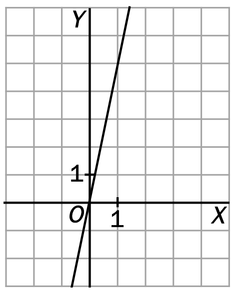
b) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

c) Representa gráficamente la función.

a) La fórmula es $y = \frac{30}{6}x = 5x$.

b) Sí, su expresión es del tipo $y = mx$.

c)



9.60. Nuria, Alejandro, Pilar y Vicente han comprado, respectivamente, 1, 3, 5 y 6 cuadernos, todos ellos iguales. En total han pagado 56,25 euros.

a) ¿Cuánto cuesta cada cuaderno?

b) Escribe la función que relaciona el dinero que hay que pagar con el número de cuadernos comprados.

c) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

d) ¿Cuánto hay que pagar por 10 cuadernos como los anteriores?

e) Con 15 euros, ¿cuántos cuadernos podemos comprar?

a) En total han comprado: 1 + 3 + 5 + 6 = 15 cuadernos.

Cada cuaderno ha costado $\frac{56{,}25}{15} = 3{,}75$ €.

b) La función es $y = \frac{x}{3{,}75}$. Indica que con *x* euros se pueden comprar *y* cuadernos.

c) Es una función de proporcionalidad directa.

d) Sustituyendo $y = 10$ en la ecuación, se obtiene $10 = \frac{x}{3{,}75}$.

Despejando, $x = 10 \cdot 3{,}75 = 37{,}50$ € hay que pagar por 10 cuadernos.

e) Sustituyendo $x = 15$ en la ecuación, $y = \frac{15}{3{,}75} = 4$ cuadernos se pueden comprar con 15 euros.

9.61. La función *f* asocia a cada radio, *r*, de una circunferencia el área del círculo que le corresponde.

a) Escribe su ecuación.

b) Es una función de proporcionalidad directa?

c) ¿Cuál es el área de un círculo de 2 centímetros de radio?

a) $f(r) = \pi \cdot r^2$

b) No es una función de proporcionalidad directa ni una función lineal.

c) $f(2) = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56\ \text{cm}^2$

9.62. (TIC) Dada la siguiente tabla:

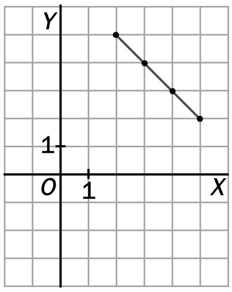
x	**2**	**3**	**4**	**5**
y	**5**	**4**	**3**	**2**

a) Comprueba que los puntos determinan una recta.

b) Escribe la ecuación de la recta.

c) ¿Cuál es la pendiente?

d) ¿Cuál es la ordenada en el origen?



a) Al representar los puntos en los ejes se observa que están alineados.

b) Al avanzar una unidad en el eje *X*, se retrocede una unidad en el eje $Y \Rightarrow$ $\Rightarrow m = -1$. La ecuación de la recta es $y = -x + n$.

Como pasa por (2, 5), sustituyendo en la ecuación: $5 = -2 + n \Rightarrow n = 7$.

La ecuación de la recta es $y = -x + 7$.

c) La pendiente es $m = -1$.

d) La ordenada en el origen es $n = 7$.

9.63. El consumo de electricidad se mide en kilovatios. El gasto mensual es una cantidad fija de 6,24 euros a la que se añade el precio de los kilovatios consumidos.

a) Si el precio de un kilovatio es de 0,13 euros, ¿cuánto pagará una familia un mes que haya consumido 160 kilovatios?

b) ¿Cuántos kilovatios habrá consumido una familia que un mes ha pagado 46,90 euros?

c) Escribe la fórmula que permite calcular el gasto mensual de electricidad en función de los kilovatios consumidos.

d) ¿Qué tipo de función es? Señala su pendiente y su ordenada en el origen.

a) La familia pagará $6{,}24 + 160 \cdot 0{,}13 = 27{,}04$ €.

b) Se tiene que $6{,}24 + 0{,}13 \cdot x = 46{,}90 \Rightarrow x = \dfrac{46{,}90 - 6{,}24}{0{,}13} = 312{,}77$ kW habrá consumido la familia.

c) La fórmula es $y = 6{,}24 + 0{,}13x$, donde x representa los kW consumidos, e y, el gasto en euros.

d) Es una función lineal de pendiente 0,13 y ordenada en el origen 6,24.

9.64. (TIC) Escribe las fórmulas de las funciones asociadas a las siguientes situaciones.

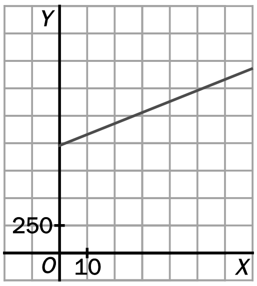
I) El sueldo final de un trabajador en función de las horas extras que realice, sabiendo que el sueldo fijo es de 980 euros al mes y cada hora extra se paga a 10 euros.

II) El dinero que corresponde a cada uno, según el número de alumnos de una clase de 3.º de ESO que ha ganado un premio de 1500 euros.

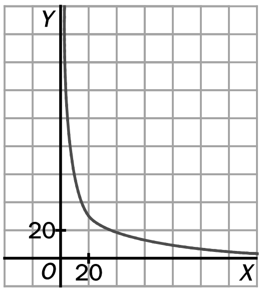
III) El tiempo que tarda Juan en leer un libro en función del número de páginas que este tenga, si lee cada día 4 páginas.

Asocia cada situación con su gráfica correspondiente.

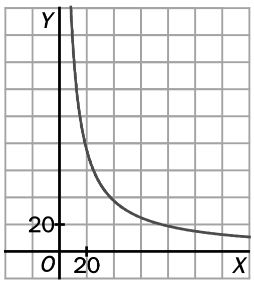
a)



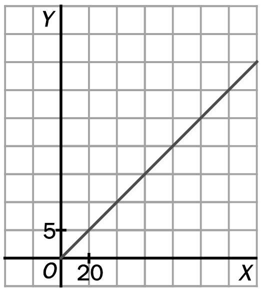
b)



c)



d)



I) $y = 6x + 980$. La gráfica asociada es la a.

II) $y = \dfrac{1500}{x}$. La gráfica asociada es la b.

III) $y = 4x$. La gráfica asociada es la d.

9.65. (TIC) El número de alumnos que van a una excursión y el precio que deben pagar por ir son dos magnitudes inversamente proporcionales.

a) Copia y completa la siguiente tabla, que relaciona estas magnitudes.

N.º de alumnos	2	4	10	20
Precio (euros)	180			

b) ¿Cuál es la función que relaciona las dos magnitudes?

c) ¿Cuántos alumnos deberán ir a la excursión para que cada uno pague 10 euros? ¿Y para que cada uno pague 9 euros?

a) Como el producto de las magnitudes ha de ser constante:

N.º de alumnos	2	4	10	20
Precio	180	90	36	18

b) La función es $y = \dfrac{360}{x}$.

c) Si $y = 10 \Rightarrow 10 = \dfrac{360}{x} \Rightarrow x = \dfrac{360}{10} = 36$. Por tanto, para que cada alumno pague 10 € es necesario que a la excursión vayan 36 alumnos.

Si $y = 9$, se tiene que $9 = \dfrac{360}{x} \Rightarrow x = \dfrac{360}{9} = 40$. Por tanto, para que cada alumno pague 9 € es necesario que a la excursión vayan 40 alumnos.

9.66. El producto de dos números es 18.

a) Forma una tabla de posibles valores.

b) Escribe la función que da un número, conocido el otro.

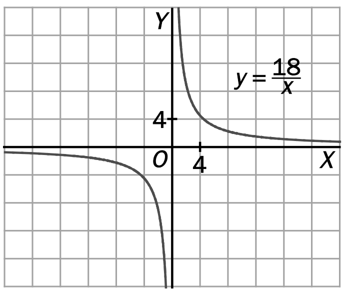
c) Representa gráficamente la función. ¿De qué tipo es?

a)

N.º conocido	1	2	3	6
N.º desconocido	18	9	6	3

b) Si x es el número conocido e y el desconocido, se cumple que $x \cdot y = 18 \Rightarrow y = \dfrac{18}{x}$.

c) Es de proporcionalidad inversa.



AMPLIACIÓN

9.67. La abscisa x de los puntos de la recta $y = 2x - 3$ que están por debajo de los puntos de la recta $y = x + 1$ verifica:

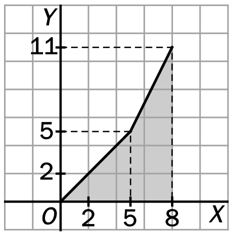
a) $4 < x < 5$　　b) $x < 4$　　c) $x \geq 4$　　d) $x < 0$

El punto de corte de ambas rectas es $P(4, 5)$, siendo la ordenada de los puntos de $y = 2x - 3$ menor que la ordenada de los puntos de la otra recta para $x < 4$. Respuesta b.

9.68. Sea *K* el área de la región limitada por el eje *X*, la recta $x = 8$ y la línea quebrada formada por los puntos (x, y) tales que $y = x$ si $0 \le x \le 5$ e $y = 2x - 5$ si $5 < x \le 8$. El valor de *K* es:

a) 21,5 b) 36,4 c) 36,5 d) 44

Si dibujamos la región en cuestión, obtenemos la figura sombreada cuya área es el área de un trapecio más el de un triángulo, es decir:



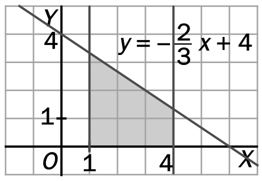
$$A = \frac{11+5}{2}\cdot(8-5)+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5 = 36{,}5$$

Respuesta c.

9.69. Si el área de la región limitada por el eje *X* y las rectas $y = mx + 4$, $x = 1$ y $x = 4$ es 7, *m* es igual a:

a) $-\frac{1}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $-\frac{3}{2}$ d) –2

La región es la de la figura: un trapecio de bases $m + 4$ y $4m + 4$ y altura 3, cuya área es $\frac{4m+4+m+4}{2}\cdot 3 = 7$, por lo que $m = -\frac{2}{3}$. Respuesta b.



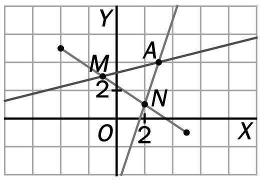
9.70. Dibujamos en el plano las rectas que pasan por el punto (3, 4) y por alguno de los puntos que dividen al segmento de extremos (–4, 5) y (5, –1) en tres partes iguales. Una de estas rectas tiene por ecuación:

a) $3x - 2y - 1 = 0$ c) $5x + 2y - 23 = 0$

b) $4x - 5y + 8 = 0$ d) $x - 4y + 13 = 0$

Los puntos de división son *M*(–1, 3) y *N*(2, 1), por lo que llamando *A* al punto dado, (3, 4), la recta *AM* es $y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{4} \Rightarrow 4y = x + 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 4y + 13 = 0$. La recta *AN* es $y = 3x - 5$. Respuesta d.



9.71. Si el punto $(x, -4)$ está en la recta que pasa por los puntos (0, 8) y (–4, 0), el valor de *x* es:

a) –2 b) 2 c) –8 d) –6

La pendiente de la recta que pasa por (0, 8) y (–4, 0) es $m = \frac{0-8}{-4-0} = 2$, y su ordenada en el origen es 8. Por tanto, su ecuación es $y = 2x + 8$.

El punto de ella de ordenada –4 cumple que $-4 = 2x + 8 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow P(-6, -4)$. Respuesta d.

9.72. Una recta de pendiente 3 se corta con otra de pendiente 5 en el punto (10, 15). ¿Cuál es la distancia entre los puntos de corte de cada una de estas rectas con el eje de abscisas?

a) 2 b) 5 c) 7 d) 12

Las rectas son $y = 3x - 15$ e $y = 5x - 35$, que cortan el eje de abscisas en los puntos (5, 0) y (7, 0), respectivamente, siendo entonces 2 la distancia pedida. Respuesta a.

9.73. Las rectas $y = 4x - 4a$ e $y = 0{,}25x + b$ se cortan en el punto (1, 2). ¿Cuál es el valor de $a + b$?

a) 0 b) 0,75 c) 1 d) 2,25

El punto (1, 2) está en las dos rectas, por lo que $2 = 4 - 4a$, $2 = 0{,}25 + b$, de donde $a = \frac{1}{2}$, $b = 1{,}75$ y $a + b = 2{,}25$. Respuesta d.

AUTOEVALUACIÓN

9.1. Clasifica las siguientes funciones en lineales, afines o de proporcionalidad inversa.

a) $y = \dfrac{12}{x}$ **b)** $y = 4 + x$ **c)** $y = -3x$ **d)** $y = \dfrac{-1}{x}$

a) Función de proporcionalidad inversa

b) Función lineal o afín

c) Función de proporcionalidad directa

d) Función de proporcionalidad inversa

9.2. Sin realizar la gráfica, responde a las siguientes preguntas sobre la función $y = -4x - 2$.

a) ¿Es una función creciente o decreciente?

b) ¿En qué punto corta al eje de ordenadas?

c) ¿Cuál es la ecuación de la paralela a ella que pasa por el origen?

a) Es una función decreciente, porque la pendiente es negativa.

b) Corta el eje de ordenadas cuando $x = 0$. Sustituyendo en la expresión se obtiene $y = -2$.
El punto de corte es (0, –2).

c) Por ser paralela, tiene la misma pendiente $m = -4$ y su ordenada en el origen es $n = 0$.
Por tanto, la ecuación es $y = -4x$.

9.3. Señala cuáles de las siguientes funciones son paralelas a la función $y = 2 - 6x$.

a) $y = 3x - 6$ **b)** $y = -6x$ **c)** $y = 6x + 2$ **d)** $y = 8 - 6x$

Son paralelas las funciones que tienen la misma pendiente, $m = -6$: las rectas b y d.

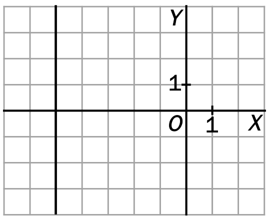
9.4. Da la ecuación de una recta paralela a $y = 4x$ y que tenga la misma ordenada en el origen que la recta $y = 2x - 10$.

La pendiente de la recta $y = 4x$ es $m = 4$. La ordenada en el origen de la recta $y = 2x - 10$ es $n = -10$.

La ecuación buscada es $y = 4x - 10$.

9.5. Representa la recta $x = -5$. ¿Es la gráfica de alguna función? Razónalo.

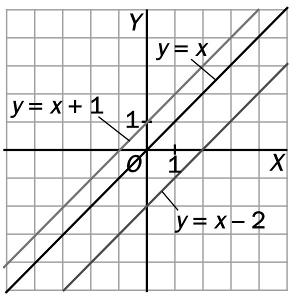
No es la grafica de una función, ya que a un único valor de x se le asignan infinitos valores de y.



9.6. Representa las funciones siguientes.

$y = x + 1$ $y = x - 2$ $y = x$

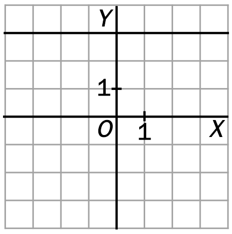
a) ¿Cómo son las rectas? **b) ¿Cómo son las pendientes?**



a) Las rectas son paralelas.

b) Todas las pendientes son iguales.

9.7. Representa la recta *y* = 3. Indica si es de proporcionalidad directa, lineal o inversa.



Es una función lineal.

9.8. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla de valores, que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales.

x	**1**	**2**	**4**	**5**	**10**	**20**
y	**20**	**10**				

a) Escribe la función que relaciona las dos variables.

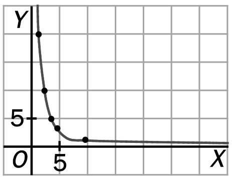
b) Representa gráficamente la función.

a)

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10	5	4	2	1

La función es $y = \dfrac{20}{x}$.

b)



PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Busca y compara > Temperatura espacial

La temperatura en la Tierra varía mucho según la región. Las temperaturas extremas que se han registrado oscilan entre –88 ºC y +66 ºC. En otros planetas, las diferencias de temperatura son incluso mayores.

9.1. Busca las temperaturas en los planetas del sistema solar. Puedes encontrar los datos en www.e-sm.net/2esoz49, expresadas en grados Kelvin, grados Celsius y grados Fahrenheit.

MERCURIO	700 K	427 ºC	800 ºF
VENUS	635 K	362 ºC	683 ºF
MARTE	288 K	15 ºC	59 ºF
JÚPITER	165 K	–108 ºC	–163 ºF
SATURNO	134 K	–139 ºC	–219 ºF
URANO	76 K	–197 ºC	–322 ºF
NEPTUNO	72 K	–201 ºC	–330 ºF

9.2. Se considera que el rango de temperaturas para que pueda haber vida abarca desde 253 K hasta 393 K. Teniendo en cuenta los datos recogidos antes, ¿en qué planetas es imposible la presencia de vida?

La Tierra y Marte son los únicos planetas con las condiciones adecuadas en el sistema solar.

Analiza y relaciona > Tu peso en el espacio

En la Luna, el peso de una persona es la sexta parte de su peso en la Tierra. Una persona de 90 kg pesaría solo 15 kg en la superficie de nuestro satélite.

9.1. **Los pesos en la Tierra y en cada planeta son directamente proporcionales. En la tabla aparece la equivalencia en kg de 1 kg terrestre en varios cuerpos del sistema solar (los cuerpos no están representados a escala).**

MERCURIO	**0,378 kg**
VENUS	**0,906 kg**
LA LUNA	**0,166 kg**
MARTE	**0,379 kg**
JÚPITER	**2,533 kg**
SATURNO	**1,066 kg**
URANO	**0,905 kg**
NEPTUNO	**1,133 kg**
PLUTÓN	**0,067 kg**
EL SOL	**27,072 kg**

SATÉLITES DE JÚPITER	
ÍO	**0,127 kg**
EUROPA	**0,134 kg**
GANÍMEDES	**0,145 kg**
CALISTO	**0,183 kg**

Calcula tu peso aproximado en cada uno de ellos.

El valor depende del peso de cada alumno. Por ejemplo, para un peso de 50 kg en la Tierra se obtendrían los siguientes valores, siguiendo el mismo orden:

18,9 45,3 8,3 18,95 126,65 53,3 45,25 56,65 3,35 1353,6 6,35 6,7 7,25 9,15

9.2. **En un capítulo de la serie *Los Simpson*, Bart ingresa en un colegio para superdotados. En el recreo, otro niño le dice: "Te cambio el peso de una bola de billar en la octava luna de Júpiter de mi comida por el peso de una pluma en la segunda luna de Neptuno de la tuya". Cuando Bart acepta, el niño le quita el bocadillo y le da una cereza.**

Si el cambio hubiera sido "tu peso en Ío en queso por el peso de tu mochila en queso en el Sol", ¿quién saldría ganando?

Suponiendo que el niño pese 50 kg y la mochila 1 kg, serían 6,35 kg por 27,072 kg, el peso en el Sol es mayor. Para que el cambio por la mochila fuera justo, el niño tendría que pesar más de 200 kg.

Aprende a pensar > Tu edad en el espacio

Cada planeta tiene un movimiento de rotación y uno de traslación alrededor del Sol. Esto ocasiona que los días y los años sean distintos en cada uno de ellos.

En www.e-sm.net/2esoz50 puedes calcular tu edad en varios planetas.

9.1. **Calcula tu edad en años y en días en cada uno de esos planetas. Escribe los resultados en una tabla.**

La respuesta dependerá de la fecha de nacimiento. La edad en años será menor que la terrestre en los planetas que están más lejos del Sol que el nuestro, y mayor en Mercurio y Venus. En cambio, la edad en días depende de la velocidad de rotación de cada planeta, por lo que no habrá la misma relación.

9.2. El año se define como el tiempo que tarda un planeta en dar una vuelta completa alrededor del Sol. El año terrestre se divide en días, de forma que un año tiene 365,26 días. Usando la tabla del apartado anterior, calcula la duración en días terrestres de un año en cada uno de esos planetas.

Planeta	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Órbita (en tiempo terrestre)	87,97 días	224,7 días	365,256 días	686,98 días	11,86 años	29,46 años	84,01 años	164,8 años

9.3. ¿Son proporcionales las edades en la Tierra y en los otros planetas?

Son proporcionales si consideramos la relación entre la Tierra y cada uno de ellos, pero no podemos encontrar una razón de proporcionalidad común que relacione todos.

9.4. Vamos a construir las funciones que nos permitan calcular nuestra edad en cada planeta.

Por ejemplo, un año en la Tierra equivale a 4,1 años en Mercurio, aproximadamente. Para pasar de años terrestres (*t*) a años mercurianos (*m*) usaremos la fórmula $m = 4{,}1 \cdot t$. Así, 15 años terrestres son, aproximadamente, 62 años en Mercurio.

Las funciones correspondientes se diferencian solo en la pendiente. Para cada planeta, la función es la que aparece a continuación, donde x representa la edad en la Tierra.

Planeta	Mercurio	Venus	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Función	$y = 4{,}15x$	$y = 1{,}625x$	$y = 0{,}532x$	$y = 0{,}084x$	$y = 0{,}034x$	$y = 0{,}012x$	$y = 0{,}006x$

9.5. Un visitante extraterrestre ha llegado a nuestra casa. Nos dice que tiene 200 años de su planeta. Si sabemos que viene del sistema solar, ¿cuál puede ser su edad equivalente en la Tierra? ¿Es mayor o menor que tú? ¿Te servirán de algo las funciones del apartado anterior?

Usando las funciones anteriores podemos hallar la edad terrestre equivalente. Por ejemplo, si es de Mercurio, su edad equivale a 48 años terrestres, y si es de Júpiter, a 2 381 años.

9.6. En las expediciones a Marte se han encontrado indicios de que puede haber existido algún tipo de vida en el planeta. ¿Crees que hay vida inteligente en otros planetas? Entra en http://matematicas20.aprenderapensar.net y opina sobre este tema.

Debate en la web.

Habla con matemáticas > Por esa regla de tres

9.1. Estas expresiones están relacionadas con conceptos matemáticos. ¿Puedes explicarlas?

a) La victoria del equipo después de tres derrotas consecutivas supone *un punto de inflexión*.

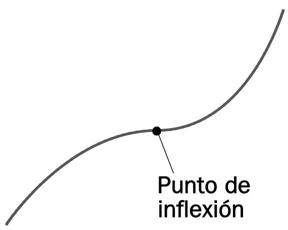
b) La situación ha dado *un giro de 180º*.

c) Ese jugador es un *cero a la izquierda*.

a) Punto de inflexión: cambio de la situación; en este ejemplo, pasar de una racha de derrotas a una victoria.

b) Giro de 180º: la situación ha cambiado completamente.

c) Cero a la izquierda: algo que no vale nada.



9.2. Busca alguna palabra que se utilice en matemáticas y que tenga un significado distinto en la vida real. Por ejemplo, una función puede ser, además de lo que has estudiado, una representación de teatro, una actuación de circo, etc. Trata de encontrar cinco palabras distintas. ¿Qué nombre recibe una palabra con varios significados distintos?

Buscamos cinco palabras polisémicas, relacionadas con las matemáticas, que puedan tener significados distintos. Por ejemplo, primo, raíz, racional, potencia, grado.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Ana María Álvarez, Marina Díaz, Mariano García, Serafín Mansilla, José Ramón Vizmanos**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar, Isabel de los Santos**

Revisión contenidos: **Jesús García Gual**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Estudio "Haciendo el león", Jurado y Rivas**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Impreso en España – *Printed in Spain*